NUMEROS RACIONALES

Llamamos números racionales al conjunto formado por todos los números enteros y todos los fraccionarios se los designa por Q y se lo denomina conjunto de los ***números racionales***

Número racional es el que se puede expresar como cociente de dos números enteros, es decir, en forma de fracción. Los números enteros son racionales, pues se pueden expresar como cociente de ellos mismos por la unidad: $a = a/1$.

Los números racionales no enteros se llaman fraccionarios. El conjunto de todos los números racionales se designa por *Q*.

Así como en el conjunto *Z* de los números enteros cada número tiene un siguiente (el siguiente al 7 es el 8, el siguiente al -5 es el -4), no pasa lo mismo con los racionales, pues entre cada dos números racionales existen infinitos números.

Q= {m/n, m Z, n Z, n =0}

Los números racionales pueden sumarse, restarse, multiplicarse y dividirse y el resultado es un número racional.

Los números racionales sirven para expresar medidas, ya que al comparar una cantidad con su unidad el resultado es, frecuentemente, fraccionario. Al expresar un número racional, no entero, en forma decimal se obtiene un número decimal exacto o bien un número decimal periódico.

Si la fracción es irreducible y en la descomposición factorial del denominador sólo se encuentran los factores 2 y 5, entonces la fracción es igual a un número decimal exacto, pero si en el denominador hay algún factor distinto de 2 o 5 la expresión decimal es periódica; por ejemplo:

$\frac{7}{5} = 1{,}2$ Decimal exacto

$\frac{15}{7} = 2{,}\overset{\frown}{142857}$ Decimal periódico

$\frac{71}{60} = 1{,}18\hat{3}$ Decimal periódico

COMPARACIÓN

Toda fracción positiva es mayor que cualquier fracción negativa. Si las fracciones tienen igual denominador será mayor aquella cuyo numerador sea mayor. Si tienen distinto denominador se comparan las fracciones equivalentes a las dadas con igual denominador.

SUMA y RESTA DE NÚMEROS RACIONALES

La suma de dos números racionales es otro número racional. Cumple las siguiente propiedades:

Asociativa:

$$(a + b) + c = a + (b + c)$$

Conmutativa:

$$a + b = b + a$$

Elemento neutro: el cero es un número racional que hace de elemento neutro en la suma,

$$a + 0 = a$$

Elemento opuesto: el opuesto de un número racional a, es otro número racional $-a$,

$$a + (-a) = 0$$

Sumar y restar fracciones con igual denominador es muy sencillo. El resultado tendrá por numerador a la suma o resta de los numeradores y el denominador será el mismo.

Si las fracciones no tienen el mismo denominador, se sustituyen por fracciones equivalentes con igual denominador (determinamos un denominador común). Luego se opera de la misma manera que en el cálculo anterior.

PRODUCTO DE NÚMEROS RACIONALES

El producto de dos números racionales es otro número racional. Cumple las siguientes propiedades:

Asociativa:

$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$$

Conmutativa:

$$a \cdot b = b \cdot a$$

Elemento neutro: el 1 es un número racional que hace de elemento neutro del producto,

$$a \cdot 1 = a$$

Elemento inverso: el inverso de un número racional a " 0 es otro número racional que multiplicado por *a* da 1:

$$\frac{1}{a} \cdot a = 1$$

Distributiva respecto a la suma:

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$$

COCIENTE

El cociente de dos números fraccionarios es igual al producto entre el dividendo y el inverso del divisor.

Ejemplo:

-2/5 : 4/3 = -2/5 * ¾ = -6/20 = -3/10

SIMPLIFICACIÓN

Simplificar una fracción es sustituirla por la fracción equivalente cuyo denominador es el menor posible.

RACIONALIZACIÓN DE DENOMINADORES

Las expresiones

$$\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt[3]{16}}, \frac{1}{3-\sqrt{5}}, \frac{4}{\sqrt{6}+\sqrt{3}}$$

Tienen el denominador irracional. Con frecuencia es conveniente transformarlas en otras expresiones equivalentes que tengan el denominador racional, con lo que se dice que se les ha racionalizado el denominador. Para ello se siguen distintas estrategias:

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{(\sqrt{2})^2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{1}{\sqrt[3]{16}} = \frac{1}{\sqrt[3]{2^4}} = \frac{1}{\sqrt[3]{2^4}} \cdot \frac{\sqrt[3]{2^2}}{\sqrt[3]{2^2}} = \frac{\sqrt[3]{2^2}}{\sqrt[3]{2^6}} = \frac{\sqrt[3]{2^2}}{4}$$

En los dos ejemplos anteriores se ha multiplicado un denominador del tipo $\sqrt[n]{a^m}$

por otro radical del mismo índice, $\sqrt[n]{a^p}$

, y tal que el producto de sus bases *am*, *ap*, sea una potencia de *an*. En consecuencia, ha habido que multiplicar el numerador por la misma expresión.

$$\frac{1}{3-\sqrt{5}} = \frac{(3+\sqrt{5})}{(3-\sqrt{5})(3+\sqrt{5})} = \frac{3+\sqrt{5}}{9-(\sqrt{5})^2} = \frac{3+\sqrt{5}}{9-5} = \frac{3+\sqrt{5}}{4}$$

$$\frac{4}{\sqrt{6}+\sqrt{3}} = \frac{4(\sqrt{6}-\sqrt{3})}{(\sqrt{6}+\sqrt{3})(\sqrt{6}-\sqrt{3})} = \frac{4(\sqrt{6}-\sqrt{3})}{(\sqrt{6})^2-(\sqrt{3})^2}$$

$$= \frac{4(\sqrt{6}-\sqrt{3})}{6-3} = \frac{4(\sqrt{6}-\sqrt{3})}{3}$$

En los dos ejemplos anteriores se ha utilizado la identidad $(a + b)(a - b) = a2 - b2$ para hacer desaparecer las raíces cuadradas del denominador multiplicándolo por la expresión correspondiente que, por tanto, también ha multiplicado al numerador.

EXPRESIÓN DECIMAL DE LOS NUMEROS RACIONALES

Si queremos escribir un número fraccionario en forma decimal, bastará con dividir el numerador por el denominador.

Ejemplo:

7/2 = 3.5