NÚCLEO UNIVERSITARIO "RAFAEL RANGEL"
UNIVERSIDAD DE LOS ANDES
T R U J I L L O - V E N E Z U E L A
ÁREA DE FÍSICA – LABORATORIO DE FÍSICA

LABORATORIO DE FÍSICA I/11

PRÁCTICA No. 1
MEDICIONES Y ERRORES.

OBJETIVOS

Estudiar los conceptos básicos sobre medidas y errores en el laboratorio. Aprender a determinar los errores en las mediciones y a redactar un informe de laboratorio.

MATERIALES Y EQUIPOS

- Una regla graduada
- Un vernier
- Un cronómetro
- Un transportador

MARCO TEÓRICO

MEDICIONES

El trabajo en laboratorio implica medir magnitudes física mediante el uso de instrumentos de medida.

Medir

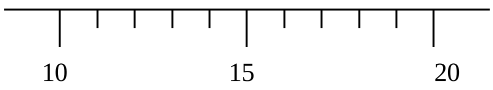
Es la comparación de la magnitud que se está estudiando con un patrón de medidas. Si cada persona tuviera su propio patrón de medida, sólo él comprendería el valor de su resultado y no podría establecer comparaciones a menos que supiera la equivalencia entre su patrón y el de su vecino. Por esta razón se ha acordado el establecimiento de un patrón que actualmente tiende a ser el Sistema Internacional (SI).

Se puede decir que el resultado de una medida es lo que se conoce como el valor de la magnitud. Este valor debe ir acompañado de su respectiva unidad de medida. Decir que la masa de una varilla es 80.4 no significa nada a menos que se diga que es 80.4 *gr*, 80.4 *kg*, etc. Entonces es importante que las cantidades que se midan vayan acompañadas de sus respectivas unidades de medida.

Apreciación

Es la menor división en la escala de un instrumento. Cuando se lee en un instrumento con escala única, se aproxima la lectura a la división más cercana. Así, el máximo error que se puede cometer en dicha medición, es de más o menos la apreciación.

La apreciación de un instrumento de una sola escala se determina, escogiendo dos valores sobre la escala, que pueden ser consecutivos o no. Se hace la diferencia del valor mayor menos el menor y se divide entre el número de partes en que está dividido. Por ejemplo, la apreciación de la siguiente escala está dada por:



$$\text{Apreciación} = \frac{\text{n - m}}{\text{nro. de divisiones}} = \frac{20 - 10}{10} = \pm 1$$

La apreciación de un instrumento es una indicación del error de la medida. Se habla entonces de la "*precisión*" de un instrumento: a menor *apreciación*, mayor *precisión*.

Medidas de longitud

Cinta métrica

Cuando se desea medir longitudes, uno de los instrumentos más usados es la cinta métrica, cuya apreciación es ± 1 *mm*. La medida de la longitud de un cuerpo implica la comparación directa del mismo con la cinta métrica, es decir, hay que fijar la posición de los extremos sobre la escala graduada. Se recomienda colocar el objeto a medir en la parte de la escala donde sea posible leer con claridad ya que de hacerlo coincidir con los extremos de la escala puede introducir confusión si éstos están deteriorados.

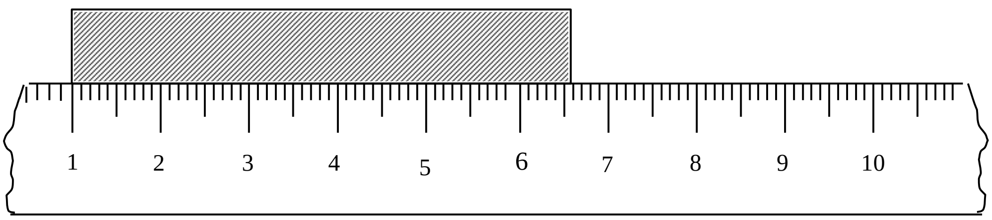


Figura 1

Vernier

Al medir un objeto con una regla graduada o cinta métrica, es posible que exista una fracción de la escala que no puede ser apreciada (figura 1). Se puede observar que el objeto mide entre 5,5 *cm* y 5,6 *cm*. Si se desea mayor precisión (menor error), entonces es útil el uso del vernier. La figura 2 muestra el vernier y el objeto cuya longitud se desea conocer. En el vernier se señalan las dos partes más importantes del instrumento: la regla fija y la regla móvil llamada "nonio" (figura 2). La apreciación del vernier está dada por:

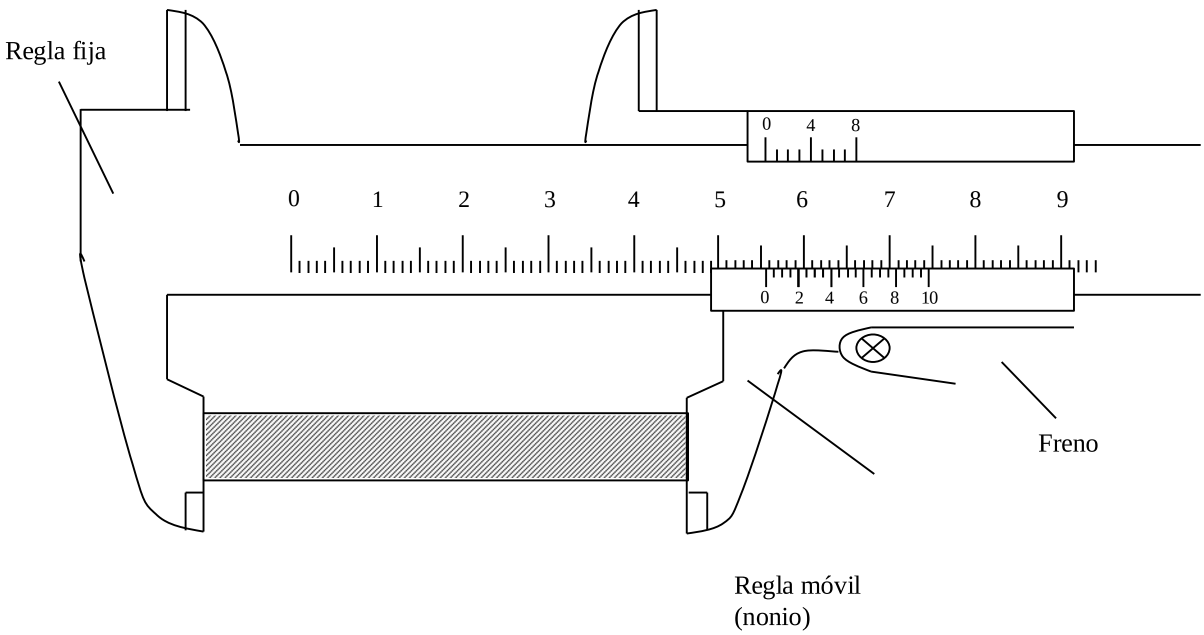


Figura 2

$$\text{Apreciación} = \frac{\text{Apreciación de la escala principal}}{\text{Nro. total de divisiones del nonio}}$$

Para el vernier de la figura 2, la apreciación es:

$$\text{Apreciación} = \frac{0{,}1\,cm}{20} = \pm 0{,}005\,cm$$

Medidas del tiempo

Cronómetro

Los intervalos de tiempo se miden utilizando un cronómetro. Los cronómetros son relojes mecánicos de alta precisión. Este tipo de reloj registra el paso del tiempo mediante agujas que giran en una esfera (figura 3). La apreciación del cronómetro esta dada por:

$$\text{Apreciación} = \frac{\text{n - m}}{\text{nro. de divisiones}} = \frac{2\,seg - 1\,seg}{10} = \pm\, 0{,}1\,seg$$

Figura 3

Tipos de medidas

Las medidas en un laboratorio pueden ser directas (o fundamentales) o indirectas (o derivadas).

Medidas directas: son el resultado de una comparación directa (usualmente con la ayuda de instrumentos) de una cantidad desconocida de una entidad física, con una cantidad conocida o estandarizada de la misma entidad. Ejemplo: la medida de la longitud de una varilla, la medida de la masa de un cuerpo, el tiempo transcurrido entre dos eventos, etc.

Medidas indirectas: son aquellas que resultan del cálculo de un valor como función de una o más medidas directas. Ejemplo: la velocidad, la densidad, la presión, la determinación del volumen V_e de una esfera que se basa en la medida directa de su diámetro D y del volumen V_c de un cubo que se basa en las medidas directas del largo, ancho y alto, a, b y c como sigue:

$$V_e = \frac{1}{6}\pi D^3 \qquad\qquad V_c = a.b.c$$

Cuando se realiza la medición de una magnitud un cierto número de veces, se observa que no todos los valores son iguales entre sí. Entonces, ¿cuál es el valor correcto?, ¿por qué los valores obtenidos son diferentes? Para contestar estas preguntas se comenzará por tratar de dar una definición de *valor verdadero* de una magnitud física y para ello se dice que es aquel valor que corresponde al hecho de medir una magnitud sin verse afectada por ningún tipo de error. En términos prácticos, esto no se puede lograr. Lo que resta es analizar los tipos de errores que pueden presentarse en una medición.

ERRORES

Error

Es la diferencia entre el valor obtenido de una medida y el valor verdadero de la magnitud de la misma.

Consideremos a continuación los diferentes tipos de errores que se deben tener en cuenta cuando se realiza una medición:

1. Errores sistemáticos

Son errores que sistemáticamente corren las medidas en una misma dirección del valor verdadero. Son causados por:

a. Defecto o inexactitud del aparato usado. Por ejemplo, si el cero del nonio de un vernier no coincide con el cero de la escala fija, en la posición inicial, se introducirá una desviación que es igual para todas las medidas realizadas. Ello se puede remediar "calibrando" el instrumento.

b. Por el observador, que puede introducir errores por efecto de paralaje. Este error se evita estando consciente de las causas que lo origina.

c. Variación de las condiciones ambientales, sobre las cuales el observador no tiene control.

d. Por el método empleado y en este caso sólo se hacen evidentes si se cambia el método.

2. Errores aleatorios, probabilísticos, fortuitos o casuales

Son aquellos cuya ocurrencia es de tipo probabilístico y es por ello que algunas mediciones den resultados diferentes. Esta diferencia es consecuencia de las múltiples fluctuaciones incontrolables e independientes de los factores que intervienen en la realización de una medición, debido en general a la imprecisión de las observaciones realizadas o variaciones momentáneas de los instrumentos, es decir, son errores que en una medida pueden ocurrir y en otra no. Los errores aleatorios afectan a las medidas en ambas direcciones (mayor o menor, exceso o defecto). Pueden ser causados por condiciones ambientales fluctuantes, oscilaciones propias del instrumento de medida, el observador.

Es lógico pensar entonces, que el repetir muchas veces la medición de una misma magnitud disminuiría la influencia de dichos errores casuales.

Cálculo de errores

En esta sección nos referiremos sólo a los errores casuales, ya que son incontrolables, no a los sistemáticos. El cálculo de los errores casuales o aleatorios, necesita del uso de la teoría estadística. Esta fue desarrollada por Gauss y da resultados óptimos en el caso de un gran número de mediciones. Sin embargo se usa también en el caso de un pequeño número de medidas, suponiendo que es válida allí. Se considera como un número grande de medidas cuando éstas son mayores o iguales a 20. Sin embargo, para algunos autores, este número puede estar entre 10 y 30. Así, cuando se realiza una serie de medidas de una magnitud, lo más probable es que ellas, sean diferentes. Entonces surge la pregunta: ¿cuál es el mejor valor? y una vez elegido el mejor, ¿cuál será el error? Para contestar estas preguntas es necesario manejar algunas definiciones.

Cálculo de errores en un número pequeño de medidas

- *Valor medio aritmético:* representa estadísticamente el valor más cercano al valor verdadero y corresponde al cociente de la suma de los resultados de medir n veces una misma magnitud entre el número de medidas hechas.

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \ldots + x_n}{n}$$

- *Error absoluto, desviación o residuo de una medida:* es definido como el valor absoluto de la desviación de cada medición respecto a la media aritmética.

$$\Delta x_i = \left| \bar{x} - x_i \right|$$

- *Error medio absoluto, desviación media o residuo medio de una medida:* corresponde al valor medio de los errores absolutos.

$$\Delta\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \Delta x_i = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3 + \ldots + \Delta x_n}{n}$$

- *Error relativo o de una medida:* es dado por el cociente entre el error absoluto asociado con la medida y la medida misma.

$$\varepsilon_r = \frac{\Delta x_i}{x_i}$$

- *Error relativo medio o desviación relativa media de una medida:* es dado por el cociente entre el error absoluto medio $\Delta\bar{x}$ y la media aritmética $\bar{x}$.

$$\bar{\varepsilon}_r = \frac{\Delta\bar{x}_i}{\bar{x}_i}$$

- *Error porcentual medio o desviación porcentual media:* es el error relativo medio multiplicado por cien.

$$\bar{\varepsilon}\ \% = \bar{\varepsilon}_r \times 100\ \%$$

El resultado final de la medida de una magnitud, puede escribirse como: $x = \bar{x} \pm \Delta\bar{x}$. Aquí, el símbolo "±" determina los límites dentro de los cuales está la magnitud medida. El signo "+" indica el límite por la derecha de la medida (error por exceso) y el signo "–", el límite por la izquierda (error por defecto).

Para ilustrar lo descrito antes, se realiza el siguiente ejercicio: se quiere determinar el volumen de un cilindro para lo que se requiere su altura y el diámetro del mismo. La medida de la altura se hizo una vez con una cinta métrica, mientras que la del diámetro se realizó cinco veces con un vernier de apreciación 0,05 *mm*.

$$h = \text{altura}: (102 \pm 1)\ mm$$

$$d = \text{diámetro}\ (mm): 17{,}80\ ;\ 17{,}80\ ;\ 17{,}80\ ;\ 17{,}90\ ;\ 17{,}90$$

Diámetro promedio:

$$\bar{d} = \frac{(17{,}80 + 17{,}80 + 17{,}80 + 17{,}90 + 17{,}90)\ mm}{5} = 17{,}84\ mm$$

Errores absolutos para cada medida del diámetro:

$$\Delta d_1 = |17{,}84 - 17{,}80|\ mm = 0{,}04\ mm$$

$$\Delta d_2 = |17{,}84 - 17{,}80|\ mm = 0{,}04\ mm$$

$$\Delta d_3 = |17{,}84 - 17{,}80|\ mm = 0{,}04\ mm$$

$$\Delta d_4 = |17{,}84 - 17{,}90|\ mm = 0{,}06\ mm$$

$$\Delta d_5 = |17{,}84 - 17{,}90|\ mm = 0{,}06\ mm$$

Error medio absoluto del diámetro:

$$\Delta\bar{d} = \frac{(0{,}04 + 0{,}04 + 0{,}04 + 0{,}06 + 0{,}06)\ mm}{5} = 0{,}05\ mm$$

Error relativo del diámetro:

$$\varepsilon_r(d) = \frac{\Delta\bar{d}}{\bar{d}} = \frac{0{,}05\ mm}{17{,}84\ mm} = 0{,}0028$$

Error porcentual para el diámetro:

$$\varepsilon\%(d) = \varepsilon_r(d) \times 100\ \% = 0{,}0028 \times 100\ \% = 0{,}28\ \%$$

Error relativo para la altura:

$$\varepsilon_{r(h)} = \frac{\Delta h}{h} = \frac{1\,mm}{102\,mm} = 0{,}01$$

Error porcentual para la altura:

$$\varepsilon\,\% = \varepsilon_{r(h)} \times 100\,\% = 0{,}01 \times 100\,\% = 1\,\%$$

Cálculo de errores en un número grande de medidas

Además de las señaladas anteriormente se define la siguiente:

ü *Desviación normal o estándar del valor medio de una serie de medidas:* es la raíz cuadrada de la razón entre la suma de los cuadrados de las desviaciones y el número de medidas realizadas multiplicada por esta misma medida menos una.

$$\sigma = \pm\sqrt{\frac{\Sigma(\Delta x_i)^2}{n(n-1)}}$$

El resultado final de la medida de una magnitud, puede escribirse como: $x = \bar{x} \pm \sigma$.

Como ejemplo de las definiciones anteriores véase la Tabla 1 en la que se tabularon 10 medidas de la longitud de un objeto con la ayuda de un *vernier*, junto con las desviaciones y las desviaciones cuadráticas.

Tabla 1.Medidas de la longitud de un objeto.

x (cm)	Δx *(cm)*	$(\Delta x)^2$ $(cm)^2$ $(\times 10^{-4})$
4,11	0,01	1
4,13	0,01	1
4,12	0,00	0
4,11	0,01	1
4,11	0,01	1
4,14	0,02	4
4,12	0,00	0
4,11	0,01	1
4,10	0,02	4
4,12	0,00	0
Σ=41,17	Σ=0.09	$\Sigma=13\times10^{-4}$

$$\bar{x} = \frac{41{,}17\,cm}{10} = 4{,}117\,cm \qquad \Delta\bar{x} = \frac{0{,}09\,cm}{10} = 9\times10^{-3}\,cm \qquad \bar{\varepsilon}_r = \frac{0{,}009\,cm}{4{,}117\,cm} = 2{,}2\times10^{-3}$$

$$\varepsilon\ \%(x) = 2{,}2\times10^{-3}\times100\,\% = 0{,}22\ \%\qquad\qquad \sigma = \sqrt{\frac{1{,}3\times10^{-3}\,cm^2}{10\times(10-1)}} = 3{,}8\times10^{-3}\ cm$$

El resultado final está dado entonces por: $x = \bar{x} \pm \Delta\bar{x}$ o, $x = \bar{x} \pm \sigma$, dependiendo de sí se está considerando un número pequeño o grande de medidas.

Precisión y exactitud

La precisión y exactitud de las mediciones están relacionadas con los errores cometidos en la obtención de las mismas. La precisión en el valor medio es proporcional al inverso del error casual o estadístico. Se obtendrá una alta precisión si el error estadístico es pequeño y será baja si dicho error es grande. La exactitud por otra parte se relaciona con el error sistemático. La exactitud será alta cuando los errores sistemáticos sean pequeños y será baja si éstos son grandes. En algunos casos una alta exactitud puede implicar un error casual pequeño pero en general, esto no es así.
La precisión y la exactitud no son términos intercambiables entre sí y los métodos estadísticos dan específicamente una medida de la precisión y no de la exactitud. Las diferencias entre precisión y exactitud se observan en la figura 4:

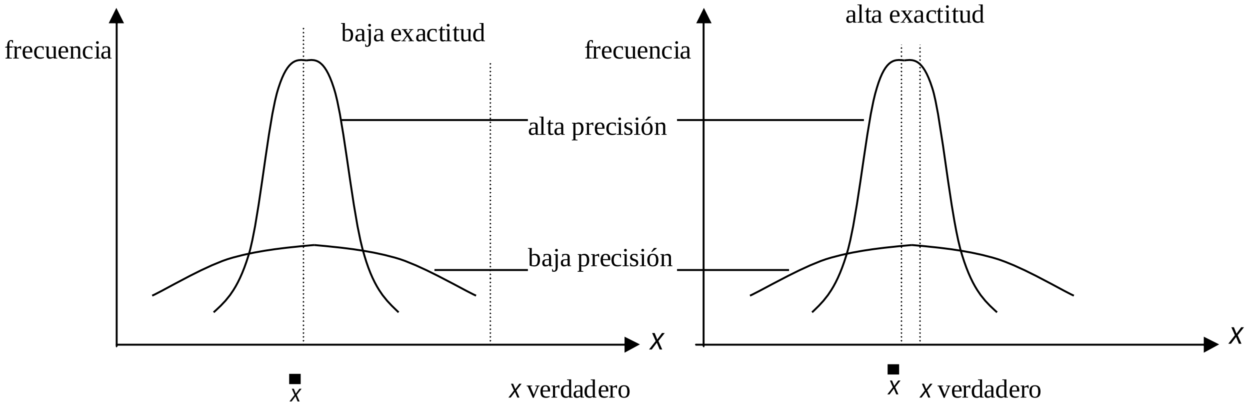
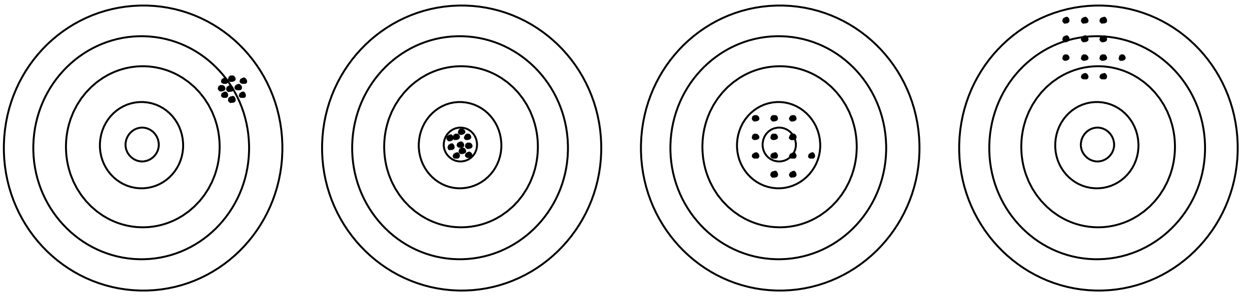


Figura 4

Una idea ilustrativa de precisión y exactitud se observa claramente con el ejemplo de la diana (instrumento redondo que tiene anillos concéntricos, usado para el lanzamiento de tiro al blanco con dardos) de la figura 5. En el ejemplo lo que se quiere es lanzar los dardos de tal forma que acierten en el blanco (cento de la diana). Este centro se considera como el valor verdadero de una medida, denotado por $\bar{x}$ en la figura 4. En las cuatro dianas se representan cómo se distribuyeron los repetidos lanzamientos en los círculos concéntricos. En la primera diana los lanzamientos fueron muy precisos ya que el margen de error fue pequeño y cayeron muy cercanos unos de otros. Esto significa que el error, que surge por efecto de los errores casuales, fue pequeño. Sin embargo, a pesar de la gran precisión, la exactitud fue muy baja ya que el valor promedio de los lanzamientos, está alejado del valor real, que en el caso de la diana es el centro. Para la segunda diana, se observa una alta precisión y alta exactitud por estar los lanzamientos muy cerca del valor real. Para la tercera, se observa baja precisión y alta exactitud y para la cuarta, baja precisión y baja exactitud.



Alta precisión
Baja exactitud

Alta precisión
Alta exactitud

Baja precisión
Alta exactitud

Baja precisión
Baja exactitud

Figura 5

Propagación de errores

Ya hemos analizado lo correspondiente a errores sobre magnitudes medidas directamente, tales como la longitud de un objeto, distancia recorrido entre dos puntos, tiempo transcurrido entre hechos, etc. Sin embargo, frecuentemente la magnitud de interés resulta de cálculos hechos con varias magnitudes, medidas directamente, por lo que el error en dicha magnitud debe ser obtenida a partir de los errores de cada una de las magnitudes medidas por separado. Por ejemplo, el volumen de una gaveta es $V_g = a.b.c$, donde se miden a, b y c, para posteriormente calcular el volumen. El procedimiento que permite obtener este error es lo que se conoce como *propagación de errores.*

Veamos entonces algunos casos de propagación de errores.

1. Suma o diferencia de magnitudes

Cuando una magnitud m es el resultado de la suma o resta de dos o más magnitudes medidas directamente, un error en dichas magnitudes traerá consigo un error en m, es decir, si:

$$m = x \pm y\,,$$

entonces,

$$m \pm \Delta m = (x \pm \Delta x) \pm (y \pm \Delta y)\,,$$

$$m \pm \Delta m = (x \pm y) \pm (\Delta x + \Delta y)\,,$$

luego, el error absoluto $\Delta m = \Delta x + \Delta y$, esto es, el error absoluto de la suma o diferencia de magnitudes viene dado por la *suma* de los errores absolutos de cada una de las magnitudes medidas directamente. En esta última ecuación, el primer símbolo $\pm$ del miembro derecho $(x \pm y)$ corresponde a sí se está sumando o restando las cantidades x y y. Además se está considerando únicamente las 2 únicas posibilidades que producen un error máximo (caso más desfavorable en el que tanto Δx como Δy tienen el mismo signo, o sea, los errores Δx y Δy son por exceso (+) o defecto (–).

El error relativo de m está dado por: $\varepsilon_r = \dfrac{(\Delta x + \Delta y)}{(x \pm y)}$

Si el caso es la suma de x y y entonces: $\varepsilon_r = \dfrac{(\Delta x + \Delta y)}{(x + y)}$

Si el caso es la resta de x y y entonces: $\varepsilon_r = \dfrac{(\Delta x + \Delta y)}{(x - y)}$

2. Producto o cociente de magnitudes

Cuando una magnitud m es el resultado de la suma o resta de dos o más magnitudes medidas directamente, un error en dichas magnitudes traerá consigo un error en m, es decir, si:

$$m = x \times y\ ,$$

entonces,

$$m \pm \Delta m = (x \pm \Delta x) \times (y \pm \Delta y)\ ,$$

$$m \pm \Delta m = (x \times y) \pm (x\Delta y) \pm (y\,\Delta x) + (\Delta x\,\Delta y)$$

Ya que las cantidades Δx y Δy son pequeñas, $\Delta x \times \Delta y$ puede despreciarse, resultando:

$$m \pm \Delta m = (x \times y) \pm (x\Delta y + y\,\Delta x)$$

El error absoluto en m está dado por:

$$\Delta m = (x\Delta y + y\,\Delta x)$$

El error relativo vendrá dado por:

$$\varepsilon_r = \frac{\Delta m}{m} = \frac{\Delta x}{x} + \frac{\Delta y}{y}\ ,$$

es decir, el error relativo de la magnitud m es la suma de los errores relativos de los factores.

Cuando una magnitud m es el resultado de dividir dos o más magnitudes medidas directamente, un error en dichas magnitudes traerá consigo un error en m, es decir, si:

$$m = \frac{x}{y} \,,$$

entonces,

$$m \pm \Delta m = \frac{(x \pm \Delta x)}{(y \pm \Delta y)}$$

Al multiplicar por el conjugado del denominador se obtiene:

$$m \pm \Delta m = \frac{(x \pm \Delta x)(y \mp \Delta y)}{(y \pm \Delta y)(y \mp \Delta y)} = \frac{(xy) \mp (x\Delta y) \pm (y\Delta x) - (\Delta x\Delta y)}{(y^2) \mp (y\Delta y) \pm (y\Delta y) - (\Delta y^2)}$$

como $(\Delta x\Delta y)$ y $(\Delta y)^2$ son cantidades muy pequeñas, entonces resulta:

$$m \pm \Delta m = \frac{(xy) \mp (x\Delta y) \pm (y\Delta x)}{(y^2)}$$

El error máximo en m (caso más desfavorable) ocurre cuando Δx y Δy son de signo contrario. Así los errores se sumarán, dando como resultado:

$$m \pm \Delta m = \frac{x}{y} \pm \frac{(x\Delta y + y\Delta x)}{(y^2)}$$

El error absoluto en m será:

$$\Delta m = \frac{(x\Delta y + y\Delta x)}{(y^2)} \,,$$

y el error relativo:

$$\varepsilon_r = \frac{\Delta m}{m} = \frac{y(x\Delta y + y\Delta x)}{x(y)^2} = \frac{(x\Delta y + y\Delta x)}{xy} = \frac{\Delta x}{x} + \frac{\Delta y}{y}$$

Así se podrían seguir deduciendo expresiones para diferentes combinaciones de operaciones. No se va hacer, pero se indicará un procedimiento general para resolver el problema en cuestión.

Sea una magnitud m que es función de varias magnitudes medidas directamente, es decir:

$$m = f\,(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n)$$

El error absoluto en m es producido por cada uno de los errores de las magnitudes $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$ independiente uno de los otros. A los errores producidos por cada una de las magnitudes x se les llaman errores parciales de m. El error de m será entonces la suma de todos los errores parciales, tomándose un valor absoluto para así obtener el caso más desfavorable, en una medida, que es cuando todos los errores se suman. Por lo tanto, el error absoluto Δm de m estará dado por:

$$dm = \left|\frac{\partial m}{\partial x_1}\right|\left|dx_1\right| + \left|\frac{\partial m}{\partial x_2}\right|\left|dx_2\right| + \left|\frac{\partial m}{\partial x_3}\right|\left|dx_3\right| + \ldots + \left|\frac{\partial m}{\partial x_n}\right|\left|dx_n\right| ,$$

donde los términos $\partial m/\partial x_1$, $\partial m/\partial x_2,\ldots,\partial m/\partial x_n$ son llamados derivadas parciales de m con respecto $x_1, x_2, \ldots, x_n$, respectivamente. Ellas se calculan derivando la función m con respecto a cada unas de las variables en forma separada y considerando constante las demás. Al derivar m con respecto a x_1 consideran a las variables $x_2, x_3,\ldots,x_n$ como constantes, así sucesivamente cuando se deriva respecto a x_2, ó a x_3,. hasta x_n.

Veamos un ejemplo. Sea:

$$m = (a \times b) / c^2 ,$$

luego:

$$\partial m / \partial a = (b / c^2) , \qquad \partial m / \partial b = (a / c^2) , \qquad \partial m / \partial c = (-2ab / c^3) ,$$

y:

$$\Delta m = |b / c^2|\,|\Delta a| + |a / c^2|\,|\Delta b| + |-2ab / c^3|\,|\Delta c|$$

El error relativo resulta:

$$\frac{dm}{m} = \frac{c^2}{ab}\left(\left|\frac{b}{c^2}\right|\left|\Delta a\right| + \left|\frac{a}{c^2}\right|\left|\Delta b\right| + \left|-\frac{2ab}{c^3}\right|\left|\Delta c\right|\right) ,$$

$$\frac{dm}{m} = \left(\left|\frac{\Delta a}{a}\right| + \left|\frac{\Delta b}{b}\right| + \left|\frac{2\Delta c}{c}\right|\right)$$

Cifras significativas

Las cifras significativas de un número son todas aquellos dígitos cuyos valores se conocen con certeza. Generalmente las medidas realizadas en un laboratorio, los dígitos serán significativos cuando están dados por la apreciación del instrumento. En medidas elementales de las magnitudes de la física y de la química, se suele estimar el último dígito afectado por el error y se considera también como significativa.

Resultan útiles las siguientes reglas para estimar el número de cifras significativas:

ü No se tiene en cuenta la posición de la coma decimal. De este modo:

1,2345 12,345 123,45 tienen todos, cinco cifras significativas.

ü Los ceros son significativos cuando forman parte del número. Los ceros que tienen a su derecha y a su izquierda dígitos distintos de cero son siempre significativos. Por ejemplo:

21,03 20,03 tienen todos, cuatro cifras significativas.

ü Los ceros que solamente tienen dígitos significativos a su derecha no son nunca significativos, porque entonces son usados para indicar posición de la coma decimal. De este modo:

0,123 0,000123 0,000000123 tienen todos, tres cifras significativas.

ü Los ceros que tienen dígitos solamente a su izquierda presentan el problema de que pueden o no ser significativos. Por ejemplo:

18,0000 tendría en principio seis cifras significativas, pero dependiendo del instrumento con el que se tomó la medida, serán seis o menos. Por ejemplo, si 18,0000 corresponde a una magnitud física del diámetro de una esfera, es decir la medida resulta 18,0000 *mm*, medida con un vernier y considerando que la apreciación del vernier es de ± 0,005 *cm*, entonces los ceros a la derecha de 18, serán significativos sólo hasta el tercero, de izquierda a derecha, dados por la apreciación del vernier, que sólo arroja cifras hasta tres cifras decimales, es decir el último cero no es significativo. En este caso, 18,0000 *mm* tiene cinco cifras significativas.

Operaciones con cifras significativas

Redondeo

Un número se puede redondear a ciertas cifras, prescindiendo de uno ó más de sus últimos dígitos. Cuando el primer dígito suprimido es menor que 5, el último dígito que se mantiene no se modifica. Cuando es mayor o igual que 5 se aumenta en una unidad la última cifra conservada. Por ejemplo:

Nro.	*5 cifras*	*4 cifras*	*3 cifras*	*2 cifras*	*1 cifra*
3,14159	3,1416	3,142	3,14	3,1	3
$9{,}8070\times10^{-3}$	$9{,}8070\times10^{-3}$	$9{,}807\times10^{-3}$	$9{,}81\times10^{-3}$	$9{,}8\times10^{-3}$	1×10^{-2}
0,644510	0,64451	0,6445	0,645	0,64	0,6
16875	16875	1688×10^{1}	169×102	17×10^{3}	2×10^{4}
98,372	98,372	98,37	98,4	98	1×10^{2}

Note que el redondeo no debe hacerse en forma sucesiva, sino siempre con respecto a la cifra original. Si en el ejemplo de 0,644510 se realiza un redondeo sucesivo, el resultado sería:

0,644510 0,64451 0,6445 0,645 0,65 0,7

Suma y resta

Cuando se suma o restan cantidades, se redondea el resultado hasta que posea el mismo número de cifras decimales que el sumando que tenga menos decimales. Ejemplos:

25,34	58,0	4,2	415,5
5,469 +	0,0038 +	1,6523 +	3,65 +
0,322	0,00001	0,015	0,238
31,131	58,00381	5, 8673	419,388
31,13	58,0	5, 9	419,4

Multiplicación y división

Se redondea el resultado hasta que posea el mismo número de cifras significativas que el factor que menos tenga. Por ejemplo: El resultado de multiplicar 7,485 x 8,61 o de dividir 0,1342 por 1,52, tendrá tres cifras significativas.

El resultado del cálculo de la circunferencia de un círculo, $c = 2\pi r$, tendrá el mismo no. de cifras significativas que el radio r ya que π y 2 son constantes y no provienen de medidas. Por esta condición no entran como factores de decisión del nro. de cifras significativas. Además el nro. π por ser irracional debe ajustarse al menor nro. de cifras significativas involucradas. Si el cálculo de una variable estuviera dado por $m = 2\pi nr$ con $r = 3{,}18$ y $n = 4{,}5$, entonces m se expresa con dos cifra significativa ya que entre r y n, n es la variable que tiene el menor nro. de cifras significativas. En conclusión:

$m = 2 \times 3{,}1 \times 4{,}5 \times 3{,}18 = 88{,}722$ y m se redondea a $m = 89$

Notación en Potencia de diez

Cantidades como 12.000.000.000.000.000 o 0,000000000000067 resultan muy incómodas de manejar. Para superar esta dificultad existe una forma fácil y compacta de expresar estas cantidades que es la notación en potencia de diez.

Multiplicando diez por sí mismo un cierto número de veces se tiene:

$10\times10 = 100 = 10^2$

$10\times10\times10 = 1000 = 10^3$

$10\times10\times10\times10\times10\times10 = 1.000.000 = 10^6$

Cualquier número puede ser expresado usando una potencia de diez. Por ejemplo:

$158.000.000 = 1,58 \times 100.000.000 = 1,58\times10^{8}$

Cualquier decimal puede ser expresado usando una potencia de diez. Por ejemplo:
$0,0046 = 4,6\times10^{-3}$

Usualmente se expresan números en notación potencia de diez como un número entre 1 y 10. Entonces se escribe 2.400.000.000 como $2,4\times10^{9}$ en vez de 2400×10^{6} o $0,00024\times10^{13}$. También se puede escribir 769 como $7,69\times10^{2}$ y 0,0043 como $4,3\times10^{-3}$

Orden de magnitud

El orden de magnitud de una cantidad es la potencia de diez que está más cercana a la cifra real. Se expresa con el símbolo "~" y se lee "aproximadamente". Por ejemplo, el orden de magnitud de 137 es $\sim 10^{2}$ ya que $137 = 1,37\times10^{2}$ y como 1,37 está más cerca de 1 que de 10, entonces 1,37 puede aproximarse como 1 y entonces $1,37\times10^{2} \sim 1\times10^{2} \sim 10^{2}$. Análogamente el orden de magnitud de 0,00262 es $\sim 10^{-3}$ ya que $0,00262 = 2,62\times10^{-3}$ y 2,62 está más cerca de 1 que de 10, por lo tanto 2,62 se puede aproximar a 1 y entonces $2,62\times10^{-3} \sim 1\times10^{-3} \sim 10^{-3}$.

El orden de magnitud de 0,00087 es $\sim 10^{-3}$ y no $\sim10^{-4}$ como parecería, ya que $0,00087 = 8,7\times10^{-4}$. Pero 8,7 está más cerca de 10 que de 1 por lo que 8,7 puede aproximarse a 10. Así, $8,7\times10^{-4} \sim 10\times10^{-4} \sim 10^{-3}$.
La velocidad de la luz en el vacío es 300.000 *km/seg*. Su orden de magnitud en el sistema M.K.S. es $\sim 10^{8}$ *m/seg* y en el C.G.S $\sim 10^{10}$ *cm/seg*.

EJERCICIOS

1. Determinar el número de cifras significativas y el orden de magnitud de las siguientes magnitudes físicas:

   a. Masa de la Tierra: $5{,}983\times10^{24}$ *kg*
   b. Volumen de la Tierra: $1{,}087\times10^{21}$ m^3
   c. Aceleración de la gravedad: 9,80665 m/seg^2
   d. Masa del electrón: $9{,}1066\times10^{-28}$ *kg*

2. Dos personas miden el largo de una varilla con un vernier de apreciación ± 0,05 *mm* y una regla graduada de apreciación ± 0,1 *cm* obteniendo los resultados siguientes:

   a. $1{,}10\ \text{x}10^{1}$ *mm*
   b. 1,1 *cm*

¿Cuál de ellos midió con mayor precisión? Explique.

3. Exprese cada uno de los siguientes números con cuatro, tres, dos y una cifra significativa:

a. 0,4536	d. 98,372	g. 70045,6
b. 163571	e. 3,13100	h. 26,39
c. 0,45330	f. 0,00332988	i. 20150,0

4. Un estudiante determinó el radio de una esfera resultando:

   r = 31,7 *cm*

   a. ¿Cuánto mide su superficie?
   b. ¿Cuánto mide su volumen?

Fundamente su respuesta en base a lo estudiado en la práctica, acerca del redondeo.

5. Desarrolle expresiones para el error absoluto y el error relativo de las funciones siguientes:

   a. $d = \frac{a}{b} - 5ec^3$

   b. $m = \sqrt{\frac{a^2 + 2bc}{d - e}}$

BIBLIOGRAFÍA

1. Robert Resnick y David Halliday. Física. Parte 1 y 2. CIA. Editorial Continental, S.A. México D.F. Primera edición, cuarta impresión de 1982.

2. Mike Pentz y Milo Shott. Handling Experimental Data. Open University Press. Primera edición, segunda impresión de 1989.

3. D.C. Baird. An Introduction to Measument Theory and Experiment Design. Prentice-Hall, Inc. New Jersey. Primera impresión de 1962.

4. Yardley Beers. Theory of Error. Addison-Wesley Publishing Company Inc. Segunda edición, tercera impresión de 1962.

5. Arthur J. Lyon. Dealing with Data. Pergamon Press. Primera edición de 1970.

6. González Zaida y Miliani Lilian. Laboratorio I de Física: TEORÍA.Editorial El Viaje del Pez, Venezuela. Primera edición, primera ipresión, 1999.

7. Enciclopedia Microsoft Encarta 99.