

---

Universidad de Los Andes  
Facultad de Ingeniería  
Escuela de Ingeniería de Sistemas  
Departamento de Investigación de Operaciones

Apuntes de Formulación y Evaluación  
de Proyectos de Inversión

Prof. Vicente Ramírez  
Julio, 2007

---

# Índice General

Índice de Figuras	v
-------------------	---

Índice de Tablas	vii
------------------	-----

<b>1. Conceptos básicos en la Formulación y Evaluación de Proyectos de Inversión</b>	<b>3</b>
1.1. Introducción . . . . .	3
1.2. Definiciones . . . . .	4
1.3. Tipos de proyectos . . . . .	7
1.4. El proceso de formulación y evaluación de proyectos de inversión . . . . .	7
1.5. Estudios en la formulación y evaluación de proyectos . . . . .	8
1.6. Criterios y procedimientos para la toma de decisiones sobre inversiones . . . . .	9
1.7. Ejercicios propuestos . . . . .	10
<b>2. Herramientas básicas de Ingeniería Económica</b>	<b>11</b>
2.1. Interés . . . . .	11
2.2. Equivalencia . . . . .	12
2.2.1. Características de planes de pago . . . . .	12
2.2.2. Definición de Equivalencia . . . . .	12
2.3. Fórmulas de interés . . . . .	15
2.3.1. Hallar $F$ dado $P$ : $(F/P, i, n)$ . . . . .	15
2.3.2. Hallar $P$ dado $F$ : $(P/F, i, n)$ . . . . .	16
2.3.3. Hallar $F$ dado $A$ : $(F/A, i, n)$ . . . . .	16
2.3.4. Hallar $A$ dado $F$ : $(A/F, i, n)$ . . . . .	17
2.3.5. Hallar $A$ dado $P$ : $(A/P, i, n)$ . . . . .	17
2.3.6. Hallar $P$ dado $A$ : $(P/A, i, n)$ . . . . .	17
2.3.7. Hallar $A$ dado $G$ : $(A/G, i, n)$ . . . . .	18
2.3.8. Hallar $P$ dado $G$ : $(P/G, i, n)$ . . . . .	19
2.4. Representación gráfica de los factores de interés . . . . .	19
2.5. Tasa de interés efectiva y tasa de interés nominal . . . . .	20
2.6. Interés continuo . . . . .	23
2.7. Ejemplos resueltos de problemas típicos utilizando factores de interés . . . . .	24
2.7.1. Ejemplos de la conversión de un sólo pago en cierta fecha a un sólo pago equivalente en otra fecha . . . . .	24
2.7.2. Ejemplos de la conversión a/o de una serie de pagos uniformes . . . . .	25
2.7.3. Ejemplos de cómo calcular $n$ . . . . .	27

2.7.4.	Ejemplos de cómo calcular la tasa de interés . . . . .	28
2.7.5.	Ejemplos de uso de gradientes . . . . .	29
2.8.	Ejercicios propuestos . . . . .	30
<b>3.</b>	<b>Criterios para juzgar entre alternativas</b>	<b>37</b>
3.1.	Costo Anual Equivalente (CAE) . . . . .	37
3.1.1.	Costo de recuperación de capital con valor de salvamento . . . . .	39
3.1.2.	Comparación cuando las vidas son distintas . . . . .	40
3.1.3.	Comparación cuando las alternativas tienen vidas perpetuas (vidas infinitas) . . . . .	43
3.1.4.	Comparación entre alternativas que tienen desembolsos con un gradiente uniforme . . . . .	44
3.1.5.	Comparación cuando hay series de pagos irregulares . . . . .	45
3.2.	Valor Presente (VP) . . . . .	46
3.2.1.	Uso del valor presente para comparar series alternativas de recibos y desembolsos . . . . .	47
3.2.2.	Comparación cuando las alternativas tienen vidas distintas . . . . .	49
3.2.3.	Comparación cuando las alternativas dan servicio perpetuo (vidas infinitas) . . . . .	51
3.2.4.	Comparación de costos capitalizados de una inversión inmediata con una inversión diferida . . . . .	52
3.2.5.	¿Costo Anual Equivalente ó Valor Presente? . . . . .	53
3.3.	Tasa Interna de Rendimiento (TIR) . . . . .	53
3.3.1.	Determinación de la TIR de una serie uniforme de ingresos netos . . . . .	57
3.3.2.	Cálculo de la TIR cuando las vidas son distintas . . . . .	60
3.3.3.	Estimación de la tasa de interés para empezar a tantear (Flujos sencillos) . . . . .	61
3.3.4.	Errores al interpolar para hallar la TIR ( $i^*$ ) . . . . .	62
3.3.5.	Flujos con múltiples tasas de rendimiento . . . . .	62
3.4.	Análisis Beneficio - Costo . . . . .	62
3.4.1.	Razón B/C o diferencia B-C . . . . .	64
3.4.2.	Influencia de la manera como se clasifiquen los costos . . . . .	68
3.5.	Selección de la Tasa Mínima Aceptable de Rendimiento (TMAR) . . . . .	68
3.5.1.	Necesidad de interés . . . . .	69
3.6.	Ejercicios propuestos . . . . .	70
<b>4.</b>	<b>Depreciación y efectos tributarios</b>	<b>83</b>
4.1.	Depreciación . . . . .	83
4.1.1.	Método de la línea recta . . . . .	84
4.1.2.	Método de la suma de dígitos de los años . . . . .	84
4.2.	Estructura tributaria . . . . .	86
4.2.1.	Definiciones . . . . .	86
4.2.2.	Cálculo de los impuestos . . . . .	87
4.2.3.	Aproximación del efecto de impuestos . . . . .	88
4.2.4.	Comparación de la TIR con dos métodos de depreciación . . . . .	88
4.3.	Ejercicios propuestos . . . . .	89

<b>5. Análisis de alternativas múltiples</b>	<b>93</b>
5.1. Uso de modelos matemáticos . . . . .	94
5.2. Tamaños económicos de lotes . . . . .	96
5.2.1. Uso de un modelo para calcular el tamaño económico de lotes . . . . .	98
5.3. Análisis de alternativas múltiples independientes . . . . .	98
5.4. Criterio de decisión cuando el presupuesto es limitado . . . . .	102
5.5. El punto de vista de sistemas al escoger entre alternativas múltiples . . . . .	103
5.6. Ejercicios propuestos . . . . .	104
<b>6. Análisis de Sensibilidad</b>	<b>111</b>
6.1. Punto de equilibrio entre dos alternativas . . . . .	111
6.2. Procedimiento general . . . . .	112
6.3. Sensibilidad a otros elementos del flujo de caja . . . . .	114
6.4. Ejercicios propuestos . . . . .	117
<b>7. Estudios económicos de reemplazo</b>	<b>123</b>
7.1. Vida económica de un activo . . . . .	123
7.2. Evaluación del reemplazo . . . . .	123
7.2.1. Vidas económicas distintas . . . . .	124
7.2.2. Tratamiento de la capacidad extra inherente . . . . .	130
7.3. Ejercicios propuestos . . . . .	130
<b>8. El riesgo y la incertidumbre</b>	<b>137</b>
8.1. Conceptos de certidumbre, riesgo e incertidumbre . . . . .	137
8.2. El riesgo y la incertidumbre en estudios económicos . . . . .	138
8.2.1. Probabilidad . . . . .	139
8.2.2. El valor esperado . . . . .	140
8.2.3. El caso en que los daños asociados varían según la gravedad del evento . . . . .	141
8.2.4. El valor de información sobre elementos inciertos . . . . .	142
8.2.5. Análisis de la decisión sin información . . . . .	143
8.2.6. Valor de información perfecta . . . . .	144
8.2.7. Valor de información imperfecta . . . . .	144
8.3. Ejercicios propuestos . . . . .	152
<b>9. El estudio de mercado</b>	<b>159</b>
9.1. Definición del producto o servicio . . . . .	160
9.2. La demanda . . . . .	160
9.3. La oferta . . . . .	161
9.4. Los precios . . . . .	162
9.5. Los insumos y la materia prima . . . . .	164
9.6. Técnicas de proyección del mercado . . . . .	164
9.6.1. Métodos cualitativos . . . . .	165
9.6.2. Métodos causales . . . . .	165
9.6.3. Métodos de series de tiempo . . . . .	168
9.7. Comercialización del producto o servicio . . . . .	172
9.8. Ejercicio propuesto . . . . .	173

<b>10.El estudio técnico</b>	<b>175</b>
10.1. Ingeniería del proyecto . . . . .	175
10.2. Determinación del tamaño . . . . .	177
10.2.1. Economía del tamaño . . . . .	178
10.3. Localización y espacio físico . . . . .	179
10.3.1. Factores de localización . . . . .	180
10.3.2. Métodos de evaluación por factores no cuantificables . . . . .	180
10.3.3. La distribución de la planta . . . . .	181
10.3.4. El espacio físico . . . . .	182
10.4. Aspectos organizacionales . . . . .	182
10.4.1. Factores organizacionales . . . . .	183
10.5. Aspectos legales . . . . .	184
10.6. Ejercicio propuesto . . . . .	185
<b>11.El estudio económico</b>	<b>187</b>
11.1. Estimación de los costos . . . . .	187
11.1.1. Costos de producción . . . . .	188
11.1.2. Costos de administración . . . . .	189
11.1.3. Costos de promoción y venta . . . . .	189
11.1.4. Costos financieros . . . . .	189
11.1.5. Inversiones . . . . .	190
11.1.6. Depreciaciones y amortizaciones . . . . .	190
11.1.7. Capital de trabajo . . . . .	190
11.1.8. Financiamiento . . . . .	191
11.2. Estimación de los ingresos y beneficios . . . . .	192
11.2.1. Tipos de beneficios . . . . .	192
11.2.2. Valor de salvamento o de desecho . . . . .	192
11.2.3. Precio . . . . .	193
11.3. Construcción del flujo de caja . . . . .	193
11.3.1. Punto de equilibrio . . . . .	194
11.4. Ejercicio propuesto . . . . .	195
<b>12.Preparación y evaluación de proyectos en el sector público</b>	<b>197</b>
12.1. La formulación y evaluación social de proyectos . . . . .	197
12.2. La TMAR en proyectos sociales . . . . .	198
12.3. Dificultades en la evaluación del bienestar social . . . . .	198
12.4. Proyectos con objetivos múltiples . . . . .	199
12.5. Elementos de un proyecto social . . . . .	201
12.6. Estudio de impacto social y ambiental . . . . .	203
12.6.1. Herramientas para la política ambiental de la empresa . . . . .	204
12.6.2. Los fondos de inversión éticos y ambientales . . . . .	204
12.7. Críticas al Análisis Beneficio-Costo . . . . .	204
12.8. Ejercicios propuestos . . . . .	205
<b>Bibliografía</b>	<b>208</b>

# Índice de Figuras

1.1. Proceso general de Análisis de Problemas . . . . .	3
2.1. Representación gráfica de la conversión de una serie con gradiente a una serie uniforme . . . . .	18
2.2. Factor de Capitalización: $(F/P, i, n)$ . . . . .	20
2.3. Factor del Valor Presente: $(P/F, i, n)$ . . . . .	20
2.4. Factor de Capitalización de una Serie Uniforme: $(F/A, i, n)$ . . . . .	21
2.5. Factor de Valor Presente de una serie uniforme: $(P/A, i, n)$ . . . . .	21
2.6. Factor de Amortización: $(A/F, i, n)$ . . . . .	22
2.7. Factor de Recuperación de Capital: $(A/P, i, n)$ . . . . .	22
2.8. Valor Presente de una serie con Gradiente: $(P/G, i, n)$ . . . . .	23
2.9. Conversión de una serie con gradiente a una serie uniforme: $(A/G, i, n)$ . . . . .	23
3.1. Ejemplo 3.1 . . . . .	38
3.2. Flujogramas del ejemplo 3.3 . . . . .	49
3.3. El Valor Presente como función de la tasa de interés $i$ . . . . .	54
3.4. Interpolación para hallar la TIR . . . . .	57
3.5. Ejemplo con múltiples TIR . . . . .	63
3.6. Ejercicios 1a, 1b, 1c . . . . .	70
3.7. Ejercicios 1d, 1e, 1f . . . . .	71
4.1. Representación gráfica del método de la linea recta . . . . .	84
5.1. Costo total . . . . .	95
5.2. Flujograma para el proceso del análisis de alternativas múltiples independientes . . . . .	99
6.1. Ejemplo del sistema de iluminación . . . . .	113
7.1. Vida económica de una máquina . . . . .	124
7.2. Proceso para el cálculo de la vida económica . . . . .	125
7.3. a) Seguir con la máquina vieja; b) Reemplazar la máquina vieja . . . . .	126
7.4. Representación del cálculo de la vida económica de una tubería nueva . . . . .	127
8.1. Apuesta A y Apuesta B . . . . .	139
8.2. Problema de la fiesta: Decisión sin información . . . . .	143
8.3. Problema de la fiesta: Decisión con información Perfecta . . . . .	145
8.4. Problema de la fiesta: Decisión con Detector . . . . .	145

8.5. Árbol de la Naturaleza . . . . .	146
8.6. Problema de la fiesta: Decisión con Detector ACME . . . . .	147
8.7. Problema del minero: Decisión sin información . . . . .	148
8.8. Problema del minero: Decisión con información . . . . .	149
8.9. Árbol de la Naturaleza . . . . .	149
8.10. Problema del minero: Decisión con información del Geólogo . . . . .	151
9.1. Método de Regresión Lineal . . . . .	167
9.2. Modelo general de la matriz insumo-producto simplificado . . . . .	168
9.3. Componentes de una Serie de Tiempo . . . . .	169
10.1. Tabla de una Función de Producción que relaciona la cantidad de producción y diferentes combinaciones de trabajo y tierra . . . . .	176
10.2. Forma esquemática de la economía del tamaño . . . . .	179
11.1. Punto de Equilibrio . . . . .	195

# Índice de Tablas

1.1. Ventajas del nuevo sistema de iluminación comparado con el sistema actual . . .	6
2.1. Cuatro planes de pago de un préstamo de \$10.000 sobre un plazo de 10 años con una tasa de interés del 6 % anual (Grant y Ireson, 1976) . . . . .	13
2.2. Valor presente de las series de pagos como función de $i$ . . . . .	14
2.3. Forma de hallar $(F/P, i, n)$ . . . . .	15
2.4. Forma de hallar $(F/A, i, n)$ . . . . .	16
3.1. Comparación cuando las vidas son distintas . . . . .	42
3.2. Estimado del flujo de comprar y alquilar el tractor . . . . .	55
3.3. Cálculo del Valor Presente para hallar la TIR . . . . .	55
3.4. Cálculo del Valor Presente para determinar la TIR del ejemplo 3.13 . . . . .	56
3.5. Flujo de caja de la inversión adicional de la alternativa E en el ejemplo 3.3 . . .	60
3.6. Flujo de caja de los proyectos del ejemplo 3.17 . . . . .	63
4.1. Cálculo de la TIR usando el método de la línea recta . . . . .	88
4.2. Cálculo de la TIR usando el método de la suma de los dígitos de los años . . . .	89
5.1. Ejemplo del cálculo de tamaño económico de un lote . . . . .	97
5.2. Diez alternativas comparadas en base a la TIR . . . . .	101
5.3. Alternativas para la localización de una carretera en base al análisis $B - C$ (Costos Anuales en miles de \$) . . . . .	101
5.4. Planes o alternativas para la localización de la carretera según el análisis $\frac{B}{C}$ . . .	102
6.1. Datos de los sistemas de iluminación . . . . .	112
6.2. Puntos de equilibrio entre las alternativas . . . . .	114
7.1. Cálculo de la vida económica de una tubería nueva . . . . .	126
7.2. Cálculo de la vida económica de cierto equipo . . . . .	128
8.1. Costos asociados con el vertedero . . . . .	141
8.3. Valores asignados a cada resultado . . . . .	142
10.1. Método cualitativo por puntos para la localización (Fuente: Sapag, 2000) . . . .	181
12.1. Cálculo del Valor Presente para hallar la TIR . . . . .	200





# Prólogo

Durante muchos años, con la vigencia del Plan de Estudios seguido por la EISULA hasta el semestre B2003, se utilizó como material de apoyo para el curso de **Ingeniería Económica** los apuntes elaborados por Haynes (1979) basados en el libro de Grant y Ireson (1976). Varias generaciones de ingenieros de sistemas se formaron con dichos apuntes. Este material, sin embargo, requería por una parte, ser reeditado, corregido y actualizado, y por otra, hacía falta incluirle los aspectos propios de la Evaluación de Proyectos en un todo de acuerdo con las exigencias del contenido programático de la asignatura **Evaluación de Proyectos**, curso obligatorio para la opción de Investigación de Operaciones, incluida en el nuevo plan de estudios vigente a partir del semestre B-2003.

Por lo anterior es que nos hemos propuesto la tarea de elaborar estos apuntes como material de apoyo al estudiante del curso de Evaluación de Proyectos, en parte, a partir de los apuntes elaborados por Haynes (1979), que además contemple todos los aspectos del contenido programático aprobado en el nuevo plan de estudios de la carrera de Ingeniería de Sistemas y que facilite el proceso de enseñanza-aprendizaje, pues el estudiante tendrá a su disposición una guía con la cual prepararse y, sobre todo, un material de apoyo a seguir durante las clases sin perder mayor tiempo tomando apuntes, concentrándose en el contenido de cada clase. Sin embargo, estos apuntes, como bien lo notaba la Prof. Haynes, no son un sustituto de un buen texto, ni pretenden cubrir todas las explicaciones e implicaciones que se darán en la clase. El estudiante tendrá que completar estos apuntes con sus propias anotaciones en las clases y a través de las lecturas asignadas y consultas bibliográficas respectivas.

Es nuestra intención continuar con la labor de actualización y mejoras de estos apuntes, gracias a las nuevas tecnologías informáticas, que nos permiten intervenir oportunamente sobre éstos para modificarlos.

Queremos agradecer la gentileza de la Prof. Haynes al permitirnos realizar todas las modificaciones por nosotros sugeridas, apoyando en todo momento este trabajo, logrando un resultado que, esperamos, sea del agrado y provecho del lector. Buena continuación de lectura!

Prof. Vicente Ramírez  
Departamento de Investigación de Operaciones

Facultad de Ingeniería  
Universidad de Los Andes  
Mérida - Venezuela  
Mayo de 2007



# Capítulo 1

## Conceptos básicos en la Formulación y Evaluación de Proyectos de Inversión

### 1.1. Introducción

Este curso se puede considerar como un primer paso para apoyar la toma de decisiones. Consideremos el proceso total que se puede representar esquemáticamente en la figura 1.1.

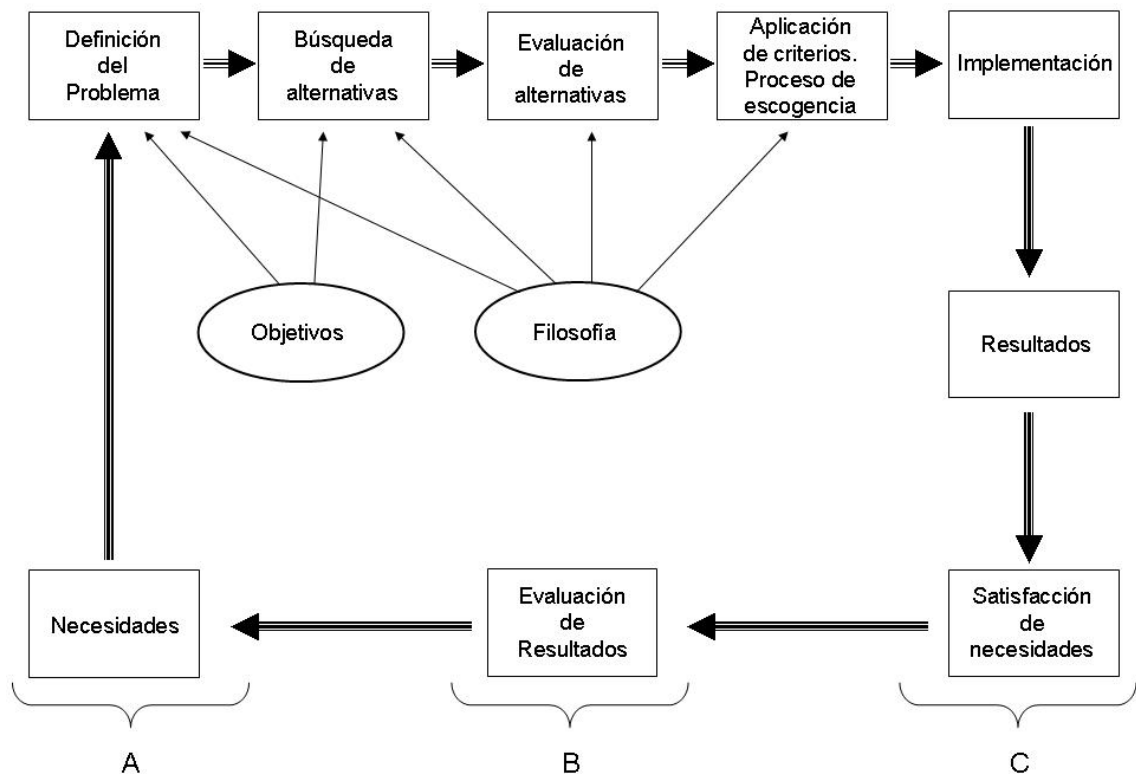


Figura 1.1: Proceso general de Análisis de Problemas

La parte A la realizan normalmente los encargados de formular las políticas de una compañía.

La parte B involucra normalmente al ingeniero. Este curso trata sobre un conjunto de criterios económico-financieros para la evaluación de alternativas y/o proyectos de inversión.

La parte C involucra a la sociedad, la organización, los accionistas, pues son ellos quienes indican el modo de escoger entre alternativas de inversión.

A lo largo del curso se aprenderán los conceptos y técnicas relacionadas con la Formulación de Proyectos de Inversión y la Ingeniería Económica.

La definición del problema, que se indica en la figura 1.1, consistirá en este curso, en formular propuestas de inversión y evaluarlas a la luz de ciertos criterios técnicos, económicos y financieros, para dar elementos que apoyen la decisión de quien desee invertir en un negocio o empresa.

Sin embargo, en el área de la definición de un problema, en cualquier campo de estudio, es donde el Ingeniero de Sistemas puede jugar un papel importante. La misma definición del problema determinará las alternativas propuestas para su solución y estará basada en el *weltanschauung* o perspectiva personal del investigador. Tanto las alternativas concebidas como el planteamiento del problema reflejan en algún grado la filosofía y experiencia de quien esté haciendo el análisis.

## 1.2. Definiciones

El tema principal del curso es cómo juzgar si una propuesta de inversión, resultará beneficiosa en el tiempo, tanto técnica como económica y financieramente. Esa propuesta de inversión es lo que denominaremos un **Proyecto** que responderá al planteamiento de una situación problemática que busca, entre otras cosas, la satisfacción de una necesidad humana.

Según Baca 2006 un Proyecto de Inversión se puede describir como un plan para crear una empresa que si se le asigna determinado monto de capital y se le proporcionan insumos de varios tipos, podrá producir un bien o un servicio, útil al ser humano o a la sociedad.

Por ello, se estudia en este curso dos temas principalmente:

La **Ingeniería Económica** es el estudio de criterios económicos/financieros para evaluar decisiones sobre inversiones por medio de técnicas para calcular los beneficios y costos de alternativas que tienen flujos de dinero distintos.

La **Formulación y Evaluación de Proyectos** añade a los criterios económicos/financieros de la Ingeniería Económica, los estudios referentes a lo técnico, al mercado del bien o producto que se produciría si se lleva a cabo el proyecto y al impacto tanto social como ambiental de la

empresa que se crearía, de tal forma que la producción del bien o servicio se haga de manera eficiente, segura y rentable.

Por otra parte, una **Alternativa** es una opción independiente para resolver una situación dada.

1. Es necesario definir claramente las alternativas y evaluar los beneficios y costos de todas ellas.
2. Si no se reconoce una buena alternativa se puede tomar una decisión mala. *No hacer nada (NHN)* es siempre una alternativa.
3. La mejor alternativa de un conjunto de alternativas malas va a ser una alternativa mala.
4. Por cada alternativa que se añade se aumenta el costo de la evaluación. Evidentemente se necesita encontrar un balance entre una inversión grande en buscar alternativas y la falta de incluir alternativas.
5. Las alternativas deben ser apropiadas y relevantes con el objetivo final. Realizar un análisis preliminar a cada una, aplicando este criterio, a veces sirve para eliminar ciertas alternativas que no son tales.

### Ejemplo 1.1.

Considere la decisión de como ir de Mérida a Caracas. ¿Cuáles son las alternativas? En discusiones con alumnos hemos considerado alternativas como ir en avión, en carro, en autobús, en por puesto, a pie, en cola, en moto, en patines, en bicicleta, en burro, a caballo, etc.

Ahora bien, si consideramos el presupuesto y si no disponemos de más de BsF60 habrá que eliminar la alternativa de ir en avión. En este caso, **no** es una alternativa. Por otra parte, si el objetivo es llegar a Caracas en 24 horas, evidentemente hay alternativas que no son compatibles con este objetivo y, por lo tanto, no debemos considerarlas.

El ejemplo descrito es trivial y este proceso de eliminación de alternativas incompatibles o no factibles con el objetivo final, se haría en este ejemplo inconscientemente, pero cuando se trata de un problema complejo habrá que analizar bien lo que constituye una alternativa factible para dicho problema.

### Consecuencias de las distintas alternativas identificadas

1. Las decisiones se deben basar sobre las consecuencias de las distintas alternativas. Cuando se trata de decisiones sobre inversiones hay que hacer estimaciones sobre valores futuros a veces difíciles y siempre en aproximaciones.

2. Las consecuencias deben ser conmesurables, es decir, que se deben expresar las consecuencias de todas las alternativas en las mismas unidades para poder compararlas (esta unidad es el dinero: bolívares, dólares, libras, euros, etc.)
3. Antes de establecer procedimientos para la formulación y evaluación de proyectos es imprescindible decidir de quién es el punto de vista que se va a adoptar. En cuanto se trate de una industria privada ésto es evidente, pero en el sector público la situación es más complicada.
4. Las consecuencias que todas las alternativas tienen en común son irrelevantes; el pasado es una característica que todas las alternativas tienen en común y por eso no debe influir en la decisión que se tome.

### Ejemplo 1.2.

Considere la decisión de instalar un sistema de iluminación en una fábrica. Examinando las consecuencias podemos encontrar las siguientes ventajas del nuevo sistema comparado con el sistema actual. Ver la tabla 1.1

Supongamos que la iluminación es igual bajo ambas alternativas.

Tabla 1.1: Ventajas del nuevo sistema de iluminación comparado con el sistema actual

Ventajas	Desventajas
1.- Las bombillas duran más tiempo.	1.- Alto costo inicial.
2.- Más económico porque consume menos energía.	2.- Bombillas más caras.
3.- No hay que reemplazarlas tan a menudo.	3.- Habrá que perder 2 días de trabajo para cambiar las instalaciones.
4.- El costo de la mano de obra para reemplazar es menor.	4.- Se pierde parte de la inversión en las viejas unidades.
5.- Se pueden vender las viejas unidades.	

Basado en este análisis: ¿Cuál sistema es mejor? ¿El actual o el nuevo? El problema es que aunque hay “5 ventajas” y “4 desventajas”:

- No se sabe que peso dar a cada una de las ventajas y/o desventajas.
- Las “ventajas” no son independientes. Por ejemplo: La ventaja 4 podría resultar de ventaja 3.



- Las ventajas y desventajas no son independientes. Por ejemplo: “ventaja 5” y “desventaja 4”
- Finalmente y tal vez lo fundamental: estas consecuencias no son conmensurables. Para analizar este problema planteado como un problema económico habrá que expresar estas consecuencias en función de sus efectos económicos, es decir, la influencia que tenga cada consecuencia en el costo del proyecto.

### 1.3. Tipos de proyectos

De acuerdo con Sapag (2000), se pueden distinguir dos tipos de proyectos de inversión:

**Según la finalidad del estudio** de lo que se desea evaluar, pudiendo ser: estudios para medir la rentabilidad del proyecto, estudios para medir la rentabilidad de los recursos propios y estudios para medir la capacidad del propio proyecto para enfrentar los compromisos de pago asumidos en un eventual endeudamiento.

**Según el objeto de la inversión** si lo que se persigue es crear una nueva empresa o si se quiere evaluar un cambio o mejora en una empresa existente.

Siempre es posible combinar estos estudios. En nuestro curso esto dependerá del proyecto en particular y, obviamente, de los objetivos propuestos en cada caso.

### 1.4. El proceso de formulación y evaluación de proyectos de inversión

En la literatura sobre formulación y evaluación de proyectos (véase, por ejemplo Baca, 2006 y Sapag, 2000) se pueden identificar tres niveles de profundidad en un estudio de evaluación de proyectos:

**Perfil o identificación de la idea** que resulta del juicio u opinión de expertos y en términos monetarios presenta sólo cálculos globales de las inversiones, costos e ingresos.

**Factibilidad** que profundiza en el estudio de mercado, detalla los procesos productivos y la tecnología y determina los costos e ingresos totales y la rentabilidad de la inversión. Constituye la base para la toma de la decisión.

**Proyecto definitivo** que contiene básicamente toda la información del estudio de factibilidad, pero a mayor detalle, tales como planos, contratos, cotizaciones de inversión. Por lo tanto, el proyecto definitivo no debería modificar la decisión tomada a partir del estudio de factibilidad.

En este curso nos concentraremos en el estudio de factibilidad.

## 1.5. Estudios en la formulación y evaluación de proyectos

La formulación y evaluación de proyectos conllevan a la realización de diferentes estudios, que tienen por objetivo proveer información relevante para la determinación de la factibilidad de la inversión.

**El estudio de mercado** debe proveer información sobre el producto o servicio que se realizará a partir del proyecto. Recuérdese que dicho producto o servicio tiene como finalidad satisfacer una necesidad humana, por lo tanto, debe medirse el nivel de aceptación por parte de los consumidores (demanda del bien o servicio), así como cuantificarse el impacto que tendrá la inserción en el mercado (oferta del bien o servicio, análisis de los precios y mercado de los insumos requeridos). En este estudio se hace uso de diferentes técnicas de proyección del mercado, tanto para estimar la demanda como para estimar la posible competencia. De igual manera es importante considerar la comercialización del bien o servicio a producir.

**El estudio técnico** debe proveer información sobre el proceso de producción del bien o servicio, las técnicas de elaboración, la maquinaria, los insumos, todo lo cual recibe el nombre de Ingeniería del Proyecto. En este estudio se determina el tamaño del proyecto, la localización de la empresa que se crearía y el espacio físico requerido para llevar a cabo el proceso productivo. También se indican en este estudio aspectos relacionados con la organización de la empresa y los diferentes aspectos de orden legal que deben tomarse en cuenta para dar inicio a las operaciones.

**El estudio económico** toma como insumo los elementos identificados en el estudio técnico y estima, a partir de ellos y de los precios probables de mercado, los costos en los que se incurriría al crear la empresa, tales como inversiones, depreciaciones y amortizaciones, capital de trabajo, etc. También, a partir del estudio de mercado, se estiman los beneficios o ingresos que arrojaría la ejecución del proyecto, así como los valores de salvamento de los elementos que constituyen la inversión. El principal producto de dicho estudio es la construcción del flujo de caja del proyecto.

**El estudio financiero** usa el flujo de caja construido en el estudio económico y, a partir de los criterios de evaluación de alternativas definidos en la Ingeniería Económica, evalúa el proyecto. Este estudio contempla además dos fases de la evaluación muy importantes, a saber: el análisis de sensibilidad y el análisis de riesgo. No podemos olvidar que el flujo de caja es una estimación del futuro y, por lo tanto, no hay certeza de que nuestras estimaciones sean las que en efecto ocurrirán. Es por ello que el análisis de sensibilidad simula diferentes escenarios con el fin de cuestionar la decisión que tomarían los inversionistas ante dichos escenarios. Además, la incertidumbre debemos considerarla pues está en riesgo el capital que se dedicaría y, obviamente, se quiere estar preparado ante eventualidades.

**El estudio de impacto social y ambiental** considera otros aspectos muy relevantes del proyecto en cuanto a su pertinencia desde el punto de vista social y las externalidades que acarrearía la puesta en marcha del proyecto. Cada día es más importante la responsabilidad social de las empresas y se cuestiona que un estudio de proyectos debería internalizar

en sus costos las externalidades por éste generaría. Las evaluaciones privadas deberían obligar al evaluador a incluir los costos de prevención o los necesarios para subsanar el daño que pudiera ocasionar el proyecto de llevarse a cabo. El estudio de impacto social y ambiental es particularmente importante en proyectos del sector público. En el Capítulo 12 se revisan algunos elementos de proyectos del sector público y, además, se listan algunas ideas sobre el tema que pudieran ser consideradas en el caso de las empresas. Por razones de tiempo, no es posible estudiar con detalle todo el material en este curso.

## 1.6. Criterios y procedimientos para la toma de decisiones sobre inversiones

1. Es necesario tener un criterio que se aplique a las consecuencias de cada alternativa para poder escoger entre ellas. Para decisiones sobre inversiones estas consecuencias se deben expresar en flujos de dinero en el tiempo. No es siempre posible expresar todas las consecuencias en términos monetarios. Muchas veces hay que dar peso también a factores intangibles (valor artístico, humano).
2. En la formulación y evaluación de proyectos se aplican criterios para escoger la alternativa que hace el mejor uso de los recursos escasos.
3. Hasta donde sea posible se deben separar las decisiones. Por ejemplo, la decisión sobre el modo de financiamiento (que es parte del estudio financiero) se puede separar de la decisión de escoger entre varios equipos (que es parte del estudio técnico).
4. A veces hay efectos secundarios que no se toman en cuenta en decisiones individuales. Puede ser necesario examinar las interrelaciones que existen entre varias decisiones antes de tomar una decisión individual, es decir, considerar el punto de vista de sistemas (la idea de que el todo es más que la suma de sus partes).

## 1.7. Ejercicios propuestos

1. El dueño de un carro por puesto ha perdido muchos días de trabajo por fallas mecánicas durante los últimos 6 meses. Teme que si esto continúa no podrá cubrir sus costos de vida. ¿Cuáles alternativas sugiere para él? ¿Qué consecuencias traen estas alternativas? (Defina en primer lugar su objetivo).
2. ¿Cuáles son las alternativas factibles de alojamiento para usted como estudiante aquí en Mérida? ¿Influye el factor de transporte? ¿Cómo lo evaluaría? Defina sus criterios personales para escoger entre las alternativas sugeridas.
3. ¿Cuál cree usted es la importancia de las variables ambientales en un proyecto de inversión?
4. ¿Cómo cree usted que la estructura organizativa de un proyecto y el diseño de los procedimientos administrativos puedan afectar a los costos de operación del proyecto y a las inversiones?
5. Haga una lista de proyectos de inversión productivos. ¿Cuál estudiaría y por qué?

## Capítulo 2

# Herramientas básicas de Ingeniería Económica

### 2.1. Interés

**Interés:** Es el dinero pagado por el uso de dinero prestado ó interés es la renta obtenida por la inversión productiva del dinero.

**Tasa de interés:** Es la razón entre la ganancia producida por unas inversiones y la inversión misma en un período de tiempo dado.

**Factores que influyen en establecer la tasa de interés:** Riesgo, costo de oportunidad, costos administrativos y preferencias hacia el tiempo.

**Interés simple:** el interés  $I$ , por pagar cuando se cancela el préstamo  $P$ , es proporcional al tiempo de duración del mismo.

$$I = Pni \quad (2.1)$$

Donde  $n$  es el número de períodos e  $i$  es la tasa de interés para este período. La cantidad total  $F$ , ahorrada (o a pagar), si se deja que los intereses se acumulen está dada por:

$$F = P + Pni = P(1 + ni) \quad (2.2)$$

**Interés compuesto:** el interés se acumula al final de cada período. En el caso anterior el interés al final del primer período es  $iP$ . Para calcular el interés a pagar en el segundo período, se considera que el importe inicial es  $P + iP$ . Siempre en el curso, como es normal en la vida real, el interés se refiere a interés compuesto. Como se mostrará en la sección 2.3 las fórmulas correspondientes son:

$$I = (1 + i)^n P - P = ((1 + i)^n - 1)P \quad (2.3)$$

$$F = (1 + i)^n P \quad (2.4)$$

## 2.2. Equivalencia

### 2.2.1. Características de planes de pago

En la Tabla 2.1 se muestran 4 planes para pagar un préstamo de \$10.000 en 10 años con una tasa de interés anual del 6 %.

**Plan I** No se paga ninguna parte del préstamo hasta el último año cuando se lo devuelve todo. Cada año (por 9 años) se paga solamente el interés (6 % del préstamo por el uso de los fondos). El último año se paga el interés correspondiente a este año más el préstamo, es decir \$10.600.

**Plan II y Plan III** En estos planes se paga parte del préstamo cada año más el interés. En el Plan II se paga una décima parte del préstamo (cada año) más el interés correspondiente. El Plan III es un plan que hace que la suma del interés más el pago del préstamo, resulte en una serie de pagos iguales, llamada una serie de pagos uniformes.

**Plan IV** En éste no se paga ni préstamo ni intereses hasta el último año, cuando se tiene que pagar el préstamo más los intereses acumulados. El interés está compuesto cada año pero se paga al final del período.

Cada serie de pagos devuelve un préstamo de \$10.000 con la misma tasa de interés de 6 % y en este sentido son equivalentes a pesar que la suma total de los pagos difiera en cada plan y los pagos tengan flujos monetarios distintos en el tiempo. Los planes son equivalentes desde el punto de vista del prestatario porque puede conseguir un préstamo de \$10.000 con la promesa de pagar cualquiera de las series de pagos. Desde el punto de vista del prestamista son equivalentes porque con \$10.000 ahora puede conseguir cualquiera de los 4 flujos de pagos, ganándose 6 % de interés. Cualquier otra serie que devolviera \$10.000 con una tasa de interés de 6 % será equivalente a \$10.000 ahora.

### 2.2.2. Definición de Equivalencia

Cualquier pago futuro o serie de pagos futuros que reembolse una cantidad actual de dinero, con intereses a una tasa establecida, se dice que son equivalentes entre si. Esto es una consecuencia directa del valor del dinero en el tiempo. Por ejemplo, BsF10.000 hoy son equivalentes a BsF11.000 al cabo de un año, a BsF12.100 al cabo de dos años, a BsF13.310 al cabo de 3 años y así sucesivamente, si el interés es del 10 % anual.

La cantidad actual de dinero mencionada en el párrafo anterior recibe el nombre de **Valor Presente**.

### Definición de Valor Presente

El valor presente de una serie de pagos es la cantidad actual que se puede conseguir con la promesa de hacer esta serie de pagos en el futuro ó es la inversión necesaria para asegurar una serie de pagos futuros (ó un pago futuro).

El valor presente de una serie de pagos depende de la tasa de interés.

Tabla 2.1: Cuatro planes de pago de un préstamo de \$10.000 sobre un plazo de 10 años con una tasa de interés del 6 % anual (Grant y Ireson, 1976)

Plan	Fin de año	Interés (6 % de la deuda al inicio del año)	Deuda total antes del pago al final del año	Pago al final del año	Deuda restante después del pago al final del año
Plan I	0				\$10.000
	1	\$600	\$10.600	\$600	10.000
	2	600	10.600	600	10.000
	3	600	10.600	600	10.000
	4	600	10.600	600	10.000
	5	600	10.600	600	10.000
	6	600	10.600	600	10.000
	7	600	10.600	600	10.000
	8	600	10.600	600	10.000
	9	600	10.600	600	10.000
	10	600	10.600	10.600	0
Plan II	0				\$10.000
	1	\$600	\$10.600	\$1.600	9.000
	2	540	9.540	1.540	8.000
	3	480	8.480	1.480	7.000
	4	420	7.420	1.420	6.000
	5	360	6.360	1.360	5.000
	6	300	5.300	1.300	4.000
	7	240	4.240	1.240	3.000
	8	180	3.180	1.180	2.000
	9	120	2.120	1.120	1.000
	10	60	1.060	1.060	0
Plan III	0				\$10.000
	1	\$600,00	\$10.600,00	\$1.358,68	9.241,32
	2	554,48	9.795,80	1.358,68	8.437,12
	3	506,23	8.943,35	1.358,68	7.584,67
	4	455,08	8.039,75	1.358,68	6.681,07
	5	400,86	7.081,93	1.358,68	5.723,25
	6	343,40	6.066,65	1.358,68	4.707,98
	7	282,48	4.990,45	1.358,68	3.631,77
	8	217,91	3.849,68	1.358,68	2.491,00
	9	149,46	2.640,46	1.358,68	1.281,78
	10	76,90	1.358,68	1.358,68	0,00

Plan IV	0				\$10.000
	1	\$600,00	\$10.600,00	\$0,00	10.600,00
	2	636,00	11.236,00	0,00	11.236,00
	3	674,16	11.910,16	0,00	11.910,16
	4	714,61	12.624,77	0,00	12.624,77
	5	757,49	13.382,26	0,00	13.382,26
	6	802,94	14.185,20	0,00	14.185,20
	7	851,11	15.036,31	0,00	15.036,31
	8	902,18	15.938,49	0,00	15.938,49
	9	956,31	16.894,80	0,00	16.894,80
	10	1.013,69	17.908,49	17.908,49	0,00

### Dependencia de la equivalencia en la tasa de interés

Se mostró que los planes son equivalentes porque pagan el préstamo de \$10.000 con la misma tasa de interés de 6 %. Estas series no serían equivalentes si la tasa de interés no fuese 6 %. Si  $i < 6\%$ , las series pagarían un préstamo mayor y, si  $i > 6\%$ , no alcanzarían a pagar el préstamo más intereses. La tabla 2.2 muestra como el valor presente de las cuatro series varía según diferentes tasas de interés.

Tasa de interés	Plan I	Plan II	Plan III	Plan IV
0 %	\$16.000	\$13.300	\$13.590	\$17.910
2 %	\$13.590	\$12.030	\$12.210	\$14.690
4 %	\$11.620	\$10.940	\$11.020	\$12.100
6 %	\$10.000	\$10.000	\$10.000	\$10.000
8 %	\$8.660	\$9.180	\$9.120	\$8.300
10 %	\$7.540	\$8.460	\$8.350	\$6.900

Tabla 2.2: Valor presente de las series de pagos como función de  $i$



- Si el interés es  $i < 6\%$ , el plan IV tiene el mayor valor presente.
- Si el interés es  $i = 6\%$ , todos los planes son equivalentes porque tienen el mismo valor presente.
- Si el interés es  $i > 6\%$ , se ve que para  $i = 8\%$  ó  $10\%$  el plan II tiene el mayor valor presente.

## 2.3. Fórmulas de interés

Se empleará la siguiente notación en el desarrollo de las fórmulas y en estos apuntes-texto:

$P$  = Valor Presente ó Inversión Inicial.

$F$  = Valor Futuro al final de  $n$  períodos.

$n$  = Número de períodos.

$i$  = Tasa de interés por período.

$A$  = Pago al final del año en una serie uniforme de  $n$  pagos en  $n$  períodos. La serie es equivalente a  $P$  con una tasa de interés  $i$ .

$G$  = Gradiente uniforme.

$I_n$  = Interés total acumulado después de  $n$  períodos.

### 2.3.1. Hallar $F$ dado $P$ : $(F/P, i, n)$

Si se invierte  $P$  por  $n$  años,  $F$  será la cantidad acumulada al final de los  $n$  años, o sea, el valor futuro de  $P$ .

Tabla 2.3: Forma de hallar  $(F/P, i, n)$

Período	Interés	Cantidad acumulada
1	$iP$	$P + iP = P(1 + i)$
2	$iP(1 + i)$	$P(1 + i) + iP(1 + i) = P(1 + i)^2$
3	$iP(1 + i)^2$	$P(1 + i)^2 + iP(1 + i)^2 = P(1 + i)^3$
·	·	·
·	·	·
$n$	$iP(1 + i)^{n-1}$	$F = P(1 + i)^n$

Entonces:

$$F = P(1 + i)^n \quad (2.5)$$

Llamamos a  $(1 + i)^n$  el factor de  $F$  dado  $P$  y lo escribimos  $(F/P, i, n)$ .

### 2.3.2. Hallar $P$ dado $F$ : $(P/F, i, n)$

De 2.5 tenemos:

$$P = F(1 + i)^{-n} \quad (2.6)$$

Se utilizan las tablas de Ingeniería Económica para calcular el valor de los factores: Por ejemplo:  $(F/P, i, n) = (1 + i)^n$  está calculado para varios valores de  $i$  y de  $n$  y buscando en la tabla bajo los valores correspondientes de  $i$  y de  $n$  se halla el valor del factor para convertir un  $P$  a su correspondiente valor final (y viceversa).

### 2.3.3. Hallar $F$ dado $A$ : $(F/A, i, n)$

Suponga una serie de  $n$  pagos de  $A$ . La tabla 2.4 muestra el cálculo del valor futuro al final de  $n$  años para cada valor  $A$ .

Tabla 2.4: Forma de hallar  $(F/A, i, n)$

Período	Cantidad invertida	Valor futuro al final de $n$ años
1	$A$	$A(1 + i)^{n-1}$
2	$A$	$A(1 + i)^{n-2}$
3	$A$	$A(1 + i)^{n-3}$
·	·	·
·	·	·
$n - 1$	$A$	$A(1 + i)$
$n$	$A$	$A$

Entonces, el total  $F$  acumulado al final de los  $n$  años, es decir, la suma de las cantidades de la columna *Valor futuro al final de  $n$  años* de la Tabla 2.4, está dado por:

$$F = A[(1+i)^{n-1} + (1+i)^{n-2} + \dots + (1+i) + 1] \quad (2.7)$$

La cual se multiplica por  $(1+i)$  para obtener:

$$(1+i)F = A[(1+i)^n + (1+i)^{n-1} + \dots + (1+i)^2 + (1+i)] \quad (2.8)$$

Luego se resta la ecuación 2.8 de la ecuación 2.7

$$iF = A[(1+i)^n - 1]$$

$$F = A \frac{(1+i)^n - 1}{i} \quad (2.9)$$

El factor  $\frac{(1+i)^n - 1}{i}$  se escribe  $(F/A, i, n)$ .

#### 2.3.4. Hallar $A$ dado $F$ : $(A/F, i, n)$

Por consiguiente:

$$A = F \frac{i}{(1+i)^n - 1} \quad (2.10)$$

Estos factores también están calculados con varias tasas de interés y varios valores de  $n$  en las tablas de interés.

#### 2.3.5. Hallar $A$ dado $P$ : $(A/P, i, n)$

Dado que  $A = F \frac{i}{(1+i)^n - 1}$  y  $F = P(1+i)^n$  entonces:

$$A = P \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \quad (2.11)$$

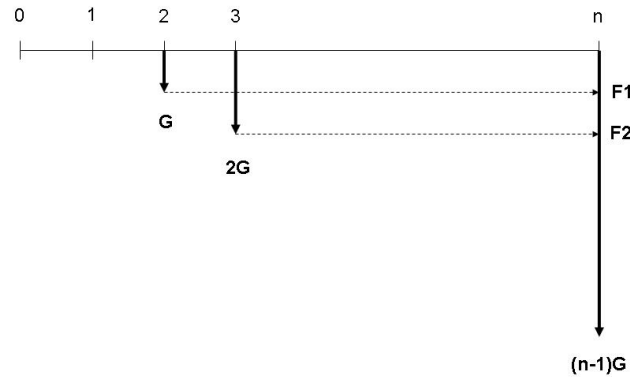
#### 2.3.6. Hallar $P$ dado $A$ : $(P/A, i, n)$

De 2.11 tenemos:

$$P = A \frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \quad (2.12)$$

### 2.3.7. Hallar $A$ dado $G$ : $(A/G, i, n)$

Se puede convertir una serie con gradiente a una serie uniforme. Ilustramos el caso en la figura 2.1.



**Figura 2.1:** Representación gráfica de la conversión de una serie con gradiente a una serie uniforme

Consideramos una serie cuyo gradiente empiece en el año 2 y calculamos el valor futuro en el año  $n$ . Se puede considerar el futuro como la suma de varias series de pagos uniformes: una de un pago anual de  $G$  empezando en el año 2 por  $n - 1$  años; una de un pago anual de  $G$  empezando en el año 3 por  $n - 2$  años, etc. de donde:

$$F_1 = G(F/A, i, n - 1)$$

$$F_2 = G(F/A, i, n - 2)$$

...

$$F_n = G$$

Haciendo explícitos los factores se tiene:

$$F = G \left[ \frac{(1+i)^{n-1} - 1}{i} + \frac{(1+i)^{n-2} - 1}{i} + \dots + \frac{(1+i) - 1}{i} \right]$$

$$F = \frac{G}{i} [(1+i)^{n-1} + (1+i)^{n-2} + \dots + (1+i) - (n-1)]$$

$$F = \frac{G}{i} [(1+i)^{n-1} + (1+i)^{n-2} + \dots + (1+i) + 1] - \frac{nG}{i}$$

donde  $(1+i)^{n-1} + (1+i)^{n-2} + \dots + (1+i) + 1$ , serie geométrica, es el factor de capitalización de una cantidad anual de 1 por  $n$  años. Vea la ecuación 2.9. Por lo tanto,

$$F = \frac{G}{i} \left[ \frac{(1+i)^n - 1}{i} \right] - \frac{nG}{i} \quad (2.13)$$

Ahora usando la ecuación 2.10, es decir,  $A = F \frac{i}{(1+i)^n - 1}$ , y sustituyendo en ella  $F$  por 2.13 se tiene:

$$\begin{aligned} A &= \frac{G}{i} \left[ \frac{(1+i)^n}{i} - n \right] \left[ \frac{i}{(1+i)^n - 1} \right] \\ A &= \frac{G}{i} - \frac{nG}{(1+i)^n - 1} \\ A &= G \left[ \frac{1}{i} - \frac{n}{(1+i)^n - 1} \right] \end{aligned} \quad (2.14)$$

### 2.3.8. Hallar $P$ dado $G$ : $(P/G, i, n)$

También se puede mostrar, de manera similar a lo hecho para encontrar  $A$  dado  $G$  que

$$P = G(P/G, i, n) = G(A/G, i, n)(P/A, i, n) \quad (2.15)$$

## 2.4. Representación gráfica de los factores de interés

Estos factores de interés se pueden representar en “flujogramas”, ilustrados en la figura 2-2. Estos flujogramas son muy útiles para comparar los flujos de pagos y recibos de diferentes alternativas. Se recomienda al estudiante que siempre realice un flujograma para aclarar las diferencias entre los planes que se estén evaluando.

La figura 2.2 muestra la representación gráfica del Factor de Capitalización:  $(F/P, i, n)$ .

La figura 2.3 muestra la representación gráfica del Factor del Valor Presente:  $(P/F, i, n)$ .

La figura 2.4 muestra la representación gráfica del Factor de Capitalización de una Serie Uniforme:  $(F/A, i, n)$ .

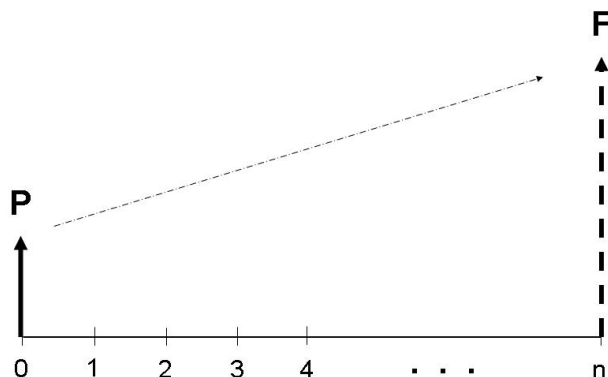
La figura 2.5 muestra la representación gráfica del Factor de Valor Presente de una serie uniforme:  $(P/A, i, n)$ .

La figura 2.6 muestra la representación gráfica del Factor de Amortización:  $(A/F, i, n)$ .

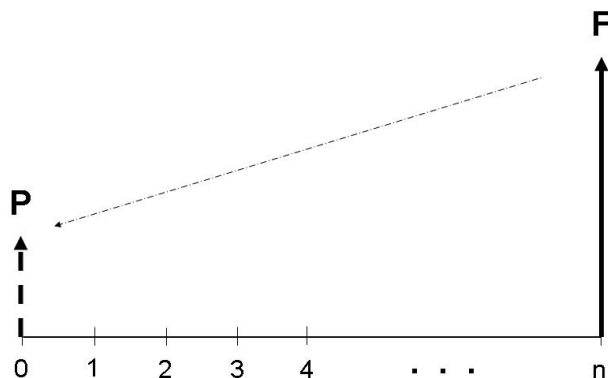
La figura 2.7 muestra la representación gráfica del Factor de Recuperación de Capital:  $(A/P, i, n)$ .

La figura 2.8 muestra la representación gráfica del Valor Presente de una serie con Gradiente:  $(P/G, i, n)$ .

La figura 2.9 muestra la representación gráfica del factor de conversión de una serie con gradiente a una serie uniforme:  $(A/G, i, n)$ .



**Figura 2.2:** Factor de Capitalización:  $(F/P, i, n)$

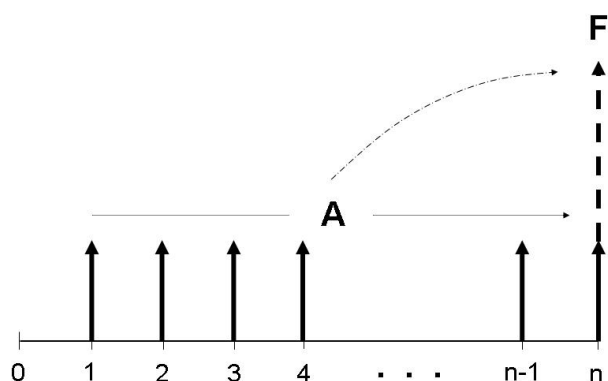


**Figura 2.3:** Factor del Valor Presente:  $(P/F, i, n)$

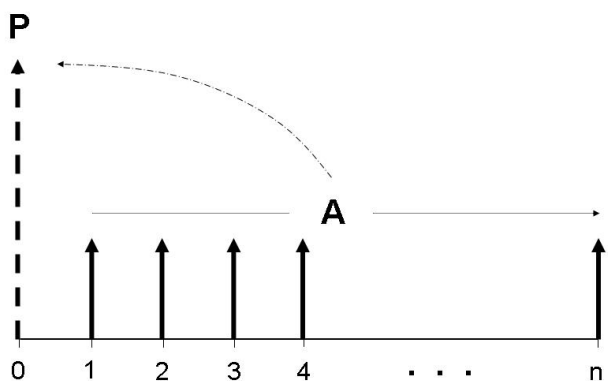
## 2.5. Tasa de interés efectiva y tasa de interés nominal

Muchas veces se hacen préstamos especificando una tasa de interés nominal al año y sin especificar cuando componen el interés. Hay una gran diferencia entre una tasa de interés nominal de 12 %, compuesta mensualmente, y 12 % efectiva compuesta una sola vez al año.

Sea  $i_e$  la tasa de interés efectiva al año. Sea  $r$  la tasa de interés nominal al año compuesta  $m$  veces al año, donde el interés a cobrar en cada período es de  $r/m$  y sobre un préstamo  $P$ , la cantidad que se acumulará al final del año será:



**Figura 2.4:** Factor de Capitalización de una Serie Uniforme:  $(F/A, i, n)$



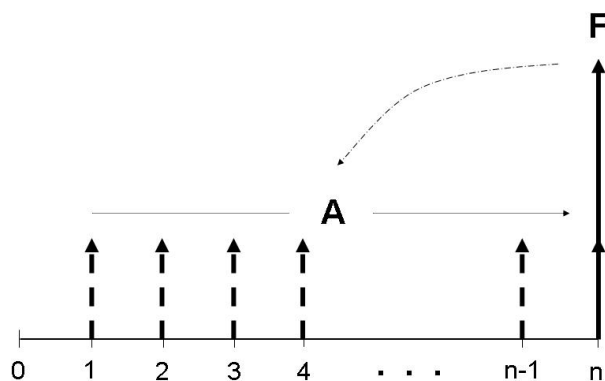
**Figura 2.5:** Factor de Valor Presente de una serie uniforme:  $(P/A, i, n)$

$$F = P\left(1 + \frac{r}{m}\right)^m$$

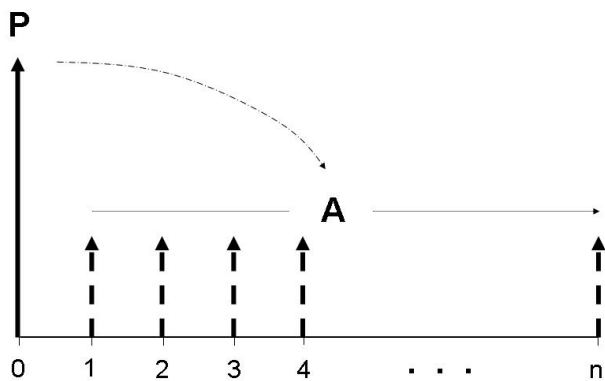
Nos interesa encontrar  $i_e$  **la tasa de interés efectiva** al año, es decir, la tasa  $i_e$  que compuesta una sola vez al año, dará el mismo valor futuro dada una inversión inicial  $P$ . Sabemos que

$$F = P\left(1 + \frac{r}{m}\right)^m$$

$$P(1 + i_e) = P\left(1 + \frac{r}{m}\right)^m$$



**Figura 2.6:** Factor de Amortización:  $(A/F, i, n)$



**Figura 2.7:** Factor de Recuperación de Capital:  $(A/P, i, n)$

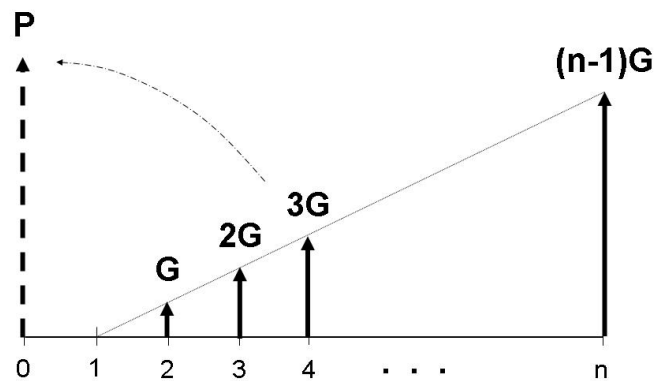
$$i_e = \left(1 + \frac{r}{m}\right)^m - 1 \quad (2.16)$$

Esta fórmula permite calcular la tasa de interés efectiva anual de una tasa nominal anual  $r$  compuesta  $m$  veces al año. Es interesante trabajar con tasas de interés efectivas para poder tener una base de comparación de varios planes.

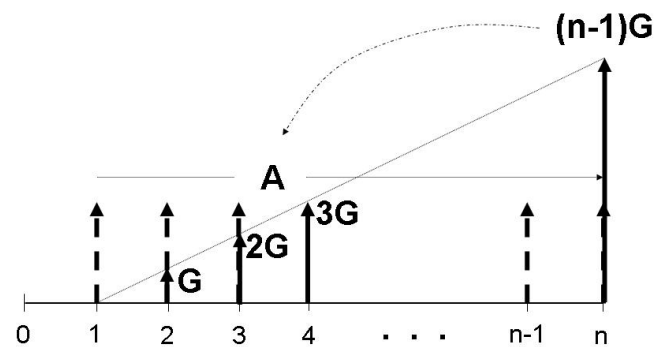
También se puede calcular  $i_e$  de las tablas ya que,

$$i_e = \left(1 + \frac{r}{m}\right)^m - 1$$





**Figura 2.8:** Valor Presente de una serie con Gradiente:  $(P/G, i, n)$



**Figura 2.9:** Conversión de una serie con gradiente a una serie uniforme:  $(A/G, i, n)$

$$i_e = (F/P, \frac{r}{m}, m) - 1 \quad (2.17)$$

## 2.6. Interés continuo

Considere una cantidad  $P$  invertida por  $n$  años a una tasa de interés nominal  $r$  compuesta  $m$  veces al año

$$F = P(1 + \frac{r}{m})^{mn}$$

si sustituimos  $\frac{m}{r}$  por  $k$ , luego  $m = rk$ , entonces:

$$F = P(1 + \frac{1}{k})^{rkn} = P[(1 + \frac{1}{k})^k]^{rn}$$

Ahora si hacemos tender  $m \rightarrow \infty$ , entonces  $k \rightarrow \infty$ , luego

$$\lim_{n \rightarrow \infty} [(1 + \frac{1}{k})^k] = e$$

$$F = Pe^{rn} \quad (2.18)$$

En la vida real no se usa interés continuo. Sin embargo, esta expresión es útil en modelos económicos cuando se necesita integrar o derivar una función del valor presente ó futuro.

## 2.7. Ejemplos resueltos de problemas típicos utilizando factores de interés

### 2.7.1. Ejemplos de la conversión de un sólo pago en cierta fecha a un sólo pago equivalente en otra fecha

**Ejemplo 2.1.** Si se invierte BsF1.000 el 1 de Enero de 2007. ¿Cuánto habrá acumulado el 1 de Enero de 2017 si  $i=6\%$  anual?

*Solución:*

$i = 0,06$ ;  $n=10$  ;  $P = 1.000$ ;  $F = ?$

$F = P(F/P, 6\%, 10)$

$F = 1.000(1,7908)$

$F = \text{BsF}1.791$

**Ejemplo 2.2.** ¿Cuánto se tiene que invertir a una tasa de interés de  $6\%$  anual, el 1 de Enero de 2010 para tener acumulados BsF1.791 el 1 de Enero de 2016? (y lo mismo para 2020?)

*Solución:*

$i = 0,06$ ;  $n = 6$ ;  $F = 1.791$ ;  $P = ?$

$P = F(P/F, 6\%, 6)$

$P = 1.791(0,7050)$

$P = \text{BsF}1.263$

**Ejemplo 2.3.** ¿Cuál es el valor presente el 1 de Enero de 2008 de tener BsF1.263 el 1 de Enero de 2015 si  $i = 6\%$  (y lo mismo para 2014)?

*Solución:*

$i = 0,06$ ;  $n = 7$ ;  $F = 1.263$ ;  $P = ?$

$P = F(P/F, 6\%, 7) = 1.263(0,6651)$

$P = \text{BsF}840$

**Ejemplo 2.4.** Si se invierte BsF2.000 ahora, BsF1.500 en 2 años y BsF1.000 en 4 años, ¿Cuánto se habrá acumulado al final de 10 años, si  $i = 4\%$ ?

*Solución:*

La cantidad acumulada F es la suma de 3 flujos de caja de 10, 8 y 6 años de duración cada uno.

$$P1 = 2.000; P2 = 1.500; P3 = 1.000;$$

$$n1 = 10; n2 = 8; n3 = 6;$$

$$F = F1 + F2 + F3$$

$$F = P1(F/P, 4\%, 10) + P2(F/P, 4\%, 8) + P3(F/P, 4\%, 6)$$

$$F = 2.000(F/P, 4\%, 10) + 1.500(F/P, 4\%, 8) + 1.000(F/P, 4\%, 6)$$

$$F = 2.000(1,4802) + 1.500(1,3686) + 1.000(1,2653)$$

$$F = 2.960 + 2.053 + 1.265$$

$$F = \text{BsF}6.278$$

**Ejemplo 2.5.** ¿Cuál es la cantidad compuesta de BsF1.000 por 64 años con  $i = 4\%$ ?

*Solución:*

No hay factor para 64 años. Por esto, se tiene que llevar los BsF1.000 a un valor en un año futuro de allí al final de 64 años. Por ejemplo:

$$i = 0,04; n = 64; P = 100; F = ?$$

$$F = P(F/P, 4\%, 64) = P(F/P, 4\%, 50)(F/P, 4\%, 14)$$

ó

$$F = P(F/P, 4\%, 64) = P(F/P, 4\%, 60)(F/P, 4\%, 4) = 1.000(10,5196)(1,1699)$$

$$F = \text{BsF}12.307$$

**Ejemplo 2.6.** ¿Cuánto se tiene que invertir en una cuenta de ahorros al 5 % anual para poder sacar BsF1.200 en 5 años, BsF1.200 en 10 años, BsF1.200 en 15 años, BsF1.200 en 20 años, dejando la cuenta vacía al final de los 20 años?

*Solución:*

$$i = 0,05; n1 = 5; n2 = 10; n3 = 15; n4 = 20; F1 = F2 = F3 = F4 = 1.200; P = ?$$

$$P = F1(P/F, 5\%, 5) + F2(P/F, 5\%, 10) + F3(P/F, 5\%, 15) + F4(P/F, 5\%, 20)$$

$$P = 1.200((P/F, 5\%, 5) + (P/F, 5\%, 10) + (P/F, 5\%, 15) + (P/F, 5\%, 20))$$

$$P = 1.200(0,7835 + 0,6139 + 0,4810 + 0,3769)$$

$$P = \text{BsF}2.706,4$$

*Alternativa:*

$$P = F((A/F, 5\%, 5)(P/A, 5\%, 20))$$

$$P = 1.200(0,1897)(12,4620)$$

$$P = \text{BsF}2.706,4$$

## 2.7.2. Ejemplos de la conversión a/o de una serie de pagos uniformes

**Ejemplo 2.7.** ¿Cuánto se tiene que invertir cada año por 7 años, con  $i = 6\%$ , para tener acumulado BsF1.504 en la fecha del último depósito?

*Solución:*

$$\begin{aligned} i &= 0,06; n = 7; F = 1.504; A = ? \\ A &= F(A/F, 6\%, 7) = 1.504(0,11914) \\ A &= \text{BsF}179,2 \end{aligned}$$

**Ejemplo 2.8.** *¿Cuánto habrá acumulado al final de 10 años en un fondo que paga 6 % de interés si se hacen depósitos al final de cada año de BsF114,12?*

*Solución:*

$$\begin{aligned} i &= 0,06; n = 10; A = 114,12; F = ? \\ F &= A(F/A, 6\%, 10) = 114,12(13,181) \\ F &= \text{BsF}1.504 \end{aligned}$$

**Ejemplo 2.9.** *Si se invierte \$840 el primero de enero de 2008, ¿Qué cantidad uniforme se puede sacar de un fondo cada año, por 10 años, dejando nada en el fondo después del último retiro?*

*Solución:*

$$\begin{aligned} i &= 0,06; n = 10; P = 840; A = ? \\ A &= P(A/P, 6\%, 10) = 840(0,13587) \\ A &= \$114,1 \end{aligned}$$

**Ejemplo 2.10.** *¿Cuánto se tiene que invertir el 1° de Enero de 2009 para poder retirar BsF179,2 al final de cada año por 7 años dejando nada en el fondo al final de los 7 años si  $i = 6\%$ ?*

*Solución:*

$$\begin{aligned} i &= 0,06; n = 7; A = 179,2; P = ? \\ P &= A(P/A, 6\%, 7) = 179,2(5,582) \\ P &= \text{BsF}1.000 \end{aligned}$$

**Ejemplo 2.11.** *¿Cuánto habrá acumulado al final de 18 años que justifique un gasto equivalente anual de BsF3566 si  $i = 4\%$ ?*

*Solución:*

$$\begin{aligned} i &= 0,04; N = 18; A = 3.566; F = ? \\ F &= A(F/A, 4\%, 18) = 3.566(25,645) \\ F &= \text{BsF}91.450 \end{aligned}$$

**Ejemplo 2.12.** *Al nacer su hijo, el padre estableció un fondo para pagar su educación. Decidió hacer depósitos anuales uniformes durante 18 años (1° al 18° cumpleaños) para que el hijo pudiera retirar \$2.000 cada año al cumplir 18, 19, 20, y 21 años. Si el fondo paga 4 %, ¿Cuánto tiene que depositar cada año?*

*Solución:* Hay dos series uniformes.

$$i = 0,04; n_1 = 18; A_1 = ?$$

$$n_2 = 4; A_2 = 2.000$$

**Método 1:**

$$A_1 = P(P/A, 4\%, 18)$$

$$A_1 = A_2[(P/F, 4\%, 21) + (P/F, 4\%, 20) + (P/F, 4\%, 19) + (P/F, 4\%, 18)](A/P, 4\%, 18)$$

$$A_1 = 2.000[0,4388 + 0,4564 + 0,4746 + 0,4936]0,079$$

$$A_1 = \$294,4$$

**Método 2:**

$$A_1 = F(A/F, 4\%, 18)$$

$$A_1 = [A_2 + A_2(P/A, 4\%, 3)](A/F, 4\%, 18)$$

$$A_1 = [2.000 + 2000(2,775)](0,03899)$$

$$A_1 = \$294,4$$

**Método 3:**

$$A_1 = A_2(F/A, 4\%, 4)(P/F, 4\%, 21)(A/P, 4\%, 18)$$

$$A_1 = 2.000(4,246)(0,439)(0,079)$$

$$A_1 = \$294,4$$

**Ejemplo 2.13.** ¿Cuánto se puede justificar en gastos cada año por 15 años si se ahorran \$1.000 ahora, \$1.500 en 5 años y \$2.000 en 10 años, con una  $i = 8\%$ ?

*Solución:*

$$i = 0,08; n_1 = 0; n_2 = 5; n_3 = 10$$

$$P_1 = 1000; P_2 = 1500; P_3 = 2000$$

**Método 1:**

$$A = P(A/P, 8\%, 15)$$

$$A = [P_1 + P_2(P/F, 8\%, 5) + P_3(P/F, 8\%, 10)](A/P, 8\%, 15)$$

$$A = [1.000 + 1500(0,6806) + 2000(0,4632)](0,1168)$$

$$A = \$344,33$$

**Método 2:**

$$A = F(A/F, 8\%, 15)$$

$$A = [P_1(F/P, 8\%, 15) + P_2(F/P, 8\%, 10) + P_3(F/P, 8\%, 5)](A/F, 8\%, 15)$$

$$A = [1.00(F/P, 8\%, 15) + 1500(F/P, 8\%, 10) + 2000(F/P, 8\%, 5)](A/F, 8\%, 15)$$

$$A = \$344,33$$

### 2.7.3. Ejemplos de cómo calcular $n$

**Ejemplo 2.14.** ¿Cuántos años se tiene que dejar una inversión de BsF1.000 para que crezca a BsF2.000 si  $i = 3\%$ ?

*Solución:*

$i = 0,03$ ;  $P = 1000$ ;  $F = 2000$ ;  $n = ?$

$F = P(F/P, 3\%, n)$  de donde  $(F/P, 3\%, n) = \frac{F}{P} = \frac{2000}{1000} = 2$

Se determina  $n$  por interpolación entre dos valores del factor  $(F/P, 3\%, n)$  obtenidos de las tablas:

$$n = 23 \implies (F/P, 3\%, 23) = 1,9736$$

$$n = 24 \implies (F/P, 3\%, 24) = 2,0328$$

de donde se obtiene que  $n = 23\frac{1}{2}$  años aproximadamente.

**Ejemplo 2.15.** Si se depositan BsF3.500 ahora con  $i = 4,25\%$  ¿En cuántos años tendrá acumulados BsF7.404?

*Solución:* No hay tablas para  $i = 4,25\%$ , por lo tanto, hay que usar la ecuación 2.4

$i = 0,0425$ ;  $P = 3500$ ;  $F = 7404$ ;  $n = ?$

$$F = P(1 + i)^n \implies (1 + i)^n = \frac{F}{P}$$

$$n \ln(1,0425) = \ln \frac{7404}{3500}$$

$$n = \frac{\ln \frac{7,404}{3,500}}{\ln(1,0425)}$$

$$n = 18 \text{ años}$$

## 2.7.4. Ejemplos de cómo calcular la tasa de interés

**Ejemplo 2.16.** Una acción que cuesta \$80 pagará \$100 en 5 años. ¿Cuál es la tasa de interés?

*Solución:*

$n = 5$ ;  $P = 80$ ;  $F = 100$ ;  $i = ?$

$F = P(F/P, i\%, 5) \implies (F/P, i\%, 5) = \frac{F}{P} = 1,25$

Se interpola de las tablas

$$i = 4,5\% \implies (F/P, 4,5\%, 5) = 1,2462$$

$$i = 5\% \implies (F/P, 5\%, 5) = 1,2763$$

$$i = 0,045 + 0,005 \left( \frac{(1,25 - 1,2462)}{(1,270 - 1,2462)} \right)$$

$$i = 4,56\%$$

**Ejemplo 2.17.** Una inversión ahora de BsF50.000 dará ingresos anuales de BsF7.000 durante 15 años. ¿Cuál es la tasa de rendimiento de la inversión?

*Solución:*

$n = 15$ ;  $P = 50.000$ ;  $A = 7.000$ ;  $i = ?$

$A = P(A/P, i\%, 15) \implies (A/P, i\%, 15) = \frac{A}{P} = 0,14$

Se interpola de las tablas

$$i = 11\% \implies (A/P, 11\%, 15) = 0,13907$$

$$i = 12\% \implies (A/P, 12\%, 15) = 0,14682$$

$$i = 0,11 + 0,001 \left( \frac{(0,14 - 0,13907)}{(0,14682 - 0,13907)} \right)$$

$$i = 11,1\%$$

**Ejemplo 2.18.** Un Banco ofrece un plan de préstamo llamado al “Plan del 7%”. El Banco añade 7% a la cantidad prestada y el prestatario paga  $\frac{1}{12}$  de esta cantidad cada mes durante un año. Si el préstamo es de BsF1.000, el pago mensual es  $\frac{1,000+7\%(1,000)}{12} = \frac{1,070}{12} = BsF89,17$ . ¿Cuál es la verdadera tasa de interés que se tiene que pagar?

*Solución:*

$$n = 12; P = 1.000; A = 89,17; i = ?$$

$$A = P(A/P, i\%, n) \implies (A/P, i\%, n) = \frac{A}{P} = 0,08917$$

Por interpolación

$$i = 1\% \implies (A/P, 1\%, 12) = 0,0885$$

$$i = 1,5\% \implies (A/P, 1,5\%, 12) = 0,0917$$

$$i = 0,01 + 0,005 \left( \frac{0,08917 - 0,0885}{0,0917 - 0,0885} \right)$$

$$i = 1,118\%$$

La tasa de interés nominal al año es  $12 * 1,118\% = 12,13\%$ .

La tasa de interés efectiva al año es  $(1,01118)^{12} - 1 = 14,3\%$ .

### 2.7.5. Ejemplos de uso de gradientes

**Ejemplo 2.19.** Un equipo cuesta \$6.000, tiene una vida de 6 años con un valor de salvamento = 0. Los costos son \$1.500 el primer año, \$1.700 el segundo y aumentará cada año por \$200. ¿Cuál es el costo anual uniforme equivalente si  $i = 12\%$ ?

*Solución:*

$$i = 12\%; P = 6.000; F = 0; A_1 = 1.500; G = 200$$

$$\text{Costo anual equivalente } A = A_1 + A_2 + A_3$$

Donde

$$A_1 = 6.000(A/P, 12\%, 6) = \$1.459$$

$$A_2 = \$1.500$$

$$A_3 = 200(A/G, 12\%, 6) = \$434$$

$$A = \$3.393$$

**Ejemplo 2.20.** Se puede alquilar un equipo pagando \$2.000 de inicial y un pago de alquiler de \$2.400 al final del primer año; \$2.100 al final del segundo año y así sucesivamente \$300 menos cada año. Al final de los 6 años se devuelve el equipo. ¿Cuál es el costo anual equivalente usando  $i = 8\%$ ? ¿Cuál es el valor actual de los gastos?

*Solución:*

$$i = 0,08; n = 6; P_1 = 2.000; A_1 = ?; A_2 = 2.400; A_3 = ?; G = -300; P = ?$$

$$A_1 = 2.000(A/P, 8\%, 6) = \$433$$

$$A_2 = \$2.400$$

$$A_3 = -300(A/G, 8\%, 6) = \$-684$$

$$A = A_1 + A_2 + A_3 = \$2.149$$

Ahora directamente, el valor presente será

$$P = A(P/A, 8\%, 6)$$

$$P = 2.149(P/A, 8\%, 6)$$

$$P = \$9.938$$

o alternativamente:

$$P = 2.000 + 2.400(P/A, 8\%, 6) - 300(P/G, 8\%, 6)$$

$$P = 2.000 + 2.400(4,623) - 300(10,5233)$$

$$P = \$9.938$$

## 2.8. Ejercicios propuestos

1. Calcule la cantidad original de un préstamo, si el interés es 1,5 % mensual, pagadero mensualmente durante un año y el prestatario acaba de hacer el primer pago mensual de BsF240.
2. ¿Cuánto se tiene que invertir hoy, a una tasa de interés del 8 % anual para tener acumulado:
  - a) BsF5.000 en 4 años?
  - b) BsF5.000 en 6 años?
3. ¿Cuánto tengo que invertir en una cuenta de ahorros que paga 9 % para poder retirar \$1.000 en 5 años, \$2.000 en 6 años y \$5.000 al final de 10 años?
4. ¿Cuánto se tiene que depositar hoy en un fondo que paga 6 % anual para poder retirar \$100 anual durante los siguientes 5 años y \$200 anuales los dos años siguientes?
5. ¿Cuánto podría usted gastar ahora para evitar un gasto de BsF5.800 en 8 años si la tasa de interés es 6 %?
6. Se invierte \$200 ahora, \$300 en dos años y \$400 en 4 años. ¿Cuánto habrá acumulado al final de 10 años si  $i = 10\%$ ?
7. Si invierte BsF4.100 hoy ¿Cuánto habrá acumulado al final de 7 años si  $i = 7\%$ ?
8. Si  $i = 7\%$  ¿Qué montos anuales de igual valor son necesarios para pagar las siguientes deudas actuales?
  - a) \$6.000 en 3 años.
  - b) \$8.000 en 4 años.



9. ¿Cuántos pagos de igual valor son necesarios para pagar las siguientes deudas actuales?
  - a) \$10.000 en 2 años si  $i = 10\%$  nominal compuesto semestralmente.
  - b) BsF3.000 en 12 meses si  $i = 1\%$  mensual.
10. Calcule:
  - a) ¿Cuánto pagaría de interés si solicita un préstamo de \$6.000 a un interés de  $1.55\%$  capitalizable mensualmente durante 3 meses?
  - b) ¿Cuál es la tasa de interés efectiva durante los tres meses?
11. ¿Cuál ahorro anual durante 10 años justifica un gasto de BsF50.000 al final de los 10 años si  $i = 12\%$ ?
12. Usando las tablas calcule las tasas de interés aproximadas para las siguientes propuestas:
  - a) BsF2.000 ahora a pagar con BsF160 anual durante 15 años.
  - b) BsF2.000 ahora a pagar con BsF700 anual durante 10 años.
  - c) BsF5.000 ahora a pagar con BsF250 anual durante 20 años.
  - d) BsF50.000 ahora a pagar con BsF2.700 anual para siempre.
  - e) BsF1.000 ahora a pagar con BsF40 anual durante 15 años y más BsF1.000 al final de los 15 años.
13. Si una inversión hoy produce ingresos de \$179,2 anuales durante 7 años ¿Cuál es la tasa de rendimiento si la inversión es de \$10.000?
14. ¿Cuál es el costo anual uniforme equivalente de \$300 el primer año, \$400 el segundo año y aumentos sucesivos de \$100 hasta al año 7 si  $i = 10\%$ ?
15. ¿Cuánto se tiene que depositar en un fondo de amortización para poder retirar \$100 mensual durante 10 años si el fondo paga  $0,5\%$  mensual?
16. ¿Cuánto se tiene que depositar hoy para poder retirar BsF3.000 anual durante 5 años empezando tres años a partir de hoy? (tasa de interés de  $8\%$ ).
17. ¿A qué tasa de interés equivalen \$450 hace un año y \$550 dentro de un año?
18. La Empresa HRR invirtió BsF500.000 en un nuevo proceso hace un año. Acaba de recibir una utilidad de BsF75.000 y la inversión original ha mantenido su valor. ¿Cuál es la tasa de retorno o tasa de interés de la Empresa?
19. Tiene la oportunidad de invertir \$1.000 al  $7\%$  de interés simple anual por tres años o puede invertir los mismos \$1.000 a  $6.5\%$  de interés compuesto anual durante tres años. ¿Cuál oferta prefiere?
20. Se invirtió \$1.000 hace tres años y ahora tiene acumulados \$1.180. ¿Cuál será la tasa de interés anual?

21. ¿Cuánto tiene que pagar anualmente durante 5 años al 8 % anual para tener acumulados BsF3.000 al final del período?
22. ¿Cuánto tiene que gastar ahora para evitar un gasto de BsF58.990 en 20 años si  $i = 6\%$  anual?
23. Si usted compra hoy una finquita en \$100.000. ¿En cuánto tiene que venderla en 5 años si requiere una tasa de retorno de 10 % anual?
24. ¿Cuál es la tasa de interés efectiva en los siguientes casos?
  - a) 18 % nominal al año compuesto cada 6 meses.
  - b) 18 % nominal al año compuesto cada 3 meses.
  - c) 18 % nominal al año compuesto cada 4 meses.
  - d) 18 % nominal al año compuesto mensualmente.
  - e) 1,5 % mensual.
  - f) 2 % cada dos meses.
  - g) 3 % cada seis meses
25. Tarea sobre tasa efectiva de rendimiento.
26. Tarea sobre tasa efectiva de rendimiento.
27. La tasa de interés efectiva es 16,08 % al año. ¿Cuál es la tasa de interés nominal si se la compone mensualmente?
28. Si se invierten \$400 ahora, ¿Cuántos años tiene que dejarlos para tener acumulados \$600, si la tasa de interés es 6 %?
29. ¿Cuántos pagos de \$114,1 anual son necesarios para pagar una deuda de \$840 si  $i = 6\%$ ?
30. El costo anual promedio por usuario de un servicio es  $C$ . Sin embargo, la inflación aumentará este costo por una cantidad  $\Delta$  cada año. ¿Cuál es el costo anual equivalente durante  $n$  años?

Si el número de usuarios aumenta en  $\delta$  cada año, derive una expresión para el costo uniforme equivalente.
31. Se compra un automóvil en BsF30.000 pagaderos en 24 cuotas mensuales de BsF1.450. ¿Cuál es la tasa de interés efectiva al año?
32. ¿Qué pago uniforme durante 8 años, comenzando este año, sería equivalente a gastar hoy BsF4.500, BsF3.300 dentro de 3 años y BsF6.800 dentro de 5 años si la tasa de interés es del 8 % anual?
33. ¿Cuánto dinero se acumulará en 6 años si una persona deposita hoy \$500 y aumenta su depósito en \$50 por año durante los 6 años siguientes si  $i = 5\%$ ?; ¿Cuánto dinero se acumulará si  $i = 10\%$ ?

34. ¿Cuál sería el pago anual equivalente que darán BsF3.000 acumulados al final de 6 años, si  $i = 6\%$ ?
35. Carlos nació el 1° de Julio de 2007. El 1° de julio de 2008 su tío le estableció un fondo con \$1.000 y tenía la intención de hacer depósitos de \$1.000 anuales hasta que Carlos cumpliera 12 años en 2019, unos gastos totales para el tío de \$12.000. Él estipuló que no se podría retirar nada hasta Julio de 2020 cuando Carlos cumpliera 18 años. Entonces, podría retirar \$2.500 al año por 4 años empezando en Julio de 2020. El resto del dinero tenía que quedarse en el fondo hasta que Carlos tuviera 30 años, fecha en que se le entregaría todo el resto del dinero acumulado. ¿Si el fondo pagaba intereses al 8% anuales, ¿Cuánto recibió Carlos cuando cumplió 30 años?
36. Para cada uno de los casos siguientes, ¿Qué inversión hoy es necesaria para asegurar unos ingresos de \$1.000 anual, si la tasa de interés es 8%?
- a) 5 años.
  - b) 10 años.
  - c) 20 años.
  - d) 50 años.
  - e) para siempre.
37. ¿Con qué tasa de interés es hoy BsF4.000 equivalente a BsF700 anuales durante 10 años?
38. Prepare una tabla con los siguiente planes de pago de un préstamo de BsF10.000 por 7 años a una tasa de interés de 8%:
- a) Pagando el interés cada año y el préstamo al final del período.
  - b) Pagando en anualidades la misma cantidad cada año.
  - c) Pagando la misma cantidad anual del préstamo más intereses sobre la deuda de cada año.
  - d) Pagando nada por todo el período y un sólo pago del préstamo más intereses al final del período.
39. Suponga una tasa de interés de 9% capitalizado cada año para responder las siguiente preguntas:
- a) ¿Cuál es el importe de un préstamo actual que se puede pagar exactamente con pagos anuales de \$100 durante 13 años?
  - b) ¿Cuál es el valor presente de un pago de BsF1.500 en 18 años?
  - c) ¿Cuánto se puede conseguir cada año, por 20 años, con una inversión hoy de BsF10.000?
  - d) ¿Cuánto se puede conseguir cada año, para siempre, con una inversión inicial de BsF10.000?
  - e) ¿A qué valor presente corresponde un pago de BsF5.000 en 37 años?

40. Suponga una tasa de interés de 6 % compuesto cada año.
- a) Con una inversión inicial hoy de \$2.500, ¿Qué cantidad se puede girar cada año por 15 años y tener \$0 al final del año 15?
  - b) ¿Qué inversión hoy es necesaria para conseguir unos ingresos de BsF1.000 anuales para siempre?
  - c) ¿Cuánto acumulará al final de 25 años si se invierten BsF2.000 hoy?
  - d) ¿Qué ahorro anual durante 20 años puede justificar un gasto hoy de BsF10.000?
41. Suponga una tasa de interés de 7 %:
- a) ¿Qué cantidad se tiene que depositar cada año por 10 años para tener acumulado BsF10.000 al final de los 10 años?
  - b) ¿Si se pagan BsF600 cada año a una cuenta de ahorro, ¿Cuánto habrá acumulado al final de 5 años?
  - c) ¿Si se pagan \$1.000 anuales a un fondo de amortización, ¿Durante cuántos años tienen que hacer estos pagos para tener acumulados \$10.260 exactamente?
  - d) Si se deposita hoy BsF2.000 en un fondo de amortización, ¿En cuántos años tendrá BsF8.200 acumulados?
42. ¿Cuál es la tasa de interés compuesta anualmente en los siguientes casos?
- a) BsF1.300 anual por 10 años paga exactamente un préstamo de BsF8.000.
  - b) Una inversión hoy de BsF50.000 es equivalente a BsF2.700 anual para siempre.
  - c) Una inversión hoy de BsF4.000 es equivalente a BsF700 anuales durante 10 años.
  - d) BsF2.000 invertidos hoy dan BsF2.960 en 10 años.
  - e) BsF3.566 anuales durante 30 años dan BsF200.000 al final de los 30 años.
43. Defina interés. Explique el concepto de equivalencia de series de pagos.
44. Se compra un automóvil en BsF80.000 pagaderos en 24 cuotas mensuales de BsF4.350. ¿Cuál es la tasa de interés nominal al año? ¿Cuál es la tasa de interés efectiva al año?
45. ¿Qué suma anual fija se debe ahorrar durante 10 años para luego hacer los siguientes retiros durante los próximos 10 años, con  $i = 7\%$ : \$100 el primer año; \$200 el segundo y \$300 el tercero y así sucesivamente hasta \$1.000 al final del décimo año?
46. Se está considerando la compra de un terreno cuyo valor es \$20.000. El propietario tendrá que pagar \$400 en impuestos el primer año y se espera que éstos aumentarán en \$40 al año en el futuro. Se estima que habrá que esperar unos 10 años antes de poder venderlo a un precio favorable. ¿Cuál debe ser el precio de venta en 10 años para que la inversión rinda 12 % antes de impuestos? ¿Cuál debe ser el precio de venta en 10 años para que la inversión rinda 12 % después de impuestos?

47. ¿Qué pagos de igual valor son necesarios para pagar las siguientes deudas actuales?
- a) BsF10.000 en 5 años si  $i = 10\%$  anual nominal compuesto semestralmente con pagos semestrales.
  - b) BsF3.000 en 12 meses si  $i = 1\%$  mensual.
48. ¿Cuál es el costo anual uniforme equivalente de \$300 al primer año, \$400 el segundo año y aumentos sucesivos anuales de \$100 hasta al año 7, ¿Cuál es el rendimiento?
49. Hace 12 años se pagó BsF15.000 para comprar diez acciones que todavía tiene el mismo valor en el presente. Si se ha recibido BsF100 al año por cada acción, ¿Cuánto ha sido el rendimiento?
50. ¿Cuál será el monto acumulado por cada una de las siguientes inversiones actuales?
- a) BsF7.000 en 8 años a  $10\%$  compuesto anualmente.
  - b) BsF7.000 en 8 años a  $10\%$  compuesto semestralmente.
  - c) BsF7.000 en 8 años a  $20\%$  compuesto anualmente.
  - d) BsF5.000 en 8 años a  $10\%$  compuesto anualmente.
  - e) BsF5.000 en 4 años a  $20\%$  compuesto anualmente.
  - f) V5.000 en 44 años a  $10\%$  compuesto anualmente.
51. Resuelva:
- a) ¿Cuánto se tiene que depositar cada año durante 7 años, empezando el 31 de Diciembre de 2007 para tener acumulados BsF10.000 el 1° de Enero de 2013 si la tasa de interés es  $7\%$  (los BsF10.000 incluyen el último pago).
  - b) Si usted hace una inversión ahora con  $i = 7\%$ , ¿Cuántos años tiene que dejarla para que doble en valor?
  - c) Suponga que se hacen las siguientes inversiones: BsF1.000 ahora; BsF1.500 en 2 años; BsF2.000 en 3 años. Si la tasa de interés es  $15\%$ , ¿Cuánto se habrá acumulado al final de 5 años?
52. Un banco ofrece un plan de ahorros que en 5 años pagará BsF100 por cada BsF80 depositados ahora. ¿Cuál es la tasa de interés?
53. Se ofrece un préstamo de \$1000 pagable en cuatro cuotas de \$262,6 cada 3 meses. ¿Cuál es la tasa de interés efectiva al año?
54. El primero de Enero de 2005 José solicitó un préstamo de BsF20.000 a un banco para comprarse un carro. Firmó un contrato para pagar el préstamo en 24 pagos iguales mensuales basados en una tasa de interés mensual de  $1,5\%$ . Transcurrido un año, le surge otra fuente de financiamiento más económica y piensa en refinanciar su deuda a través de la entidad que cobra solamente  $1\%$  mensual. Si hace esto después de haber hecho 12 pagos al banco y si refinancia su deuda restante sobre un plazo de 8 meses, ¿Cuánto es su nueva cuota mensual?

55. Se ofrece un préstamo de BsF2.000 pagable en 16 semanas con cuotas semanales de BsF144.4 ¿Cuál es la tasa de interés efectiva al año?
56. Se desea invertir una cantidad X el día que Juan cumpla 4 años para poder pagarle BsF20.000 en cada cumpleaños del 18 al 22, ambos inclusivos. Si la tasa de interés es 4 % anual, ¿Cuál es el valor mínimo de X?
57. Resuelva:
- a) En 1996 una compañía pagó al Concejo Municipal el alquiler de un terreno; lo pagó por adelantado por seis años. En el contrato se acordó pagar los siguientes seis años (2002-2007) con pagos iguales de BsF15.000 *al principio* de cada año. Pasan dos años y el Concejo Municipal necesita fondos. El Concejo propone a la compañía que le pague por adelantado los seis años restantes. Este pago se efectuará a finales de 1997. Si la tasa de interés es 5 %, ¿Cuánto será el pago equivalente que la compañía debería hacer?
  - b) En vez de pagar todo a finales de 2007 la compañía ofrece pagar las cuotas correspondientes a los años 2012-2014 en un sólo pago a finales de 2007 y otro pago al final de los años 2015 al 2017. ¿Cuánto pagaría bajo este plan a finales de 2007 y a finales de 2017?
58. Se hizo un préstamo de BsF20.000 pagables en 24 meses con una tasa de interés de 1,5 % mensual. Después de hacer 15 pagos se refinancia la deuda restante con un préstamo de 6 meses pagando ahora 1 % mensual. ¿Cuál es la cuota a pagar ahora?

## Capítulo 3

# Criterios para juzgar entre alternativas

Una propuesta de invertir dinero no es atractiva si no se recupera el costo con interés. La tasa de interés debe ser por lo menos la tasa mínima aceptable dadas las alternativas de inversión, riesgo, etc.

Vamos a estudiar cuatro métodos para comparar alternativas con diferentes series de pagos y recibos. Todos los métodos, con la misma tasa de rendimiento, llegarán a la misma decisión. Como vimos que el valor presente varía según la Tasa Mínima Aceptable de Rendimiento (TMAR) ( $i^*$ ) es evidente que la “mejor alternativa” dependerá del valor de  $i^*$ . Nota: algunos autores denominan la TMAR como Tasa Mínima Atractiva de Retorno (ver, por ejemplo Blank y Tarquin (2000)).

Los cuatro métodos en el orden en que se presentan son:

1. Costo Anual Uniforme Equivalente con una  $i^*$  estipulada.
2. Valor Presente con una  $i^*$  estipulada.
3. La tasa interna de rendimiento, comparada con una  $i^*$  estipulada.
4. La relación beneficio-costos calculada con una  $i^*$  estipulada.

Para dominar estos conceptos empezamos con ejemplos que involucran no más de tres alternativas con énfasis en decisiones entre sólo dos alternativas. En el Capítulo 5 se extiende la discusión al análisis de alternativas múltiples.

### 3.1. Costo Anual Equivalente (CAE)

En este método se convierte una serie de pagos y recibos a una serie uniforme de pagos (o recibos) equivalentes. Dadas dos series de pagos uniformes equivalentes la comparación es evidente. El costo anual equivalente de una inversión inicial se llama el *costo de recuperación de capital*. En todos estos ejemplos convertimos la serie de pagos y recibos a un flujo neto anual uniforme equivalente a la serie original.

**Ejemplo 3.1.** *CAE para decidir entre dos alternativas.*

Se tiene que decidir entre dos alternativas con una  $i = 8\%$ :

Alternativa A

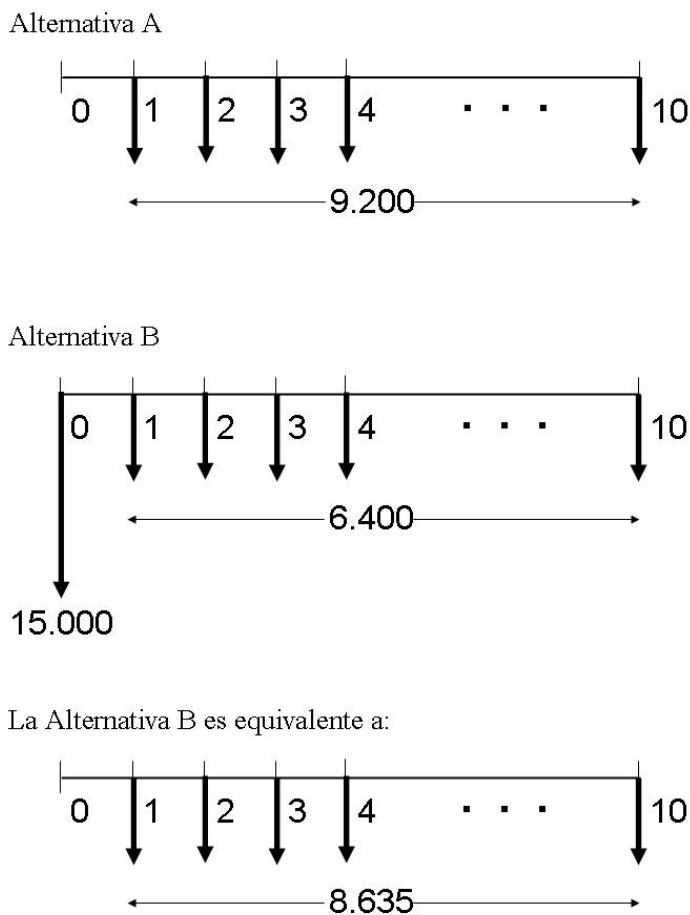
Seguir con el sistema manual actual con costo anual de BsF9.200

Alternativa B

Costo inicial de BsF15.000; costo anual de mano de obra de BsF3.300; costos anuales de mantenimiento y operación de BsF1.800; costos adicionales de BsF1.300 al año. El equipo dura 10 años y no tiene valor de salvamento.

*Solución:*

Para comparar B con A convertimos el flujo de B a un flujo uniforme equivalente. Véase la figura 3.1.



**Figura 3.1:** Ejemplo 3.1

Se calculan luego los costos anuales equivalentes, como sigue:

Alternativa A

CAE (Costo Anual Equivalente) Alternativa A	= 9.200
---	---------



Alternativa B

Costo de recuperación de capital	$15.000(A/P, 8\%, 10)$	$=$	$=$	2.235
	$15.000(0,4903)$			
Costos anuales		$=$		5.100
Costos adicionales		$=$		1.300
CAE (Costo Anual Equivalente) Alternativa B				$=$ 8.635

De donde se deduce que la Alternativa B es la más económica.

Se puede interpretar el problema usando el flujo de caja mostrado en la tabla siguiente:

Año	Alternativa A	Alternativa B	B - A
0		-15.000	-15.000
1	-9.200	-6.400	+2.800
2	-9.200	-6.400	+2.800
3	-9.200	-6.400	+2.800
4	-9.200	-6.400	+2.800
5	-9.200	-6.400	+2.800
6	-9.200	-6.400	+2.800
7	-9.200	-6.400	+2.800
8	-9.200	-6.400	+2.800
9	-9.200	-6.400	+2.800
10	-9.200	-6.400	+2.800

La diferencia  $B - A$  reconoce que una reducción de BsF2.800 anuales en los costos de B es efectivamente un flujo de recibos. Se ve que la pregunta a contestar es ¿Vale la pena gastar BsF15.000 para ahorrar BsF2.800 anual por 10 años? El hecho de que el CAE sea menor para B implica que sí vale la pena invertir BsF15.000 para ahorrar BsF2.800 durante 10 años para una tasa de interés de 8% (siendo  $i^* = 8\%$  la TMAR de la compañía). Vamos a verlo desde otro punto de vista; suponga que se quiere recuperar BsF15.000 con 8% de interés ¿Cuál será la cantidad anual que se tendría que pagar en 10 años?

La cantidad anual a pagar es de  $15.000(A/P, 8\%, 10) = 2.235$ . Dado que se están recibiendo BsF2.800 implica que se está ganando más del 8% mínimo exigido.

### 3.1.1. Costo de recuperación de capital con valor de salvamento

Sea  $P$  el costo inicial de un equipo,  $n$  la vida o el número de períodos del estudio,  $V_s$  = valor de salvamento al final de  $n$  años e  $i^*$  la tasa mínima aceptable de rendimiento (TMAR). El costo uniforme anual equivalente se puede expresar de la siguiente forma:

$$CR = P(A/P, i^*, n) - VS(A/F, i^*, n)$$

$$CR = (P - VS)(A/P, i^*, n) + i^*VS$$

La cantidad que no se recupera es  $(P - VS)$  y esta cantidad se convierte a su costo anual equivalente. La cantidad  $VS$  se recupera al final del período del estudio. El costo anual de no tenerlo durante los  $n$  años es el interés que se podría haber ganado si se hubiera dispuesto de  $VS$  durante los  $n$  años igual a  $i^*VS$  cada año. Es decir, la cantidad  $(P - VS)$  está invertida en el equipo y no está ganando los intereses que se exigen. Por ello se tiene que tomar en cuenta este costo de oportunidad.

**Ejemplo 3.2.** Una tercera alternativa a las dadas en el ejemplo 3.1.

Una alternativa al plan B en el ejemplo 3.1 es el plan C, comprando un equipo cuyo costo inicial es BsF25.000 y el valor de salvamento al final de 10 años es de BsF5.000. Se espera que con este equipo se reduzcan los costos anuales a BsF5.750. Compare la Alternativa C con la B utilizando  $i^* = 8\%$ .

Alternativa C

CR = (25.000-5.000)(A/P, 8%, 10) + (0,08)5.000 = 15.000(0,4903)	= 3.381
Costos anuales	= 5.750
CAE (Costo Anual Equivalente) Alternativa C	= 9.131

Es evidente que la Alternativa B es mejor. El ahorro anual esperado con la Alternativa C, al compararla con B, de BsF650 no es suficiente para justificar el costo de recuperación de capital más alto, aún tomando en cuenta el valor de salvamento de C.

Año	Alternativa B	Alternativa C	C - B
0	-15.000	-25.000	-10.000
1	-6.400	-5.750	+650
2	-6.400	-5.750	+650
3	-6.400	-5.750	+650
4	-6.400	-5.750	+650
5	-6.400	-5.750	+650
6	-6.400	-5.750	+650
7	-6.400	-5.750	+650
8	-6.400	-5.750	+650
9	-6.400	-5.750	+650
10	-6.400	-5.750	+650

### 3.1.2. Comparación cuando las vidas son distintas

La comparación de dos o más alternativas de inversión se debe hacer en base a una misma vida o número de periodos de estudio  $n$ . Si las vidas son distintas esto implica que el flujo de caja para un “ciclo” se debe multiplicar por el mínimo común múltiplo de años para que el

servicio se compare sobre la misma vida útil de cada alternativa. Por ejemplo, si se desean comparar alternativas que tienen 3 y 4 años de vida respectivamente, se debe hacer la comparación sobre un período de 12 años suponiendo unas reinversiones al final de 3, 6 y 9 años para la primera alternativa y al final de 4 y 8 años para la segunda.

En el método de calcular el CAE se está convirtiendo todos los flujos a una serie de pagos anuales uniformes. En otras palabras, el costo a fin de año es la misma cantidad cada año y por esto si al final de la vida útil se vuelve a hacer el mismo proyecto los costos anuales serán los mismos para este segundo período de inversión y así para todas las futuras reinversiones, suponiendo que todos los flujos de caja fueran iguales para cada ciclo. Por lo tanto es suficiente calcular el CAE para un ciclo porque también representa (1) el CAE para múltiples ciclos o reemplazos y (2) el CAE para siempre.

**Ejemplo 3.3.** *Dos alternativas para la construcción de una planta.*

Considere dos alternativas D y E para la construcción de una planta. Los estimados son:

	Alternativa D	Alternativa E
Costo inicial . . . . .	500.000	1.200.000
Vida esperada . . . . .	20 años	40 años
Valor de salvamento . . . . .	100.000	200.000
Costo anual de operación y mantenimiento (O y M)	90.000	60.000
Costos adicionales anuales . . . . .	0	12.500

Compare las alternativas usando  $i^* = 8\%$

*Solución:*

Alternativa D

C.R. = $(500.000 - 100.000)(A/P, 8\%, 20) + 100.000(0,08)$	=	48.740
Costo anual O y M	=	90.000
CAE (Costo Anual Equivalente) Alternativa D	=	138.740

Alternativa E

C.R. = $(1.200.000 - 200.000)(A/P, 8\%, 40) + (200.000)(0,08)$	=	99.860
Costo anual O y M	=	60.000
Costo anual adicional	=	12.500
CAE (Costo Anual Equivalente) Alternativa E	=	172.360

Tabla 3.1: Comparación cuando las vidas son distintas

Año	Alternativa D	Alternativa E	E - D
0	-500.000	-1.200.000	-700.000
1	-90.000	-72.500	+17.500
2	-90.000	-72.500	+17.500
.	.	.	.
.	.	.	.
18	-90.000	-72.500	+17.500
19	-90.000	-72.500	+17.500
20	-90.000	-72.500	+17.500
	+100.000 -500.000		+400.000
21	-90.000	-72.500	+17.500
22	-90.000	-72.500	+17.500
.	.	.	.
.	.	.	.
38	-90.000	-72.500	+17.500
99	-90.000	-72.500	+17.500
40	-90.000	-72.500	+17.500
	+100.000	+200.000	+100.000

La alternativa D tiene menor costo anual equivalente.

En la alternativa D se ha tomado el hecho que la vida es más corta utilizándose consecuentemente el factor que corresponde a 20 años. Se supone que habría que continuar el servicio después de los 20 años. Si se supone que se reemplazará con un equipo idéntico, es decir se opta por esta alternativa por los 40 años, los costos anuales para los 20 años subsiguientes serán los mismos porque se repetiría la misma serie de pagos.

Si existen motivos para pensar que los costos de reemplazo en 20 años serán distintos entonces se deberá hacer el estudio sobre el mismo período de tiempo que con E, utilizando los pagos y costos de reemplazo estimados para los últimos 20 años.

En este caso es fácil encontrar un período que diera el mismo número de años de servicio para ambas alternativas porque 40 se divide exactamente por 20. Sin embargo, por lo general el total de años tiene que ser el mínimo común múltiplo de las vidas estimadas de cada alternativa. Por ejemplo, si un equipo tiene una vida de 10 años, el otro tiene una vida de 25 años, sería necesario utilizar un período de 50 años para hacer la comparación como se muestra en la Tabla 3.1. El (la) estudiante puede confirmar que el CAE de dos ciclos de la alternativa D es igual al CAE para un ciclo de la alternativa D.

### 3.1.3. Comparación cuando las alternativas tienen vidas perpetuas (vidas infinitas)

A veces se supone que una estructura dura “para siempre”. Claro, ésto no es real y cuando se dice “para siempre” normalmente se refiere a un plazo de tiempo largo, como por ejemplo, 100 años. En estudios económicos la diferencia es muy poca. Considere el factor de recuperación de capital  $(A/P, i\%, n)$  para  $n = 50$  años, que es 0,08174 y para  $n = 80$  años, que es 0,08017 y para  $n = 100$  que es 0,08004. El límite cuando  $n \rightarrow \infty$  del factor  $(A/P, i\%, n)$  es  $i\%$ . Entonces, el costo de recuperación de capital (CAE) de una inversión “para siempre” es el valor del interés anual que se podría haber obtenido dejando la inversión  $P$  “para siempre” en un fondo que pagara  $i$  anual. Al invertir  $P$  en este proyecto se “pierde” esta ganancia y por lo tanto es un costo asociado a dicha inversión  $P$ .

#### Ejemplo 3.4. Dos alternativas para la construcción de un acueducto.

Hay dos alternativas para la construcción de un acueducto en dos sitios. Utilice  $i^* = 8\%$ , para comparar las alternativas. Los datos son los siguientes:

Alternativa J: Involucra la construcción de un túnel con un costo inicial de \$200.000 pero que durará “para siempre”. El costo anual de mantenimiento es de \$500. Hay que comprar un equipo por \$90.000 con vida estimada de 20 años y costo anuales de \$2.000.

Alternativa K: Involucra invertir en tubería de acero que cuesta \$70.000, tiene una vida de 50 años y costos anuales de \$700 y un canal que cuesta \$80.000 y sería permanente. El costo de mantenimiento del canal es de \$5.000 al año los primeros 5 años y \$1.000 a partir del siguiente año. El forro de cemento para el canal costará \$40.000, tendría una vida de 25 años y costos anuales de mantenimiento de \$300.

*Solución:*

Alternativa J

Túnel		
C.R. capital = 200.000(0,08)	=	16.000
Mantenimiento	=	500
Equipo		
C.R. = 90.000(A/P, 8%, 20)	=	9.167
Mantenimiento	=	2.000
Costo Anual Equivalente Total Alternativa J	=	27.667

## Alternativa K

Tubería

$$\text{C.R.} = 70.000(A/P, 8\%, 50) = 5.722$$

$$\text{Mantenimiento} = 700$$

Canal

$$\text{C.R.} = 80.000(0,08) = \text{interés} = 6.400$$

Interés sobre el valor presente del mantenimiento

$$\text{adicional los primeros 5 años} = 4.000(P/A, 8\%, 5)(0,08) = 1.278$$

$$\text{Mantenimiento} = 1.000$$

Forro de cemento

$$\text{C.R.} = 40.000(A/P, 8\%, 25) = 3.747$$

$$\text{Mantenimiento} = 300$$

---


$$\text{Costo Anual Equivalente Total Alternativa K} = 19.147$$


---

La Alternativa K resultará en un ahorro anual de \$8.520

**Nota:** El costo adicional de mantenimiento durante los años 1 al 5 es un costo que no recurre como el costo inicial. Para convertirlo a un costo anual equivalente durante la vida del canal, primero hay que llevarlo a un valor presente en el año 0 y entonces, al igual que con la inversión inicial, se convierte en una serie anual infinita multiplicándola por la tasa de interés.

### 3.1.4. Comparación entre alternativas que tienen desembolsos con un gradiente uniforme

**Ejemplo 3.5.** Comparación de dos alternativas para la compra de un equipo.

De datos históricos con la experiencia de usar una cierta clase de equipo, se encontró que los costos de mantenimiento resultan como promedio en: BsF6.400 el primer año, BsF7.720 el segundo año, BsF9.040 el tercer año y aumentan en BsF1.320 cada año de su vida útil. El costo inicial de un tractor es BsF48.000. El valor de salvamento es de BsF16.000 para un equipo de 7 años y de BsF11.200 para un equipo de 10 años. Compare la economía de comprar un equipo de 7 ó 10 años, utilizando  $i = 8\%$ .

*Solución:*

Equipo de 7 años

$$\text{C.R.} = (48.000 - 16.000)(A/P, 8\%, 7) + 16.000(0,08) = 7.428$$

$$\text{CAE de mantenimiento } 6.400 + 1.320(A/G, 8\%, 7) = 9.952$$

---


$$\text{CAE (Costo Anual Equivalente) Equipo de 7 años} = 17.380$$


---

Equipo de 10 años

C.R. = $(48.000 - 11.200) (A/P, 8\%, 10) + 11.200 (0,08)$	=	6.380
CAE de mantenimiento $6.400 + 1.320(A/G, 8\%, 10)$	=	11.508
CAE (Costo Anual Equivalente) Equipo de 10 años	=	17.888

Resulta que el costo anual equivalente es un poco más económico para un equipo de una vida de 7 años que para uno de 10 años, aunque la diferencia no es muy significativa.

### 3.1.5. Comparación cuando hay series de pagos irregulares

En los ejemplos previos se ha tratado con series de costos anuales iguales, ó con un gradiente uniforme, con valor inicial y valor de salvamento. Si el flujo de caja es irregular entonces se tienen que llevar los costos en cada año, o a un valor inicial o a un valor útil, para después repartirlo en una serie uniforme con  $(A/P, i\%, n)$  ó  $(A/F, i\%, n)$ .

**Ejemplo 3.6.** *Decisión entre invertir en un vehículo nuevo ó uno usado.*

Considere la decisión entre invertir en un vehículo nuevo ó uno usado. Las alternativas tienen los flujos de caja dados por la tabla siguiente. Utilice  $i = 8\%$  anual. ¿Cuál proyecto tiene el menor CAE?

Año	Vehículo Nuevo	Vehículo Usado
0	-35.000	-10.000
1	-500	-3.000
2	-800	-2.000
3	-1.000	-3.000
4	-1.750	-4.000
5	-2.300	-5.000
5	+15.000	+2.000

¿Cuál inversión tiene el menor CAE?

*Solución:*

Como las alternativas tienen flujos irregulares hay que llevar todos los pagos o al año 0, o al año 5 para poderlos repartir entre los 5 años en unas series uniformes. Para la alternativa del vehículo nuevo, llevamos todos los costos a un valor presente (en el año 0).

Año (n)	(a) Flujo de Caja	(b) (P/F, 8%, n)	(a*b) VP en el año 0
0	-35.000		-35.000
1	-500	0,9259	-462,95
2	-800	0,8573	-685,84
3	-1.000	0,7938	-793,80
4	-1.750	0,7350	-1.286,25
5	-2.300	0,6806	-1.565,38
	+15.000	0,6806	+10.209,0
Total			+29.585,22

Veamos los cálculos para cada alternativa:

Vehículo Nuevo

Valor presente neto de flujo	=	29.585
CAE = 29.585 (A/P, 8%, 5) para la Alternativa A	=	7.414

Vehículo Usado

Este flujo no es tan irregular y se puede calcular el valor presente de la serie al hacer:

- Llevar todos los pagos a su valor presente como se hizo para la alternativa A ó
- Aprovechar la irregularidad que existe y así ahorrar cálculos de la forma siguiente: separamos los 3.000 en el año 1, en dos pagos, uno de 1.000 y otro de 2.000. Entonces obtenemos una serie con gradiente (1.000, 2.000, 3.000, 4.000 y 5.000) más un pago adicional en el año 1 que se puede repartir durante los 5 años, llevándolo primero a su valor presente en el año 0 y después calculando su costo anual equivalente.

C.R = (10.000 - 2.000) (A/P, 8%, 5) + 2.000(0,08)	=	2.164
Costos anuales	=	1.000
Costos anuales del gradiente = 1.000(A/G, 8%, 5)	=	1.850
Costo anual del pago en el año 1 = 2.000(P/F, 8%, 1)(A/P, 8%, 5)	=	464
Costo Anual Equivalente Total Alternativa B	=	5.478

Se prefiere la alternativa de invertir en el vehículo usado que tiene el CAE menor.

### 3.2. Valor Presente (VP)

En este método se convierte una serie de pagos a un único pago en el año 0 llamado el valor presente. Los flujos de alternativas, incluidos los beneficios, se comparan en base a su valor presente neto. A veces se hace referencia a este método como el método que descuenta valores futuros y a la tasa de interés como la tasa de descuento. Efectivamente no es sólo este método que descuenta valores futuros sino todos los métodos de ingeniería económica que usan una tasa de interés mayor que cero.



### 3.2.1. Uso del valor presente para comparar series alternativas de recibos y desembolsos

**Ejemplo 3.7.** *Comparación de las alternativas A, B, y C de los ejemplos 3.1 y 3.2.*

Consideremos las alternativas A, B, y C de los ejemplos 3.1 y 3.2. Estas alternativas o planes se pueden comparar en base a su valor presente con  $i = 8\%$ .

Alternativa A

Valor presente de los costos anuales = $9.200(P/A, 8\%, 10)$	= 61.730
Valor Presente Alternativa A	= 61.730

Alternativa B

Valor presente de costos anuales = $6.400(P/A, 8\%, 10)$	= 42.940
Costo inicial	= 15.000
Valor Presente Alternativa B	= 57.940

Alternativa C

Valor presente de costos anuales = $5.750(P/A, 8\%, 10)$	= 38.580
Costo inicial	= 25.000
Valor presente de todos los pagos durante 10 años	= 63.580
<i>Menos</i>	
Valor presente de valor de salvamento = $5.000(P/F, 8\%, 10)$	= -2.320
Valor Presente Alternativa C	= 61.260

El valor de salvamento es un recibo y se tiene que restar su valor presente del costo de la inversión inicial para encontrar el costo neto.

Los costos anuales equivalentes se pueden obtener del valor presente sencillamente multiplicando por el factor  $(A/P, 8\%, 10)$  y se obtienen los mismos resultados que antes.

$$\begin{aligned}
 \text{Alternativa A} &\implies \text{CAE} = 61.730(A/P, 8\%, 10) = 9.200 \\
 \text{Alternativa B} &\implies \text{CAE} = 57.940(A/P, 8\%, 10) = 8.635 \\
 \text{Alternativa C} &\implies \text{CAE} = 61.260(A/P, 8\%, 10) = 9.130
 \end{aligned}$$

Es evidente que ambos métodos dan el mismo resultado. Incluso, el primer paso para calcular los costos anuales equivalentes de una serie no regular es hallar primero el valor presente.

**Ejemplo 3.8.** *Dos planes para la provisión de electricidad.*

Considere los dos planes siguientes para la provisión de electricidad para los próximos 15 años:

**Plan F** es un programa de inversiones en tres etapas; \$60.000 en seguida, \$50.000 en 5 años y \$40.000 después de 10 años. Los impuestos anuales son 5 % de la inversión total hasta la fecha. Los costos de mantenimiento son \$1.500 los primeros 5 años, \$2.500 los siguientes 5 años y \$3.500 los últimos 5 años. El valor de salvamento es \$45.000.

**Plan G** requiere una inversión inmediata de \$90.000, más \$30.000 al final de los 8 años. Los costos de mantenimiento se han estimado en \$2.000 anuales, los primeros 8 años y \$3.000 los últimos 7 años. El valor de salvamento es \$35.000 e impuestos son del 5 % anual hasta la fecha.

Compare los dos planes usando  $i = 7\%$ .

*Solución:*

Plan F

Inversión inicial	=	60.000
VP de la inversión hecha el 5º año = $50.000(P/F, 7\%, 5)$	=	35.650
VP de la inversión hecha el 10º año = $40.000(P/A, 7\%, 10)$	=	20.330
VP de los costos anuales años 1 al 5 = $4.500(P/A, 7\%, 5)$	=	18.450
VP de los costos anuales años 6 al 10 = $8.000\{(P/A, 7\%, 10) - (P/A, 7\%, 5)\}$	=	23.390
VP de los costos anuales años 11 al 15 = $11.000\{(P/F, 7\%, 15) - (P/A, 7\%, 10)\}$	=	22.920
VP de todos los pagos durante 15 años		180.740
<i>Menos</i>		
VP del valor de salvamento = $45.000(P/F, 7\%, 15)$	=	-16.310
Valor Presente neto del Plan F	=	164.430

Plan G

Inversión inicial	=	90.000
VP de la inversión después de 8 años = $30.000(P/F, 7\%, 8)$	=	17.460
VP de los costos anuales años 1 al 8 = $6.500(P/A, 7\%, 8)$	=	38.810
VP de los costos anuales años 9 al 15 = $9.000\{(P/A, 7\%, 15) - (P/A, 7\%, 8)\}$	=	28.230
VP de todos los pagos		174.500
<i>Menos</i>		
VP del valor de salvamento = $35.000(P/F, 7\%, 15)$	=	-12.680
Valor Presente neto del Plan G	=	161.820

El valor presente del Plan G es menor que el valor presente del Plan F, pero la diferencia es

pequeña y un cambio pequeño en un estimado podría cambiar la balanza de los valores presentes (más adelante en el curso, en la sección sobre análisis de sensibilidad, se discutirá al respecto).

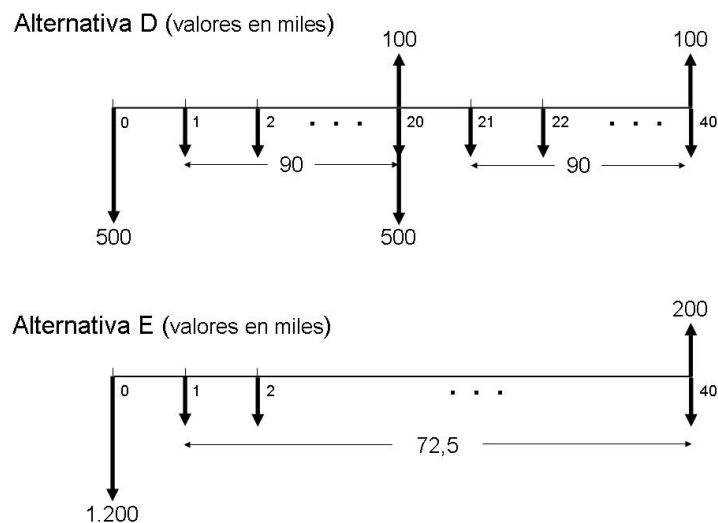
### 3.2.2. Comparación cuando las alternativas tienen vidas distintas

No tiene sentido comparar valores presentes de dos o más flujos de dinero distintos a no ser que den el mismo servicio durante el mismo número de años. Al calcular costos anuales equivalentes, hicimos la suposición que al reemplazar un equipo involucra que los gastos se repitan. Vamos a seguir con este supuesto. Entonces, es necesario encontrar un período de tiempo común a ambas alternativas, es decir, el mínimo común múltiplo de las vidas de las alternativas. El método 1 ilustra esta técnica.

Si una serie de  $m$  años se repite tendrá el mismo “valor presente” que la primera inversión, pero con la gran diferencia de que este “valor presente” ocurrirá en el año  $m$ , el año en el cual se repite la inversión. Para hallar el verdadero valor presente en el año 0, cuando se empieza el estudio hay que llevar este “valor presente” a su valor presente equivalente en el año 0. El método 2 muestra esta técnica. Los siguientes ejemplos ilustran como manejar cálculos del valor presente cuando las vidas son distintas.

**Ejemplo 3.9.** *Alternativas D y E del ejemplo 3.3 con vidas distintas.*

Se refiere al ejemplo 3.3 en que las alternativas D y E tienen vidas distintas.



**Figura 3.2:** Flujogramas del ejemplo 3.3

*Solución Método 1:*

## Alternativa D

VP del costo inicial	=	500.000
VP del costo neto renovable en 20 años =		
(500.000	-	85.800
100.000)(P/F,8 %,20)		
VP de costos anuales = 90.000(P/A,8 %,40)	=	1.073.200
VP de gastos		1.659.000
<i>Menos</i>		
VP del valor de salvamento después de 40 años =	=	-4.600
100.000(P/F,8 %,40)		
Valor Presente neto de la Alternativa D	=	1.654.400

## Alternativa E

Costo inicial	=	1.200.000
VP de costos anuales = 72.500(P/A,8 %,40)	=	864.600
VP de los desembolsos	=	2.064.600
<i>Menos</i>		
VP del valor de salvamento = 200.000(P/F,8 %,40)	=	-9.200
Valor Presente neto de la Alternativa E	=	2.055.400

La alternativa D tiene menores costos netos. Es fácil convertir el valor presente a un costo anual equivalente:

$$\text{CAE de la Alternativa D} = 1.654.400(A/P,8 \%,40) = 138.740$$

$$\text{CAE de la Alternativa E} = 2.055.400(A/P,8 \%,40) = 172.360$$

*Solución Método 2:* En vez de considerar todos los 40 años como una sola serie se puede hallar el valor presente de la primera inversión y después sumar a ésta el valor presente de la misma inversión hecha en el año 20.

## Alternativa D

Costo inicial	=	500.000
VP de los costos anuales = 90.000(P/A,8 %,20)	=	883.620
		1.383.620
<i>Menos</i>		
VP del valor de salvamento = 100.000(P/F,8 %,20)	=	-21.450
		1.362.170
<i>Más</i>		
VP de la segunda inversión años 21 al 40 = 1.362.170(P/F,8 %,20)	=	292.230
Valor Presente neto de la Alternativa D para 40 años	=	1.654.400

*Solución Método 3:* También se puede usar el método del costo anual equivalente para calcular el valor presente. Primero se calcula el CAE (vea ejemplo 3.1.3).

Alternativa D

VP del CAE para 40 años $138.740(P/A, 8\%, 40)$	=	1.654.400
Valor Presente neto de la Alternativa D para 40 años	=	1.654.400

### 3.2.3. Comparación cuando las alternativas dan servicio perpetuo (vidas infinitas)

En la sección anterior se notó que el costo anual equivalente de una inversión para siempre está dado por:

$$CAE = P * i$$

Entonces el valor presente de una serie de pagos “para siempre”, llamado Costo Capitalizado, está dada por:

$$P = \frac{CAE}{i}$$

Costo Capitalizado: Es el valor presente de una serie perpetua o es igual al costo anual equivalente dividido entre la tasa de interés.

**Ejemplo 3.10.** *Cálculo del costo capitalizado de dos alternativas.*

Considere las alternativas D y E descritas arriba, pero vamos a suponer una serie infinita de renovaciones. ¿Cuál es el costo capitalizado?

*Solución:*

Alternativa D

Costo inicial	=	500.000
VP serie infinita de renovaciones = $\frac{(500000-100000)(A/F, 8\%, 20)}{0,08}$	=	109.250
VP de los costos anuales = $\frac{90.000}{0,08}$	=	1.125.000
Costo capitalizado total de la Alternativa D	=	1.734.250

Alternativa E

Costo inicial	=	1.200.000
VP de una serie infinita de renovaciones = $\frac{(1200000-200000)(A/F, 8\%, 40)}{0,08}$	=	48.250
VP de los costos anuales para siempre = $\frac{72.500}{0,08}$	=	906.250
Costo capitalizado total de la Alternativa E	=	2.154.500

Nota: El VP de una serie infinita es casi igual que el VP para 40 años. Con  $i = 8\%$ , 40 años y “para siempre” dan casi los mismos resultados.

### 3.2.4. Comparación de costos capitalizados de una inversión inmediata con una inversión diferida

**Ejemplo 3.11.** *Proyección de alternativas por etapas.*

A veces se espera un aumento en la demanda en el futuro y hay que tomar la decisión si construir ahora para toda la demanda esperada o si hacer el proyecto en dos etapas.

A	B
Capacidad completa	Capacidad en dos etapas
Inversión: \$300.000	\$200.000 ahora \$200.000 en 20 años

Si  $i = 5\%$ , VP de 200.000 en 20 años es 75.400 o sea da una ventaja a la segunda alternativa.

Vamos a considerar la posibilidad de que haya diferencia en el costo de mantenimiento entre las dos alternativas y supongamos que los túneles duran para siempre. Supongamos que se trata de (Alternativa A) un túnel grande ahora o (Alternativa B) un túnel de la mitad de la capacidad ahora y otro de la mitad de la capacidad en 20 años. Adicionalmente se requiere:

**Alternativa A** Reparación de \$10.000 cada 10 años.

**Alternativa B** Reparación de \$8.000 cada 10 años para cada túnel; costos adicionales de bombeo debido a la fricción, igual a 1.000 al año y 2.000 al año con 2 túneles.

¿Cuáles son los costos capitalizados de las alternativas?

*Solución:*

Alternativa A: Capacidad Completa Ahora

Inversión	=	300.000
Reparación = $\frac{10000(A/F, 5\%, 10)}{0,05}$	=	15.900
Costo capitalizado de la Alternativa A	=	315.900

Alternativa B: Mitad Capacidad Ahora

*Primer Túnel*

$$\text{Inversión} = 200.000$$

$$\text{Reparación} = \frac{8000(A/F, 5\%, 10)}{0,05} = 12.720$$

$$\text{Costos de Bombeo} = \frac{1000}{0,05} = 20.000$$

*Segundo Túnel* (usando los cálculos del primer túnel)

$$\text{VP de la Inversión} = 200.000(P/F, 5\%, 20) = 75.380$$

$$\text{Reparación} = 12.720(P/F, 5\%, 20) = 4.790$$

$$\text{Costos de Bombeo} = 20.000(P/F, 5\%, 20) = 7.540$$

$$\text{Costo capitalizado de la Alternativa B} = 320.430$$

En este caso los costos adicionales de mantenimiento en la alternativa B da la ventaja a la alternativa A. Evidentemente como la diferencia es pequeña, una tasa de interés mayor que 5 % resultará en costos capitalizados iguales.

### 3.2.5. ¿Costo Anual Equivalente ó Valor Presente?

Ambos métodos, correctamente aplicados, dan los mismos resultados. A veces, por ejemplo cuando las vidas son distintas, calcular los costos anuales es más fácil. También es más fácil cuando la mayoría de los costos los dan en anualidades.

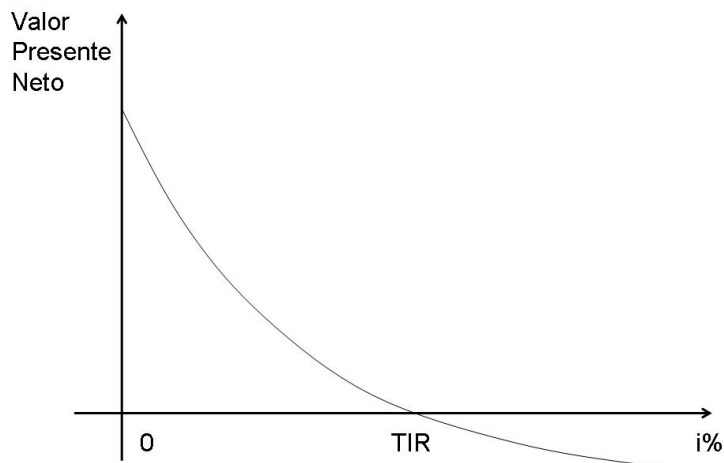
Si el costo inicial es muy grande comparado con los otros costos puede que parezca más “natural” llevar todos los costos a un valor presente.

A veces se desea saber cuánto se justifica pagar por una propiedad que se va a comprar ahora, para producir ganancia. En este caso un cálculo del valor presente indicará el precio máximo que se debería pagar.

## 3.3. Tasa Interna de Rendimiento (TIR)

Los ejemplos de evaluación por el valor anual equivalente y valor presente empezaron asumiendo la tasa mínima aceptable de rendimiento. Dada esta tasa mínima hicimos cálculos para ver que los proyectos cumplieren con este criterio. Muchas veces es una buena idea calcular la tasa de rendimiento en vez de sólo averiguar si una inversión cumple con una determinada norma o tasa de rendimiento. Cuando la  $TIR = i$ , quiere decir que los recibos nos devuelven exactamente la inversión inicial con esta tasa  $i$ . Entonces, el valor presente del flujo de caja calculado con una tasa de interés  $i$  es igual al valor de la inversión inicial. En otras palabras, buscamos  $i$  tal que el valor presente neto del flujo sea igual a 0.

La figura 3.3 ilustra la relación entre valor presente y la tasa de interés para un flujo sencillo de una inversión inicial y una serie de pagos futuros. El punto en que la curva hace intersección con el eje de las  $i$ , corresponde a la Tasa Interna de Rendimiento ( $TIR$ ).



**Figura 3.3:** El Valor Presente como función de la tasa de interés  $i$

Normalmente este cálculo se hace por tanteo, probando con varias tasas de interés hasta encontrar dos valores presentes: uno mayor que cero y otro menor que cero, para poder calcular la TIR por interpolación.

**Ejemplo 3.12.** *Compra de un tractor para alquilarlo.*

Juan García piensa invertir \$12.000 en la compra de un tractor para después ganar dinero alquilándolo. Se estima que la vida útil de tractor será de 8 años con un valor de salvamento de 10 % del valor inicial. Los estimados de los gastos y recibos anuales se muestran en la tabla 3.2.



Tabla 3.2: Estimado del flujo de comprar y alquilar el tractor

Año	Ingresos	Desembolsos	Flujo Neto
0		-12.000	-12.000
1	+4.200	-500	+3.700
2	+3.900	-900	+3.000
3	+3.600	-1.200	+2.400
4	+3.500	-1.400	+2.100
5	+3.100	-1.400	+1.700
6	+3.000	-1.500	+1.500
7	+2.800	-1.500	+1.300
8	+2.650	-1.500	+1.150
8	+1.200		+1.200

La tabla 3.3 nos muestra que la TIR del proyecto es 12 %. Al calcular el valor presente se tenía que utilizar el factor  $(P/F, i, n)$  para cada año y cada  $i$ . Una vez que se ha convertido el flujo neto a su valor equivalente en el año 0, se calcula la suma del valor presente total neto. Para una tasa de interés TIR este total es igual a cero. Pero como +1 es insignificante comparado con el valor de la inversión inicial, entonces la TIR es de 12 %.

Tabla 3.3: Cálculo del Valor Presente para hallar la TIR

Año	Flujo Neto	Valor Presente con $i = 11 \%$	Valor Presente con $i = 12 \%$	Valor Presente con $i = 14 \%$
0	-12.000	-12.000	-12.000	-12.000
1	+3.700	+3.333	+3.304	+3.274
2	+3.000	+2.435	+2.392	+3.349
3	+2.400	+1.755	+1.708	+1.663
4	+2.100	+1.383	+1.335	+1.288
5	+1.700	+1.009	+965	+923
6	+1.500	+802	+760	+720
7	+1.300	+626	+588	+553
8	+2.350	+1.020	+949	+884
Valor Presente Neto Total		+363	+1	-346

### Ejemplo 3.13. Compra de un terreno para montar una fábrica.

Una compañía está considerando una propuesta de comprar un terreno para montar una fábrica. La inversión de \$300.000 en el terreno se tiene que hacer 2 años antes de empezar

operaciones. En adición hay que invertir \$800.000 en equipos y otros, un año antes de empezar operaciones y \$700.000 al empezar operaciones. La vida de la planta es de 15 años a partir de la fecha de empezar a operarla. Hay que invertir \$200.000 al comienzo como capital activo que se recupera al final de las operaciones. El valor del terreno se mantiene fijo y recuperable al final del período. Los equipos no tienen valor de salvamento al final de los 15 años. La tabla 3.4 muestra el flujo de caja con estimados de los ingresos netos durante los 15 años de funcionamiento.

Tabla 3.4: Cálculo del Valor Presente para determinar la TIR del ejemplo 3.13

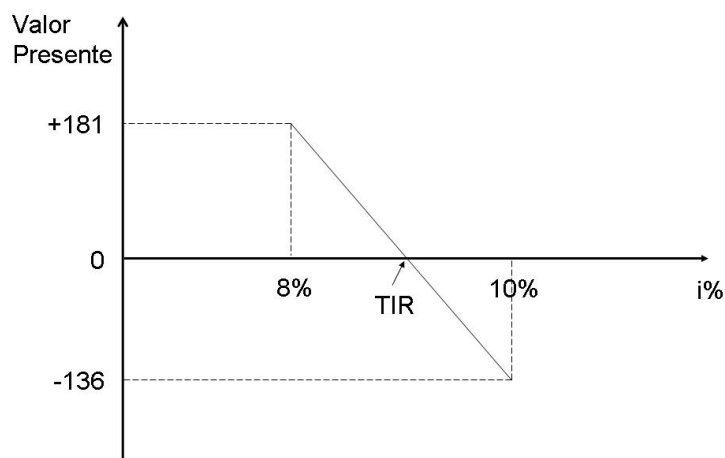
Año	Flujo de Caja Antes de Impuestos (VP con $i = 0\%$ )	Flujo de Caja Después de Impuestos VP con $i = 0\%$	Valor Presente con $i = 8\%$	Valor Presente con $i = 10\%$
-2	-300	-300	-350	-363
-1	-800	-800	-864	-880
0	-900	-900	-900	-900
1	+100	+100	+93	+91
2	+300	+200	+171	+165
3	+400	+250	+198	+188
4	+500	+300	+221	+205
5	+500	+300	+204	+186
6	+500	+300	+189	+169
7	+500	+300	+175	+154
8	+500	+300	+162	+140
9	+500	+300	+150	+127
10	+500	+300	+139	+116
11	+500	+300	+129	+105
12	+400	+250	+99	+80
13	+400	+250	+92	+72
14	+300	+200	+68	+53
15	+700	+650	+205	+156
Totales	+\$4.600	+\$2.300	+\$181	-\$136

La figura 3.4 muestra la interpolación para hallar la TIR del ejemplo.

*Solución:*

Ya que 8% da un valor presente neto mayor que cero, mientras 10% da un valor presente neto menor que cero, la verdadera TIR tiene que estar entre estas dos (Vea figura 3.4). La interpolación lineal nos indica que la TIR es de 9.1%.

Valor Presente con 8 %	=	+181
Valor Presente con 10 %	=	-136



**Figura 3.4:** Interpolación para hallar la TIR

$$i = 8\% + \frac{181}{317} * 2\% = 9,1\%$$

Si hubiéramos especificado una TMAR de 10 %, evidentemente este proyecto no sería aceptable. Para una  $TMAR \leq 9.1\%$  el proyecto sería aceptable.

### 3.3.1. Determinación de la TIR de una serie uniforme de ingresos netos

**Ejemplo 3.14.** *Cálculo de la TIR sobre la inversión adicional en en la alternativa B del ejemplo 3.1.*

En el ejemplo 3.1 comparamos las alternativas A y B. La diferencia (vea el ejemplo) entre las alternativas A y B era una inversión de 15.000 en el año cero con el beneficio de ahorros anuales de 2.800 para 10 años. ¿Cuál es la TIR de esta inversión adicional en B?

*Solución:*

$$VP = 0 = -15,000 + 2,800(P/A, i, 10)$$

$$(P/A, i, 10) = \frac{15,000}{2,800} = 5,357$$

Por tanteo

---

Con $i = 12\%$	$\Rightarrow (P/A, 12\%, 10) = 5,650$
Con $i = 15\%$	$\Rightarrow (P/A, 15\%, 10) = 5,019$

---

de donde

$$TIR = 12\% + \left( \frac{5,650 - 5,357}{5,650 - 5,019} \right) * (15\% - 12\%) \cong 13,4\%$$

**Ejemplo 3.15.** *Cálculo de la TIR sobre la inversión adicional en el ejemplo 3.2.*

En el ejemplo 3.2 comparamos las alternativas C y B. (véase la tabla mostrada en el ejemplo 3.2 para el flujo neto). La diferencia entre C y B es una inversión adicional en C que rinde ahorros anuales de 650 y 5.000 al final de los 10 años. Se puede calcular la TIR de la inversión adicional en C usando las tablas, pero ahora, como el cálculo involucra dos factores no se puede despejar uno de la ecuación.

*Solución:*

Para  $i = 1\frac{3}{4}\% \Rightarrow$

$$VP = -10,000 + 650(P/A, 1\frac{3}{4}\%, 10) + 5,000(P/F, 1\frac{3}{4}\%, 10) = +120$$

Para  $i = 2\% \Rightarrow$

$$VP = -10,000 + 650(P/A, 2\%, 10) + 5,000(P/F, 2\%, 10) = -59$$

Por interpolación

$$TIR = 1,9\%$$

NOTA 1: Aquí se calculó la diferencia entre B y C. Si se calculara el VP de ambos flujos con  $i = 1,9\%$  se observaría que tienen aproximadamente el mismo VP.

	Alternativa B	Alternativa C	B - C
VP con $i = 1\frac{3}{4}\%$	73.250	73.130	+120
VP con $i = 2\%$	72.490	72.550	-60

NOTA 2: La tasa de retorno sobre la inversión adicional es también la tasa que hace que ambos planes tengan el mismo costo anual equivalente.

	Alternativa B	Alternativa C	B - C
CAE con $i = 1\frac{3}{4}\%$	8.048	8.035	+13
CAE con $i = 2\%$	8.070	8.077	-7

Esto nos indica que se puede utilizar este método para hallar la tasa interna de rendimiento. Es decir, buscar la tasa de interés tal que las dos alternativas tengan el mismo costo anual equivalente.

NOTA 3: Con la  $TMAR = 8\%$  se prefiere B a C según el cálculo del CAE. Encontramos que la TIR de B es  $13,4\%$  comparada con A y por eso se prefiere a B. Ahora bien, la inversión adicional en C rinde  $1,9\%$  que es menor que el  $8\%$  que se requiere. Por esto no se justifica la inversión adicional en C, aunque si uno compara C con A, C tiene una TIR de  $8,4\%$ .

Tabla 3.5: Flujo de caja de la inversión adicional de la alternativa E en el ejemplo 3.3

Año	Proyecto D	Proyecto E	E - D
0	-500.000	-1.200.000	-700.000
1	-90.000	-72.500	+17.500
2	-90.000	-72.500	+17.500
.	.	.	.
.	.	.	.
18	-90.000	-72.500	+17.500
19	-90.000	-72.500	+17.500
20	-90.000	-72.500	+17.500
	+100.000 -500.000		+400.000
21	-90.000	-72.500	+17.500
22	-90.000	-72.500	+17.500
.	.	.	.
.	.	.	.
38	-90.000	-72.500	+17.500
99	-90.000	-72.500	+17.500
40	-90.000	-72.500	+17.500
	+100.000	+200.000	+100.000
VP con $i = 2,5\%$	2.966.200	2.945.500	+20.700
VP con $i = 3\%$	2.771.200	2.814.500	-43.300

### 3.3.2. Cálculo de la TIR cuando las vidas son distintas

**Ejemplo 3.16.** *Cálculo de la inversión adicional de la alternativa E en el ejemplo 3.3.*

Considere el ejemplo 3.3. Ambos proyectos involucran costos; no tenemos información sobre el valor del servicio que brindan. Si es igual, la diferencia entre ellos es en los costos. El proyecto E requiere una mayor inversión inicial pero ahorra en costos anuales. Entonces, se puede calcular la tasa interna de rendimiento de la inversión adicional en E.

*Solución 1:*

Primero es necesario que los planes den servicio por el mismo período de tiempo. Supóngase otra vez que los desembolsos de los primeros 20 años del proyecto D se repetirán los siguientes 20 años como se muestra en la Tabla 3.5.

Por interpolación

$$TIR = 2,7\%$$

La misma  $TIR = 2,7\%$  se puede hallar por interpolación entre las diferencias en costos anuales equivalentes para  $i = 2,5\%$  e  $i = 3\%$ . La tasa de rendimiento sobre la inversión adicio-

nal es también la tasa para la cual los dos flujos tienen el mismo costo anual equivalente.

Este es otro método para hallar la TIR que a veces resulta más sencillo si las vidas son distintas porque no se tiene que repetir el flujo al final de la vida útil.

*Solución 2:*

Se halla  $i$  tal que  $CAE_E(i) = CAE_D(i)$ .

$$(120,000 - 20,000)(A/P, i, 40) + 7,250 + 20,000(i) = (50,000 - 10,000)(A/P, i, 20) + 9,000 + 10,000(i)$$

o sea:

$$100,000(A/P, i, 40) - 1,750 + 10,000(i) - 40,000(A/P, i, 20) = 0$$

Entonces se halla  $i$  por tanteo e interpolación:

$$\text{Para } i = 2,5\% \implies CAE_{E-D}(i) = 82$$

$$\text{Para } i = 3\% \implies CAE_{E-D}(i) = -137$$

Por interpolación: TIR = 2,7 %

### 3.3.3. Estimación de la tasa de interés para empezar a tantear (Flujos sencillos)

Por flujos sencillos se entiende flujos con un sólo cambio en signos. En estos casos, primero que todo deberíamos averiguar si hay rendimiento; es decir averiguar si par  $i = 0\%$  los recibos devuelven la inversión. Si la suma algebraica del flujo es cero, el rendimiento se cero; si es menor que cero hay pérdida y si es mayor que cero hay rendimiento (esto no es cierto para flujos con más cambios en signo - vea sección “Flujos con múltiples tasas de rendimiento”).

El tiempo de cálculo se minimiza si se empieza con una tasa de interés que esté cerca en valor al valor correcto. A veces una inspección del flujo neto nos puede dar un buen estimado de la verdadera tasa de interés. Por ejemplo, si casi todo el flujo neto positivo se concentra al final del período, se puede aproximar el flujo suponiendo que todo el flujo neto positivo  $F$ , ocurre en el último año, dada la inversión inicial  $P$ . Entonces, la evaluación de  $(P/F, i\%, n)$  correspondiente nos daría una idea aproximada de  $i$  con la cual podemos empezar a tantear. Para el caso del ejemplo 3.3.1 se nota que el flujo positivo está distribuido durante los 8 años y se puede aproximar éste a un flujo neto anual. En este caso sería  $\frac{18,050}{8} = 2,256$ , lo cual corresponde a un valor de  $(P/A, i\%, 8) = \frac{12,000}{2,256} = 5,32$ . Para  $n = 8$ ,  $i = 10\%$ ,  $(P/A, 10\%, 8) = 5,33$  y para  $12\%$ ,  $(P/A, 12\%, 8) = 4,97$ . Notamos que hay más flujo positivo al principio que al final y por lo tanto, la TIR tiene que ser mayor que  $10\%$ . Una buena estrategia sería probar con  $11\%$  ó  $12\%$  y, según el resultado, hacer el segundo tanteo con una tasa mayor o menor.

Si encontramos que el valor presente del flujo neto es positivo, hay que tantear con una tasa de interés más alta y viceversa, hasta encontrar dos tasas que den un intervalo del valor presente que incluya el valor presente neto cero. Entonces, se halla la TIR por interpolación.

### 3.3.4. Errores al interpolar para hallar la TIR ( $i^*$ )

Dado que la relación entre el valor presente y la tasa de interés no es lineal, la interpolación lineal introduce errores. Estos errores se pueden minimizar utilizando un intervalo pequeño de interpolación, de 2 % o menos. El error de la interpolación lineal es mayor cuando  $i^*$  se halla en medio de las dos tasas utilizadas en la interpolación. Por ejemplo, supongamos que en el ejemplo 3.3.1 se hubiera interpolado entre 10 % y 15 %. Nos daría:

$$i^* = 10\% + \frac{746}{1,731}(15\% - 10\%) = 12,2\%$$

El error es de 0,2 %, pues vimos que la TIR era de 12 %.

### 3.3.5. Flujos con múltiples tasas de rendimiento

Hasta ahora hemos considerado flujos sencillos con una inversión y el resto del flujo neto positivo. Sin embargo, existen flujos que no tienen la curva sencilla de la figura 3.3 sino que pueden tener más de un punto de intersección, dando así valores múltiples de la “tasa interna de rendimiento”. Esto surge porque el valor presente es una función de la tasa de interés, representado por un polinomio de grado  $n$ .

$$VP(i) = P_0 + \frac{F_1}{(1+i)} + \frac{F_2}{(1+i)^2} + \frac{F_3}{(1+i)^3} + \dots + \frac{F_n}{(1+i)^n}$$

Para este polinomio pueden existir  $n$  raíces correspondientes a valores distintos de la TIR. La regla de signos de Descartes dice que el número máximo de raíces reales positivas es igual al número de cambios de signo en la serie de coeficientes  $P_0, F_1, F_2, F_3, \dots, F_n$ . Si hay más de un cambio de signo entonces puede resultar en más de un valor de la TIR. En estos casos se debería utilizar para evaluar la inversión bajo consideración.

#### Ejemplo 3.17. Cálculo de la TIR de un flujo irregular.

Considere los proyectos cuyos flujos se presentan en la Tabla 3.6 y en la figura 3.5.

La figura 3.5 muestra que el Proyecto M es factible para  $i < 20\%$  y también para  $50 < i < 100$  mientras que para el Proyecto L es factible para  $10 < i < 110$ .

## 3.4. Análisis Beneficio - Costo

Este método para evaluar proyectos se usa sobre todo en el sector público. El criterio es que los beneficios de un proyecto deben ser mayores que los costos. En la práctica los proyectos gubernamentales son más difíciles de evaluar. Por ejemplo, considere la evaluación de un proyecto



Tabla 3.6: Flujo de caja de los proyectos del ejemplo 3.17

Fin de Año	Proyecto L	Proyecto M
0	-2.000	-1.000
1	0	4.700
2	+10.000	-7.200
3	0	+3.600
4	0	0
5	-10.000	0

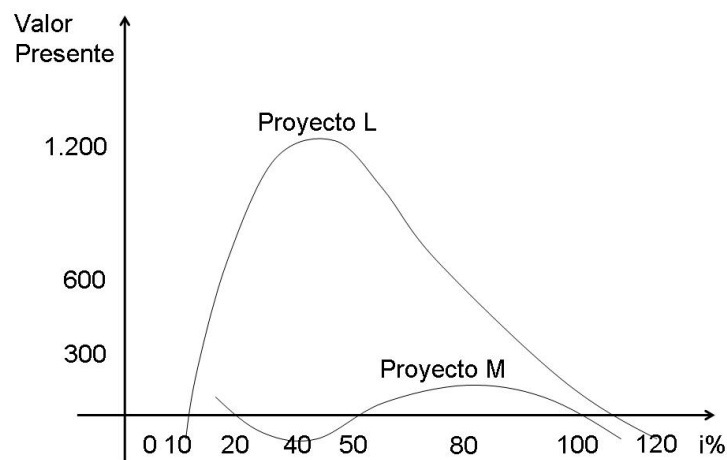


Figura 3.5: Ejemplo con múltiples TIR

de resituar una sección de ferrocarril de una compañía privada comparada con un proyecto de resituar una sección de carretera pública. En ambos proyectos hay que evaluar la inversión requerida y la influencia del proyecto sobre los costos de mantenimiento y otros, pero hay unas diferencias importantes.

La compañía privada espera recuperar su inversión con un rendimiento como consecuencia de los ahorros en costos de transporte, mantenimiento y/o aumentos en ingresos. En cambio, aunque el Estado haga la inversión y pague los costos de mantenimiento de las carreteras, los ahorros en costos de transporte los recibe el público en general. Entonces, surge la cuestión de quién es el punto de vista a tomar para evaluar un proyecto. En la compañía privada tomando el punto de vista del propietario se basaría la decisión en el flujo de caja. En cambio, si se examina la decisión de la evaluación de una carretera desde el punto de vista de “todo el mundo” la suma algebraica de los flujos de caja sería cero y no habría base para una evaluación económica. Esto se debe a que si uno considera la población total, cada flujo positivo para una persona ocasiona un flujo negativo para otra. Normalmente el gobierno considera que se justifica una inversión si los beneficios para el público son mayores que los costos para el gobierno, aunque se sabe que el público financia al gobierno por medio de los impuestos.

Si se supone que la mayoría de los impuestos son provenientes de, digamos, la clase media, y un proyecto beneficia a la clase más pobre, el proyecto resultaría en una transferencia de ingresos a esa clase. Un análisis concienzudo de un proyecto público debería examinar no sólo los valores de los beneficios y de los costos sino también la distribución de los mismos para ver si la redistribución de riqueza es deseable. ¿Cómo decidir si es deseable o no? Evidentemente lo que es deseable es una cuestión política; lo que para un grupo puede ser una solución ideal, puede ser totalmente inaceptable para otro. El analista hace el análisis; los políticos tomarán la decisión en base a lo que los resultados representen para ellos. Así que un análisis sesgado puede influir políticamente. No se puede esperar que un ingeniero haga un análisis objetivo. Filosóficamente, por ser humanos, nadie puede alcanzar la objetividad total ni una visión total. Así que no existen estudios perfectos, ni soluciones absolutas. Esto no implica, sin embargo, que se renuncie a la realización de estudios. Un buen estudio trata de alcanzar un alto nivel de objetividad y una visión amplia del proyecto o problema bajo investigación.

No vamos a entrar en una discusión detallada sobre evaluación de proyectos públicos en este texto porque el objetivo del mismo es enseñar las técnicas de ingeniería económica y su contexto dentro de la carrera de Ingeniería de Sistemas. Para un breve tratado sobre las complicaciones de evaluación de obras públicas se refiere al capítulo 10. Para un conocimiento más profundo existen libros especializados como el clásico de Musgrave (*The theory of Public Finance*), una excelente colección de lecturas editada por Richard Layard (*Cost-Benefit Analysis*). En adición se puede mencionar el conocido artículo de Ronald H. Coase “The Problem of Social cost” (*Journal of Law & Economics*, 1960). Para discusión de estimación de beneficios y costos vea también Prest y Turvey “*Applications of Cost-Benefit Analysis*” (*Economic Journal*, 1965).

### 3.4.1. Razón B/C o diferencia B-C

Se puede expresar el criterio que los beneficios (B) deben ser mayores que los costos (C) en dos formas:

1.  $\frac{B}{C} > 1$
2.  $B - C > 0$

En general 2 es preferible porque 1 es sensible al método de asignación de costos. Por ejemplo, considere un proyecto que tiene beneficios  $b_1, b_2$ , costos  $c_1, c_2$  en adición una consecuencia x desventajosa que un analista (A) considera un “beneficio negativo” y otro (B) considera un costo.

$$\begin{aligned} \text{Según (A)} &\implies \frac{B}{C} = \frac{b_1 + b_2 - x}{c_1 + c_2} \\ \text{Según (B)} &\implies \frac{B}{C} = \frac{b_1 + b_2}{c_1 + c_2 + x} \end{aligned}$$

O sea, según la clasificación de x, la relación  $\frac{B}{C}$  variará mientras la diferencia  $B - C$  es la misma con ambas interpretaciones.

$$\text{Según (A)} \implies B - C = b_1 + b_2 - x - (c_1 + c_2) = b_1 + b_2 - x - c_1 - c_2$$

$$\text{Según (B)} \implies B - C = b_1 + b_2 - (x + c_1 + c_2) = b_1 + b_2 - x - c_1 - c_2$$

Otro motivo para preferir 2 es que éste nos da la magnitud de los beneficios netos, por ejemplo:

$$\frac{B}{C} = \frac{5}{3} \text{ cuando } B = 500.000 \text{ y } C = 300.000 \text{ o cuando } B = 5 \text{ y } C = 3.$$

Mientras  $B - C = 200.000$  o en el segundo caso  $B - C = 2$ .

Es decir el método 2 comunica más información.

**Ejemplo 3.18.** *Comparación de las alternativas del ejemplo 3.1.*

Se refiere al ejemplo 3.1.

*Solución:*

Comparación entre Alternativa A y Alternativa B según:

- Beneficios anuales equivalentes netos:

Beneficios = ahorros anuales (Alternativa B - Alternativa A)	=	2.800
Costos (-15.000 en Alternativa B) anuales	=	2.235
<hr/>		
B - C = 565 > 0 se justifica la Alternativa B.		

- Valor Presente beneficios netos:

V.P de los beneficios = 2.800(P/A, 8 %, 10)	=	18.790
V.P del costo	=	15.000
<hr/>		
B - C = 3.790 > 0 se justifica la Alternativa B.		

**Ejemplo 3.19.** *Comparación de alternativas para el mejoramiento de una carretera.*

Hay que evaluar alternativas para el mejoramiento de una carretera. Las alternativas son H: reparar la sección en su local actual; J: reubicar esta sección para reducir la distancia. K: reubicar esta sección para reducir esta distancia aún más, pero a través de un tramo que cruce por las colinas.

Se propone un horizonte de 20 años;  $i = 7\%$  para el estudio. Las inversiones iniciales serían \$110.000 (H), \$700.000 (J), \$1.300.000 (K). Si abandonan la ruta actual (H), no tiene ningún valor de salvamento y tampoco al final de los 20 años si la mantienen en servicio. Sin embargo la vida útil de la carretera es más de 20 años y se estima este valor de salvamento o de desecho en \$300.000 (J) y \$550.000 (K). Los costos anuales de mantenimiento que el gobierno tiene que

pagar serán de \$35.000 (H), \$21.000 (J) y \$17.000 (K). El pronóstico es que el tráfico de esta sección aumente hasta el año 10 y de allí en adelante se mantenga constante. No creen que la decisión de ubicación influya en el volumen del tráfico vehicular que puede haber.

Los costos para los usuarios de H se han estimado en \$210.000 el primer año, \$220.000 el segundo y aumentan en esta cantidad hasta alcanzar \$300.000. Para J, los estimados correspondientes son \$157.500 en el primer año, aumentando en \$7.500 anuales hasta el año 10 cuando alcanzan \$222.500 y quedan constantes después; para K las cifras correspondientes son \$130.000; \$6.500; \$195.000. No hay ninguna otra diferencia a considerar.

*Solución. Método 1: Calculando los valores presentes o los costos anuales equivalentes.*

	H	J	K
Inversión - Valor de salvamento	110.000	622.000	1.158.000
Costos de mantenimiento	371.000	223.000	180.000
Costos para usuarios	2.823.000	2.117.000	1.835.000
Valor presente	3.304.000	2.962.000	3.173.000
Costos anuales equivalentes	311.900	279.700	299.500

Se ve que J tiene el costo mínimo según los valores presentes o costos anuales equivalentes.  
*Solución. Método 2: Beneficios-Costos.*

Se supone que el ahorro en costos para los usuarios es el beneficio que aportan las alternativas J y K con respecto a H. Entonces los costos son los costos de mantenimiento y de la inversión.

■ Comparando J con H:

$$\text{Beneficios} = 2.823.000 - 2.117.000 = 706.000$$

$$\text{Costos} = 622.000 + 223.000 - (110.000 + 371.000) = 364.000$$

---


$$B-C = 342.000 > 0, \text{ por lo tanto se prefiere J.}$$


---

■ Comparando K con J:

$$\text{Beneficios} = 2.117.000 - 1.835.000 = 282.000$$

$$\text{Costos} = 1.158.000 + 180.000 - 622.000 - 223.000 = 493.000$$

---


$$B-C = -211.000 < 0, \text{ por lo tanto se prefiere J.}$$


---

La conclusión naturalmente es la misma que arriba, se justifica la inversión en J comparada con H pero no se justifica el costo adicional en K comparado con J.

**Ejemplo 3.20.** *Comparación de alternativas para el control de inundaciones.*

Ha habido inundaciones de la quebrada San Francisco que han causado daños a las propiedades de la vecindad. Para evitar estos daños se propone un proyecto para el control de las inundaciones. Hay dos propuestas: (1) Mejoramiento del canal (MC); (2) Construcción de una represa (R). El análisis económico se basará en una vida estimada de 50 años, cero valor de salvamento e  $i = 6\%$ .

El valor esperado del costo anual de los daños causados por las inundaciones es \$480.000 si no se hace algo para controlarlas. La alternativa MC reducirá el costo de los daños esperados a \$105.000 anuales mientras que R lo reducirá a \$55.000 (claro, en algunos años no habrá inundaciones mientras en otros puede haber muchas; por esto se toma un promedio basado en frecuencias históricas). La alternativa MC tiene un costo inicial de \$2.900.000 y costos anuales de mantenimiento de \$35.000 (ambos costos los paga el Estado). La alternativa R cuesta \$5.300.000 inicial y \$40.000 anuales. Además, hay consecuencias adversas que al construir la represa afectarían la conservación de los recursos naturales. Estas consecuencias, que se tratan como beneficios negativos, son: primero, daños a la piscicultura de \$28.000 anuales; segundo, pérdida de terreno actualmente dedicado a la agricultura; tercero, una pérdida de productos agrícolas de \$10.000 anuales.

*Solución:*

Dado que las cifras son casi todas anualidades es más fácil utilizar beneficios y costos anuales. Trabajaremos las cifras en miles.

- Comparando MC con no hacer nada (NHN):

$$\begin{array}{rcl}
 \text{Beneficios (MC - NHN)} & = \text{reducción en daños anuales} & = 480 - 105 = 375 \\
 \text{Costos (MC - NHN)} & = 2900(A/P, 6\%, 50) + 35 & = 219 \\
 \hline
 B - C & = 159 & > 0 \\
 \frac{B}{C} & = 1,71 & > 1, \text{ por lo tanto se prefiere MC.}
 \end{array}$$

- Comparando R con MC:

$$\begin{array}{rcl}
 \text{Beneficios (R - MC)} & = (105 - 55) - (28 + 10) & = 12 \\
 \text{Costos (R - MC)} & = (5300 - 2900)(A/P, 6\%, 50) + (40 - 35) & = 157 \\
 \hline
 B - C & = -145 & < 0 \\
 \frac{B}{C} & = \frac{12}{157} = 0,08 & < 1, \text{ por lo tanto se prefiere MC.}
 \end{array}$$

Comparando R con MC los beneficios adicionales son menores que los costos adicionales y no se justificaría la inversión adicional. MC es la mejor alternativa.

Nota: Si se compara R con NHN la relación  $\frac{B}{C} = 1,03$  aparentemente justificable. Sin embargo al examinar los beneficios que se perciben de la inversión adicional en R comparada con MC, se ve que no se justifica la inversión adicional en R. Cuando haya más de dos alternativas nunca es suficiente comparar las alternativas solamente con la peor alternativa. Volveremos a discutir

esto al considerar alternativas múltiples en el capítulo 5. Siempre hay que aplicar el criterio de la decisión a cada incremento en la inversión.

### 3.4.2. Influencia de la manera como se clasifiquen los costos

Considere el proyecto:

Beneficios	=	300.000
Costos	=	100.000
Consecuencias adversas	=	90.000

Clasificando las consecuencias adversas como costos:

$$\frac{B}{C} = \frac{300}{100+90} = \frac{300}{190} = 1,58$$

Clasificando las consecuencias adversas como beneficios negativos:

$$\frac{B}{C} = \frac{300-90}{100} = \frac{210}{100} = 2,10$$

## 3.5. Selección de la Tasa Mínima Aceptable de Rendimiento (TMAR)

En los ejemplos y los ejercicios se da al estudiante la tasa mínima aceptable de rendimiento. En la vida real esta tasa se tiene que decidir antes de poder hacer el análisis. Dentro de una organización sólo pueden llegar a una política racional de toma de decisiones si se aplica a todos la misma tasa de interés.

Los factores que se deben tomar en cuenta para establecer la TMAR son:

1. Disponibilidad de fondos para inversión y el costo de prestar a la tasa de interés del mercado de capitales.
2. Rendimiento en otras alternativas de inversión.
3. El riesgo involucrado.

No hay una TMAR que deba usarse: dependiendo de la actitud hacia el riesgo y la importancia relativa que la organización o inversionista asigne a los factores, la TMAR escogida variará. Los inversionistas no se interesan en inversiones que no rinden por lo menos lo que pueden conseguir en los bancos u otra oportunidad que pudieran tener. Los intereses que pueden ganarse en otro lugar forman una base mínima de exigencia siempre y cuando el riesgo sea el mismo.

La TMAR puede definirse como (ver Baca, 2006, p.176):

$$TMAR = i + f + if \quad (3.1)$$

donde  $i$  es el premio al riesgo y  $f$  la inflación. Esto significa que la TMAR que un inversionista le pediría a una inversión debe calcularse sumando dos factores: primero, debe ser tal su ganancia que compense los efectos inflacionarios, y segundo, debe ser un premio o sobretasa por arriesgar su dinero en determinada inversión.

Una referencia que suele usarse para el premio al riesgo es el mercado de valores (bolsa de valores). Allí existen diferentes tipos de riesgo en las inversiones, según el tipo de acción que se haya adquirido y, por supuesto, acciones.

### 3.5.1. Necesidad de interés

Los economistas explican que el interés es como un precio que regula la oferta y la demanda de dinero. Desde el punto de vista de la demanda el interés es un incentivo para ahorrar. Desde el punto de vista del inversionista el interés es posible porque el capital es productivo. Los bancos entonces pagan intereses para conseguir fondos para invertirlos. El interés ganado sin riesgo es el incentivo para ahorrar. El interés pagado depende de la oferta y la demanda.

Cuando se está escogiendo una TMAR para un proyecto debe pensarse no sólo en los intereses actuales, sino también tratar de prever las condiciones futuras en el mercado de capitales.

### 3.6. Ejercicios propuestos

1. Calcule el costo anual equivalente de las series mostradas en las figuras 3.6 y 3.7 con  $i = 10\%$ .

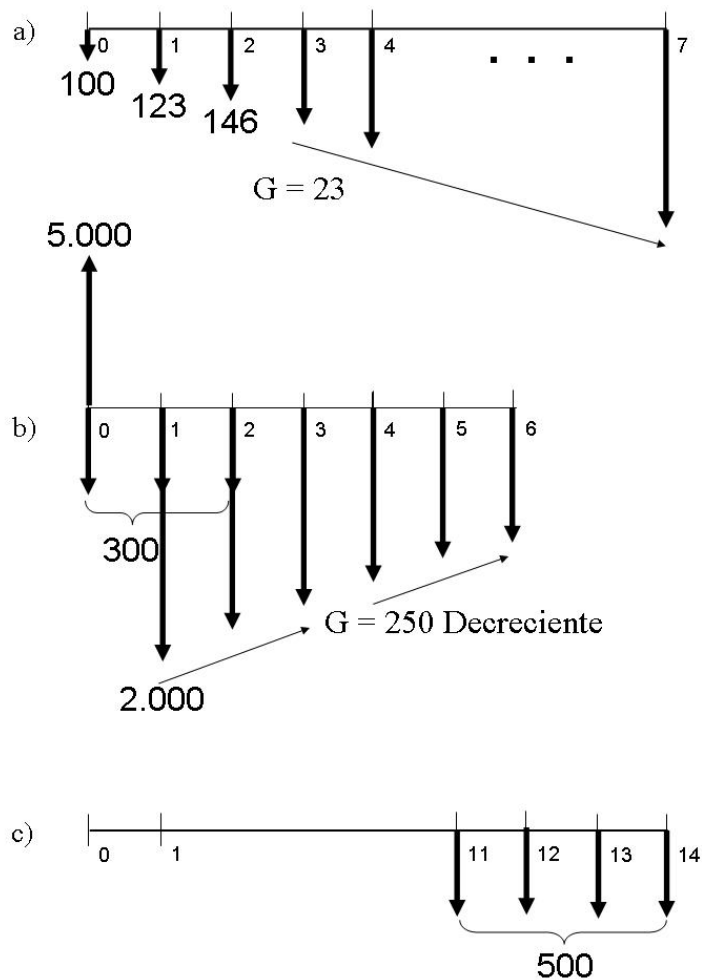


Figura 3.6: Ejercicios 1a, 1b, 1c



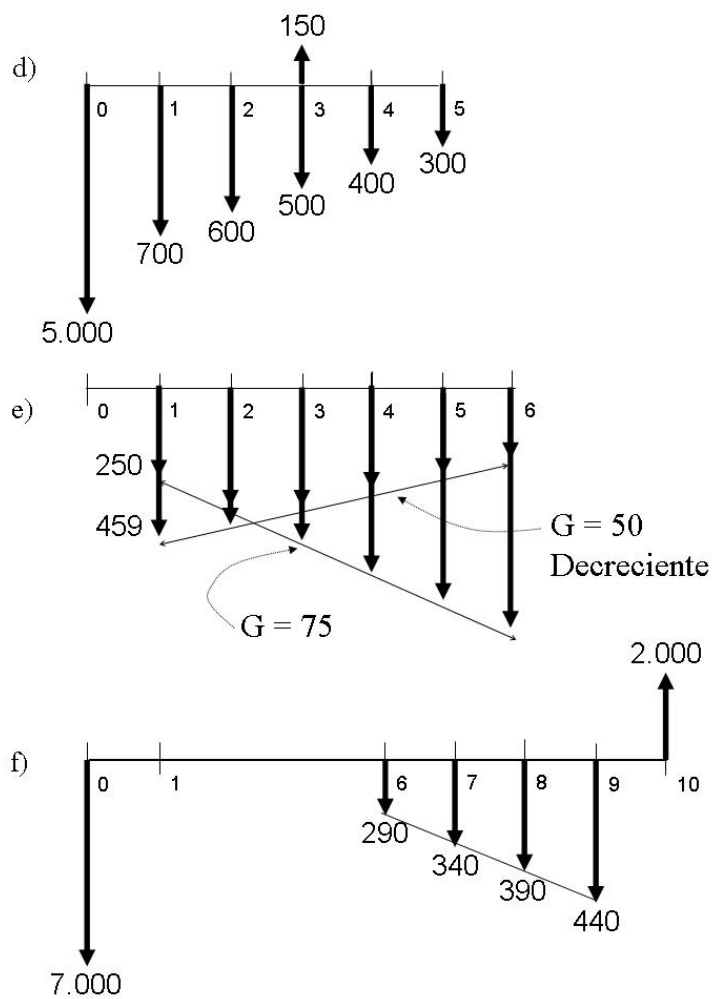


Figura 3.7: Ejercicios 1d, 1e, 1f

2. Calcule el valor presente de los planes I y II mostrados en la siguiente tabla para comparar su economía con  $i = 7\%$ , durante 20 años.

Plan	I	II
Inversión Inicial	BsF30.000	BsF20.000
Valor de salvamento	BsF3.000	BsF2.000
Vida	20 años	20 años
Costos anuales	BsF3.800	BsF3.000
Impuestos anuales	BsF300	BsF0

Planta añadida después de 10 años

Inversión	-	BsF12.000
Vida	-	10 años
Valor de salvamento	-	BsF3.000
Costos anuales	-	BsF2.100

3. Un equipo cuesta BsF5.000. Los costos los primeros 3 años son BsF300. En el cuarto año estos costos aumentan a BsF350 y en el quinto año a BsF450 y así sucesivamente aumentan en BsF100 cada año hasta los 8 años. El equipo no sirve después de 8 años y no tiene valor de salvamento. Si  $i = 15\%$ . ¿Cuál es el costo anual equivalente del equipo?
4. Hay dos métodos para cargar rocas en camiones con equipos que duran 6 años. Los costos son los siguientes:

Métodos	A	B
Costo inicial	BsF4.200	BsF2.800
Valor de salvamento	BsF600	BsF1.000
Costo anual de mantenimiento	BsF130	BsF450
Impuestos adicionales anuales	BsF60	-

Compare los costos anuales usando  $i = 12\%$  después de impuestos.

5. Una propiedad costó BsF50.000 y produjo ingresos de BsF12.000 anuales por 10 años. Los costos de mantenimiento eran BsF1.000 el primer año y aumentaron en BsF250 al año durante 10 años. Impuestos eran de BsF500 el primer año y BsF450 el segundo año y bajaron en BsF50 cada año durante 10 años. Si la tasa de interés es  $10\%$  ¿Cuál era el beneficio anual o costo anual equivalente de la propiedad?
6. Compare las siguientes alternativas para la compra de un molino tipo A o tipo B para encontrar la más económica en base de una vida útil de 12 años para B y 10 años para A y una tasa de interés de  $10\%$ .

Alternativas	Tipo A	Tipo B
Costo inicial	BsF7.800	BsF14.400
Valor de salvamento	BsF0	BsF2.700
Costo anual de operación	BsF1.745	BsF1.200
Costo anual de mantenimiento	BsF960	BsF540 aumentando cada año en 40
Costo adicional anual de impuestos	BsF0	BsF300
Vida útil	10 años	12 años

7. Calcule el costo anual equivalente del siguiente equipo:

Costo inicial	BsF9.678
Costo anual de operación	BsF950
Costo anual de mantenimiento	BsF700 con aumento el 2º año de BsF50 y el mismo aumento anual el resto de la vida útil
Vida útil	10 años
Valor de salvamento	BsF500
Tasa de interés a utilizar	8 %

8. ¿Cuánto es el costo capitalizado de los flujos del problema 1?
9. Se está considerando utilizar tubería de 10 cm o 12 cm. La tubería de 10 cm tiene un costo inicial de BsF4.500 y un costo anual de BsF900. La tubería de 12 cm tiene un costo inicial de BsF6.000 y un costo anual de BsF550. Se necesita usar la tubería por 15 años y no hay ningún valor de salvamento. Costos anuales adicionales se estiman en 5 % del costo inicial. Compare el valor presente del costo para 15 años de servicio, con  $i = 10\%$  anual.
10. Un proyecto para el suministro de agua requiere una inversión inicial de \$700.000. Una alternativa es hacerlo en tres fases con una inversión inicial de \$400.000, una segunda inversión de \$300.000 en 10 años y otra de \$300.000 en 20 años. Costos anuales para el primer plan son \$10.000 más que el segundo durante los primeros 10 años, iguales durante los próximos 10 años y 5.000 menos todos los siguientes años. Compare los costos capitalizados de los proyectos con  $i = 10\%$  anual.
11. Hay dos máquinas que pueden dar el mismo servicio y se tiene que decidir cuál comprar. La máquina “Troy” cuesta \$40.000 nueva y tiene costos de mantenimiento de \$8.000 el primer año con aumentos anuales de \$800 durante sus 4 años de vida y un valor de salvamento de \$4.000 al final de los 4 años. La otra “Gigante”, cuesta \$60.000 y tiene una vida esperada de 6 años con valor de salvamento de \$6.000; Sus costos anuales son \$5.000 con incrementos anuales de \$400. En adición hay que hacerles una revisión después de 2 años para la “Troy” a un costo de \$5.000 y después de 3 años para la “Gigante” a un costo de \$7.000 Compare las máquinas basándose en sus valores actuales presentes con  $i = 15\%$ .

12. La compañía XYZ saca su arcilla para hacer ladrillos de un terreno que pertenece a Juan García. Él cobra 4 por cada tonelada que sacan de su terreno. El contrato no vencerá por 5 años. Se estima que este terreno puede satisfacer las necesidades de la compañía XYZ de 20.000 toneladas al año por 15 años. La compañía también tiene unos depósitos propios de arcilla que son suficientes para todas las necesidades futuras y el costo de excavación es el mismo en ambos sitios. Sin embargo, el costo de transporte es mayor desde el terreno de XYZ. García sabe esto y piensa cobrar 8 la tonelada cuando se renueve el contrato en 5 años. Aún, con este precio, es más económico usar la arcilla de García. El presidente de la compañía XYZ se ha enterado de que García estaría dispuesto a vender su terreno. También se ha estimado que al final de los 15 años, cuando se hayan acabado los depósitos de arcilla, será posible vender el terreno de García en 120.000. Suponga que la compañía exige una tasa de rendimiento de 15 %. ¿Cuál tiene que ser el precio del terreno para que le rinda 15 %?
13. Un fabricante tiene que escoger entre un sistema automático o manual para ciertas operaciones. Los estimados de costos son:

Sistema	Automático	Manual
Costo inicial e instalación	BsF14.000	BsF6000
Vida esperada	6 años	10 años
Costos anuales	BsF4.000	BsF7000
Costo anual adicional de impuesto	BsF750	BsF0
Valor de salvamento	BsF1.000	BsF0

- a) Compare el costo anual del sistema automático con el manual (i) con una tasa de interés de  $i = 10\%$  después de impuestos y (ii) con una tasa de interés de  $12\%$  antes de impuestos.
- b) Compare el costo anual equivalente antes de impuestos utilizando (i) una tasa de interés de  $20\%$  y (ii) una tasa de interés de  $30\%$ .
14. La máquina R tiene un costo de BsF50.000, un período de servicio estimado en 12 años y valor de salvamento de BsF20.000. Los costos anuales de mantenimiento y de operación son de BsF6.000 el primer año, BsF6.300 el segundo y aumentarán en BsF300 cada año después hasta el final de la vida útil esperada. La máquina Q tiene un costo inicial de BsF30.000, valor de salvamento de cero después de su vida útil esperada de 12 años. Q tiene costos anuales estimados de BsF8.000 el primer año y aumentarán en BsF500 cada año. Con la máquina R hay que pagar impuestos adicionales de BsF1.000 anuales y éstos aumentarán en BsF100 cada año. Utilice un  $i = 15\%$  para comparar el costo anual equivalente de las dos máquinas.
15. Se está considerando comprar un terreno en la ciudad por \$20.000. Se cree que aumentará en valor en el futuro. Se paga \$400 en impuestos el primer año y aumentarán en unos \$40 cada año. ¿Cuál debe ser el precio de venta en 10 años para que la inversión rinda  $12\%$  antes de impuestos?
16. Calcule el costo capitalizado de los dos planes en el problema 11.

17. Calcule y compare los costos capitalizados de las alternativas del problema 14.
18. Compare las dos alternativas para la construcción de un estadio (utilice  $i = 7\%$ ):

**Alternativa I** Costo inicial \$350.000, vida de 90 años, manteniendo \$2.500 al año.

**Alternativa II** Costo inicial \$200.000, vida de 30 años, costo de mantenimiento de \$10.000 una vez cada 3 años.

Para ambas alternativas habrá reemplazo de asientos cada 15 años por \$40.000 y reemplazo de otras instalaciones cada 30 años \$100.000.

19. Una refinería puede satisfacer sus necesidades de agua con un tanque sobre una torre o con un tanque de igual capacidad sobre una colina a cierta distancia de la refinería. El costo de instalación del tanque y de la torre se estima en \$82.000; sobre la colina el costo es de \$60.000. La inversión en la colina requiere de una inversión adicional de \$6.000 en un equipo de bombeo cuya vida estimada es de 20 años con un valor de salvamento de \$500 al final de dicho período. El costo anual del equipo de bombeo se estima en \$500.
- a) Suponga una vida estimada de 40 años, Valor de salvamento de cero para ambos tanques;  $i = 5\%$  anual, ¿Cuál resulta más económico?
- b) Suponga que el tanque en la colina tiene una vida infinita mientras el otro tanque tiene una vida de 40 años. Para  $i = 5\%$  e  $i = 10\%$  compare los costos anuales equivalentes de las alternativas.
20. Los costos anuales de O y M de ciertas camionetas aumentan en \$300 al año y el costo el primer año es de \$2.400. El costo inicial es de \$5.400; el valor de salvamento se estima en \$1.400 después de 4 años y en \$900 después de 6 años. Utilizando una  $i = 10\%$  anual compare la economía de tener una camioneta 4 ó 6 años.
21. Compare los siguientes planes suponiendo servicio perpetuo,  $i = 10\%$  anual:
- Plan A** Inversión inicial de BsF150.000; de esta cantidad BsF75.000 es el costo del terreno, el cual no pierde su valor. Los otros BsF75.000 corresponden al costo de construcción. La construcción debe reemplazarse cada 30 años al mismo costo. Costos anuales de operación y mantenimiento son BsF10.000 durante los primeros 10 años y BsF7.000 anuales después, para siempre.
- Plan B** Inversión inicial de BsF250.000 de lo cual BsF100.000 corresponden al valor del terreno. La construcción cuesta 150.000 y tiene un valor de salvamento de BsF30.000 después de 50 años. Habrá que reemplazar esta construcción cada 50 años. Los costos de operación y mantenimiento para este plan son BsF4.000.
22. Se está considerando la instalación de un equipo que se ha estimado ahorrará 1.000 horas de mano de obra cada turno al año. El costo de la mano de obra es \$5,50 la hora y este costo aumenta en \$0,35 la hora cada año. La compañía trabaja con dos turnos diarios. El nuevo equipo involucra una inversión inicial de \$42.000 y una vida útil de 12 años con cero valor de salvamento. El costo anual en combustible para el nuevo equipo se estima en \$3.200 al año y otros costos anuales son 3% del costo inicial.

- a) Utilizando una tasa de rendimiento de 20 % ¿Debería comprarse el equipo?
- b) Si hay que pagar impuestos adicionales con el nuevo sistema de \$1.520 el primer año y esto aumenta en \$350 cada año ¿Debería comprarse el equipo si la compañía tiene una tasa mínima aceptable de rendimiento de 10 % anual?
23. Calcule el valor presente del servicio perpetuo de una serie infinita de renovaciones de los equipos descritos en el problema 1.
24. Se está considerando dos clases de superficies para carretera con costos por Km estimados como sigue:

Superficies	Superficie A	Superficie B
Costo inicial	\$21.000	\$32.000
Período para renovar	10 años	15 años
Costo de renovación	\$11.000	\$12.000
Costos anuales de mantenimiento	\$1.300	\$900

Compare los planes de las dos clases de superficies en base a sus valores presentes para 30 años de servicio, suponiendo valor de salvamento cero y una tasa de interés de 9 % anual.

25. Un fabricante propone construir un almacén. Un edificio de construcción tradicional le costará BsF464.000 mientras se puede asegurar el mismo volumen con un edificio de materiales prefabricados por BsF240.000. La vida estimada del edificio de cemento es de 50 años con costos anuales de mantenimiento de BsF4.000. La vida del otro (prefabricado) es de 25 años con costos anuales de mantenimiento de BsF7.200, seguro contra incendios costará 6 por cada BsF4.000 asegurados para cemento y BsF4 por cada BsF1.000 asegurados para el otro al año. Suponga que la cantidad media asegurada es BsF1.600.000 más el 75 % del costo inicial del edificio. Impuestos anuales sobre la propiedad serán del 1.5 % del costo inicial. Si se escoge el edificio en cemento resultarán pagos adicionales de impuestos de BsF2.180 mensuales.
- a) Calcule el costo anual equivalente para las dos posibilidades usando un  $i = 9\%$  después de impuestos. Suponga valor de salvamento cero.
- b) Calcule los costos capitalizados con  $i = 20\%$  antes de impuestos.
26. Se están considerando dos alternativas para satisfacer las necesidades de una compañía de electricidad para los próximos 18 años. La alternativa X requiere una inversión inicial de BsF5.000.000 y otra inversión al cabo de 9 años de BsF2.500.000. Los costos anuales de los primeros 9 años se estiman en BsF1.100.000 y durante los últimos 9 años en BsF1.800.000. Al final de los 18 años habrá un valor de salvamento de BsF1.000.000. La alternativa Y requiere una inversión inicial de BsF3.000.000 al final de 6 años y otra inversión de BsF2.000.000 al final de 12 años. Durante los primeros 6 años los costos anuales serán BsF800.000; durante los próximos 6 años serán BsF1.600.000 y los últimos 6 años serán de BsF2.400.000. No hay valor de salvamento al final de su vida de 18 años para la alternativa Y. Utilice una tasa de interés de 7 % para comparar las dos alternativas.
27. Considere las alternativas siguientes para la compra de una máquina de perforar:

Máquina	Automática	Semiautomática
Costo inicial	BsF90.000	BsF36.500
Vida útil	20 años	20 años
Valor de salvamento	BsF6.000	BsF5.000
Costos anuales O y M	BsF3.500	BsF5.000
Costos adicionales	BsF2.850	BsF8.000

Para tener la misma capacidad se necesitan dos máquinas semiautomáticas o una sola si se compra la automática. La semiautomática requiere además una revisión cada 5 años, que cuesta BsF3.000 para cada máquina. La automática requiere en adición una revisión cada 5 años, que cuesta BsF6.000 y también requiere una unidad de control, la cual cuesta BsF30.000, tiene una vida de 10 años y valor de salvamento de BsF2.500. Los costos anuales de esta unidad son BsF13.000. Compare la economía relativa de las dos alternativas con una tasa de interés de 8 %.

28. Una compañía pública está considerando dos planes alternativos para el suministro de servicio perpetuo. Plan C requiere una inversión inicial de BsF5.000.000, tiene costos anuales de BsF200.000 durante los primeros 20 años y BsF300.000 anuales después para siempre. Plan D tiene costos anuales de BsF100.000. Si se escoge el plan D hay que pagar un inversión adicional de BsF8.000.000 después de 20 años y cada 20 años después habrá que renovar esta inversión. El capital de la compañía es de BsF100.000.000 y no tiene problemas de refinanciar cualquiera de los proyectos. Si se utiliza una tasa de interés de 7 %, en base a sus costos capitalizados ¿Cuál plan es preferible?
29. Se está pensando en comprar un terreno por BsF64.000 y se cree que se pueda vender en 8 años por BsF102.400. De esta cantidad habrá que pagar 6 % de comisión al vendedor y un pago de BsF1.536 para el traspaso y seguro al venderlo. Se estima que los impuestos de la propiedad serán de BsF1.720 al año. ¿Cuál es la tasa de rendimiento del proyecto?
30. Un contratista ofrece terrenos por BsF10.000 cada uno de los cuales puede ser pagado con BsF2.000 cada año por 5 años “sin interés”. Al investigar un poco usted averigua que puede obtener uno de los terrenos por BsF9.000 si el pago es de inmediato. Además, descubre que si lo compra a crédito hay un costo de BsF200 que se cobra el día de la compra para cubrir una comisión y gastos administrativos. Si se compra el terreno a crédito, cual será la tasa de interés efectiva que se pagará?
31. Se quiere comprar una máquina para luego alquilarla. El costo inicial es BsF20.000. Los recibos netos son de BsF5.400 el primer año y disminuyen cada año por BsF300. Después de 15 años se retirará la máquina y tendrá un valor de salvamento de BsF2.000. Los impuestos a pagar serán de BsF2.100 el primer año y decrecerán por BsF150 cada año. ¿Cuál es la tasa de rendimiento después de impuestos?
32. Una revista tiene tres clases de suscripciones pagaderas con anticipación: BsF72 por un año ; BsF120 por dos años; BsF720 de por vida.
  - a) Comparando la economía de una suscripción por un año con una suscripción por dos años, ¿Cuál es la tasa de rendimiento de la inversión extra en la suscripción por dos años?

- b) Compare la economía de la inversión adicional para una suscripción de por vida con la de dos años. Suponga que usted tiene una vida esperada de 50 años más y que el precio de la suscripción por dos años no cambia.
33. Calcule la tasa de rendimiento de la siguiente inversión: Costo inicial BsF50.000, valor de salvamento después de 10 años BsF6.000. Recibos anuales de BsF10.000 durante 10 años; costos de BsF3.000 el primer año aumentando por BsF200 al año. Un pago de mantenimiento de BsF2.000 después de 5 años.
34. Una propuesta para una fábrica requiere una inversión de BsF400.000 en el terreno, el cual se tiene que comprar dos años antes de empezar operaciones. El costo de la construcción se tiene que pagar un año antes de comenzar operaciones y cuesta BsF1.200.000. En adición hay que invertir BsF1.350.000 en capital al iniciar las operaciones. Los recibos netos serán aproximadamente BsF150.000 el primer año, BsF300.000 el segundo año, BsF450.000 el tercero y BsF600.000 el cuarto año y todos los siguientes años hasta e incluyendo el año 13. En el año 14 los recibos netos se estiman BsF400.000 y en el año 15 el estimado es de BsF200.000. Adicionalmente, hay que pagar impuestos durante los años 4 al 13, ambos inclusive, los cuales se estiman en BsF200.000 anuales. Suponga que se recupera todo el dinero invertido en el terreno al final de los 15 años y que se recupera en adición BsF300.000 de la inversión en capital al final de los 15 años. Calcule la tasa interna de rendimiento del proyecto.
35. Se está considerando comprar un terreno por BsF84.000 y se cree que se lo pueda vender en 6 años por BsF102.400. De esta cantidad habrá que pagar 5 % de comisión al vendedor y un pago de BsF2.500 para el traspaso y seguro al momento de venderlo. Se estima que los impuestos de la propiedad sean BsF1.400 cada año. ¿Cuál es la tasa de rendimiento del proyecto?
36. La Srta. Pérez pagó BsF10.000 para comprar diez acciones hace 12 años. Recibió BsF60 al año los primeros 7 años por cada acción y BsF30 por cada acción al final de los siguientes 5 años. Acaba de vender estas acciones por BsF9.000 ¿Qué tasa de rendimiento recibió?
37. Se están considerando dos alternativas para un proyecto. La alternativa B tiene un costo inicial de BsF1.000.000, recibos anuales estimados en BsF450.000 durante 20 años, costos anuales de BsF200.000 y ningún valor de salvamento. La alternativa D requiere una inversión inicial de BsF1.400.000, tiene costos anuales estimados de BsF640.000 y ningún valor de salvamento. Adicionalmente, hay impuestos que se han estimado en BsF100.000 para B y BsF170.500 para D. la vida de D es de 20 años.
- a) Calcule la tasa de rendimiento para la alternativa B y para la alternativa D después de impuestos
- b) Calcule la tasa de rendimiento de la inversión adicional requerida en la alternativa D.
- c) Si se exigiese una tasa mínima aceptable de rendimiento de 10 % ¿recomendaría la alternativa B, la D, ninguna o ambas?.
38. Considere el siguiente flujo para una propuesta:



Año	Flujo Neto
0	BsF-700
1 al 10	BsF+200
11 al 20	BsF+100
21	BsF-3.000

Calcule el valor presente de dicho flujo para valores de  $i$  entre 2 % y 50 % y haga un gráfico de los resultados.

39. Una persona decide comprar un avión Cessna 402 para utilizarlo comercialmente, el cual tiene un costo de \$1.500.000. Se estima que los gastos de mantenimiento serán de \$10.000 cada 30 horas de vuelo; \$20.000 cada 120 horas de vuelo y \$50.000 cada 720 horas de vuelo. Dentro de los planes de uso del avión también está contemplado que se flete por \$7.000 la hora de vuelo (5 horas al mes). Se calcula que el uso comercial será de unas 50 horas mensuales; gastando además \$300 en combustibles y lubricantes por cada 10 horas de vuelo. La vida total del avión será de 10 años, con un valor de salvamento del 15 % del valor inicial. Usándolo comercialmente se piensa cobrar \$2.500 cada hora de vuelo. ¿Cuál es la TIR?
40. El señor Juan Pérez desea hacer una inversión con el fin de montar una empresa textil. Por medio de investigaciones obtiene la siguiente información:
- a) Requiere una inversión de BsF200.000 para adquirir 2 máquinas con las que producirá el tejido
  - b) El costo de la materia prima anual será de BsF20.000.
  - c) Un operador a un sueldo de BsF25.000 para el manejo de las 2 máquinas de tejido.
  - d) 2 máquinas de confección cada una a BsF25.000.
  - e) 2 operadores de éstas, a un sueldo anual de BsF12.000.
  - f) 2 obreros de diversas ocupaciones con sueldos anuales de BsF9.600 cada uno.
  - g) El coste de la luz está estimado en BsF4.500 anual.
  - h) El costo de mantenimiento de toda la maquinaria es de BsF8.000 anual.
- Las máquinas poseen una vida útil de 10 años con valor de salvamento de BsF15.000 el lote. Recibos se estiman en BsF180.000 anuales. Calcule la TIR de esta inversión que el Sr. Juan Pérez desea hacer.
41. Se está considerando cambiar la ruta de una carretera. Las alternativas son M y N. La inversión inicial será de 3 millones para M y 5 millones para N. Los costos anuales para los usuarios son estimados en \$880.000 para M y \$660.000 para N. Suponga una vida de 20 años, valor de salvamento de 60 % del costo inicial e  $i = 8\%$ .
- a) ¿Cuál es el costo anual equivalente de cada alternativa?
  - b) ¿Cuál es la relación beneficio/costo apropiada para comprar las dos rutas?
  - c) ¿Cuál es la diferencia B-C entre las dos rutas?
  - d) ¿Cuáles son los costos capitalizados de M y N?

42. Un proyecto tiene costos anuales de BsF300.000 de capital y de BsF700.000 anuales de mantenimiento. Las consecuencias favorables para el público se han estimado en BsF1.100.000 al año. Sin embargo, habrá consecuencias adversas de BsF300.000 al año para el público.
- ¿Cuál es la relación  $\frac{B}{C}$  si todas las consecuencias públicas se cuentan como beneficios?
  - ¿Cuál es la relación  $\frac{B}{C}$  si las consecuencias adversas se consideran como costos?
  - ¿Cuál será la relación  $\frac{B}{C}$  si las consecuencias adversas se consideran como un costo y si los costos de mantenimiento se consideran como un beneficio negativo?
43. La gobernación va a decidir entre dos proyectos para el control de inundaciones. El proyecto A requiere una inversión inicial de BsF1.500.000 y costos anuales de operación de BsF28.000. El proyecto B requiere BsF4.000.000 y tiene costos anuales de operación de BsF47.000. Si no se hace nada se espera un costo anual de los daños ocasionados por las inundaciones de BsF310.000. Esta pérdida se reduciría a BsF145.000 con el proyecto A y a BsF60.000 con el proyecto B. Sin embargo, B tiene beneficios negativos anuales de BsF23.000 por concepto de la pérdida de unos terrenos dedicados a la agricultura. Utilice una tasa de interés de 6 % y una vida esperada de 50 años y valor de salvamento igual a 0 para comparar con no hacer nada y comparar B con A.
44. La siguiente tabla considera los costos de varias alternativas de construcción de una carretera. Use una tasa de interés de 7 % y una vida infinita para evaluar las alternativas: A comparada con B; A comparada con C; B comparada con C en base a la relación B - C.

Proyecto	Costos para usuarios	Costo inicial	Costo anual
A	BsF2.200	BsF0	BsF60
B	BsF1.920	BsF1.500	BsF35
C	BsF1.810	BsF3.500	BsF40

45. El teleférico de Mérida es el más alto y largo del mundo y hay quienes dicen que éste fue el motivo para construirlo. Por esto es de gran interés turístico y es posible que el turismo en la ciudad de Mérida se haya aumentado debido al teleférico. Es bien conocido que lo que se paga para subir al pico no cubre el costo de mantenimiento, operación y costo de capital invertido. Suponga que tuviera que hacer un estudio para analizar la factibilidad económica futura del teleférico. ¿Cuáles serían los factores que tomaría en cuenta? ¿Cómo los mediría? ¿Habrá otros factores no económicos que tal vez influirían en una decisión sobre si continuar el servicio del teleférico o no?
46. En 2003 hubo muchos incendios forestales en Mérida. Las autoridades públicas no parecieron capacitadas para combatir el problema y se formaron grupos de ciudadanos para presionarlos a “hacer algo”. Dijeron que se deberían comprar más equipos, entrenar más gente entre otros. Los incendios causan muchas pérdidas que no se pueden evaluar fácilmente en términos económicos y otros que al pensarlo tienen resultados que se pueden medir en bolívares. Los incendios destruyen la vegetación y la falta de ésta afecta las

condiciones atmosféricas porque las plantas respiran produciendo vapor y también afectan los suelos porque absorben agua y sirven como anclaje de la tierra. Cuando llegan las lluvias se puede esperar cantidades de derrumbes, daños a propiedades, carreteras bloqueadas, poblaciones incomunicadas por tierra fuera de Mérida y otros. Suponga que le han asignado para hacer un estimado del costo social de los incendios. Es posible que utilicen tal estudio para justificar gastos en equipos para combatir incendios futuros. Por ejemplo, una posibilidad sería comparar el costo de prevención con el costo social de no hacer nada ¿Qué tomaría usted en cuenta para hacer tal estudio y cómo estimaría los costos?

47. Suponga que usted tiene que hacer un estudio de los beneficios y costos de los siguientes proyectos. ¿Cuáles serían los posibles factores a tomar en cuenta?
- a) Un parque nacional.
  - b) Un proyecto de ampliación de una carretera.
  - c) Una fábrica para producir conservas de frutas.
  - d) Mejoramiento del servicio de correo postal.
  - e) Un trolebus para Mérida
  - f) Un centro municipal de deportes incluyendo tenis y baloncesto; parque infantil supervisado y área para hacer parrillas.
  - g) Montar una lavandería.
  - h) Una propuesta para reglamentar la instalación en todos los vehículos de aparatos que controlen la emisión de gases tóxicos.



# Capítulo 4

## Depreciación y efectos tributarios

### 4.1. Depreciación

En todos los ejemplos considerados hasta ahora, se ha analizado la economía de alternativas basándose en estimados de los efectos de las alternativas sobre el flujo de caja. No se ha considerado el manejo de la contabilidad de la empresa. En la contabilidad no se trabaja con costos anuales equivalentes ni con valores del dinero en el tiempo, sino que se contabilizan año por año los ingresos y egresos de la empresa y se usa un método de depreciación para repartir el costo de adquisición o inversión menos el valor de salvamento, durante la vida de los equipos involucrados.

Un estudio económico requiere conocimiento del flujo de impuestos que la empresa tiene que pagar. Estos impuestos variarán según el método de depreciación que se utilice y se debe estar consciente de las posibles ventajas económicas que ciertos métodos de depreciación aportan.

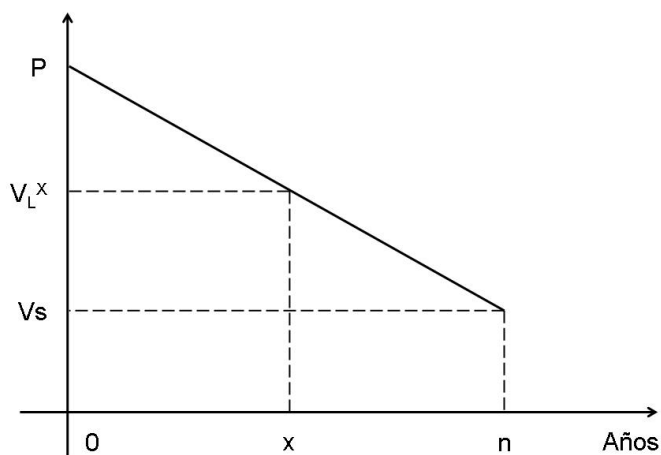
“Depreciación” de un equipo o planta en la contabilidad es, simplemente, un método para repartir su costo menos el valor de salvamento durante su vida útil estimada. No necesariamente refleja el valor económico que una planta o equipo tiene en un momento dado. El valor económico depende del valor de mercado o del valor que le asigne el dueño. El costo amortizado es la parte del costo original que ya se ha depreciado. En contabilidad se toma que la inversión en un activo es un costo de operación pagado por adelantado y que se debería recuperar durante la vida del activo.

Depreciación en la contabilidad es un proceso de asignación y no de evaluación. La depreciación es la porción de pérdida en valor que este proceso asigna en un año y no necesariamente corresponde al verdadero cambio en valor.

En el balance general de una empresa aparecen estimados de depreciación de equipos y por lo tanto es un estimado del valor que queda invertido en el equipo. A este valor se le llama “valor en libros” (de la contabilidad de una empresa). A continuación se presentan 2 métodos de depreciación: Método de la línea recta y método de la suma de los dígitos de los años.

### 4.1.1. Método de la línea recta

Se estima el valor de salvamento al final de la vida útil y se calcula la depreciación anual suponiendo que es uniforme según la ecuación 4.1 (Ver figura 4.1).



**Figura 4.1:** Representación gráfica del método de la línea recta

Valor inicial:  $P$ ; Valor de salvamento:  $V_s$ ; Vida en años:  $n$ ; Depreciación:  $D$ .

$$D = \frac{P - V_s}{n} \quad (4.1)$$

El valor en libros para el año  $x$  se expresa por:

$$V_L^x = P - x\left(\frac{P - V_s}{n}\right) \quad (4.2)$$

### 4.1.2. Método de la suma de dígitos de los años

Se cuenta más depreciación al principio que al final de la vida útil. La suma de los dígitos se puede expresar por:

$$SD = \sum_{k=1}^n k$$

Luego:

La depreciación en el año 1 se expresa como:  $D_1 = \frac{n(P-V_s)}{SD}$

La depreciación en el año 2 se expresa como:  $D_2 = \frac{(n-1)(P-V_s)}{SD}$

Generalizando, la depreciación en el año  $x$  se expresa como:

$$D_x = \frac{(n - x + 1)(P - V_s)}{SD} \quad (4.3)$$

Valor en libros en el año 1:

$$V_L^1 = P - D_1$$

Valor en libros en el año 2:

$$V_L^2 = P - (D_1 + D_2)$$

Valor en libros en el año  $x$ :

$$V_L^x = P - \sum_{j=1}^x D_j$$

$$V_L^x = P - \sum_{j=1}^x \left( \frac{n - j + 1}{\sum_{k=1}^n k} \right) (P - V_s)$$

$$V_L^x = P - \frac{\sum_{j=1}^x (n - j + 1)(P - V_s)}{\sum_{k=1}^n k}$$

Ya que la suma de los dígitos de los años se puede expresar como:

$$\sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2}$$

Entonces

$$V_L^x = P - \frac{(P - V_s)}{\frac{n(n+1)}{2}} \left( \sum_{k=n-x+1}^n k \right)$$

$$\sum_{k=n-x+1}^n k = \sum_{k=1}^n k - \sum_{k=1}^{n-x} k = \frac{n(n+1)}{2} - \frac{(n-x)(n-x+1)}{2}$$

$$V_L^x = (P - V_s) \left( \frac{n-x}{n} \right) \left( \frac{n-x+1}{n+1} \right) + V_s \quad (4.4)$$

No debe memorizar esta fórmula. Use la fórmula:

$$V_L^x = P - \sum_{j=1}^x D_j$$

**Ejemplo 4.1.** *Cálculo del valor en libros y depreciación.*

Calcule el valor en libros y la depreciación en el año 10 si el costo inicial ( $P$ ) es de \$35.000, la vida estimada ( $n$ ) es de 20 años y el valor de salvamento ( $V_s$ ) es de \$3.500.

*Solución:*

**Línea recta.** La depreciación y el valor en libros serían:

$$D = \frac{35000-3500}{20} = 1575$$

$$V_L^{10} = 35000 - 10\left(\frac{35000-3500}{20}\right) = 35000 - 10(1575) = 19250$$

**Suma de dígitos de los años.** La depreciación y el valor en libros para el año 10 serían:

$$D_{10} = \frac{(11)(35000-3500)}{\sum_{k=1}^{20} k} = \frac{(11)(2)(31500)}{20(20+1)} = 1650$$

$$D_1 = \frac{(20)(35000-3500)}{210} = 3000$$

$$V_L^{10} = P - \sum_{j=1}^{10} D_j = 35000 - \frac{(20+19+18+\dots+11)(35000-3500)}{210} = 35000 - \frac{(210-55)(31500)}{210} = 11750$$

## 4.2. Estructura tributaria

El sistema tributario es el sistema de leyes y reglamentos que definen los impuestos y, siendo un gasto para la empresa, deben incluirse en su flujo de caja. Las leyes de los impuestos varían de un país a otro y dentro de un país pueden variar de un año a otro y según la naturaleza de la industria en cuestión. Por esto, es recomendable investigar las consecuencias tributarias para el caso particular bajo estudio. En esta sección se presentan sólo los conceptos básicos generalmente aplicables a la mayoría de los casos.

### 4.2.1. Definiciones

**Ingreso bruto:** total de todos los ingresos recibidos.

**Gastos:** los costos incurridos en una transacción comercial.

**Ingreso gravable:** el valor monetario remanente sobre el cual se deben pagar los impuestos.

$$\text{Ingreso gravable} = \text{Ingreso bruto} - \text{Gastos} - \text{Depreciación}$$



**Ganancia de capital:** cuando el precio de venta de propiedades depreciables (activos) o de tierra, excedan el valor en libros, ha ocurrido una ganancia de capital.

$$\text{Ganancia de capital} = \text{Precio de venta} - \text{Valor en libros}$$

**Pérdida de capital:** cuando el precio de venta de un activo o de tierra es menor que el valor en libros, ha ocurrido una pérdida de capital.

$$\text{Pérdida de capital} = \text{Valor en libros} - \text{Precio de venta}$$

### 4.2.2. Cálculo de los impuestos

#### Impuestos sobre la renta

Los impuestos se calculan utilizando la siguiente relación.

$$\text{Impuestos} = (\text{Ingreso bruto} - \text{Gastos} - \text{Depreciación})t = (R_j - C_j - D_j)t$$

donde:

$R_j$  Ingreso bruto o recibos

$C_j$  Gastos

$D_j$  Depreciación

$j$  año  $j$

$t$  tasa tributaria o tasa de impuestos

Evidentemente la cantidad a pagar variará según el método de depreciación, definido por el valor  $D_j$ . Si no se tomara en cuenta la depreciación se pagaría  $(R_j - C_j)t$  en impuestos. Al incluir la depreciación hay una diferencia, un ahorro, de  $tD_j$  en los impuestos pagados.

#### Impuestos sobre ganancia y pérdida de capital

En el año  $x$ , un activo figura en los libros de contabilidad de la empresa con un valor  $V_L^x$  después de haber depreciado  $P - V_L^x$  durante los años anteriores. Si se vende este año por  $V_s^x$ , puede aparecer como una ganancia si  $V_s^x > V_L^x$  o una pérdida si  $V_s^x < V_L^x$ . Sobre una ganancia se pagarían impuestos, digamos que  $T\%$  donde  $T$  es la tasa vigente para el caso bajo estudio. En el caso de una pérdida de capital se tomaría un crédito de  $(V_L^x - V_s^x)T$  o sea, un ahorro en los impuestos a pagar ese año. En resumen, el efecto sobre el flujo de caja en el año de venta de un activo es:  $(V_L^x - V_s^x)T$  lo cual es positivo si  $V_s^x < V_L^x$  (pérdida) y negativo si  $V_s^x > V_L^x$  (ganancia).

### 4.2.3. Aproximación del efecto de impuestos

Es evidente que la tasa de rendimiento de un proyecto antes de impuestos es mayor de lo que se obtiene cuando se toman en cuenta los impuestos pagados. Si no se calculan los impuestos se debería utilizar una tasa de retorno más alta de la que se usa después de impuestos. Para estimar la tasa de retorno de impuestos se puede usar la relación:

$$\text{Tasa de retorno después de impuestos (1 - tasa tributaria)} \cong \text{Tasa de retorno antes de impuestos}$$

Así que si la tasa tributaria es, por ejemplo, 52 % y se requiere un 6 % de retorno después de impuestos, se puede hacer el estudio antes de impuestos con una tasa de retorno de  $\frac{0,06}{1-0,52} * 100 \%$ , o sea con una tasa de 12,5 %.

### 4.2.4. Comparación de la TIR con dos métodos de depreciación

El ejemplo 3.12 se refiere a una inversión que se hizo sobre un plazo de 8 años, ya completados y se encontró que la tasa de rendimiento antes de impuestos era 12 %. Ahora se requiere encontrar la tasa de retorno después de impuestos, si la tasa tributaria es del 30 %, comparando dos métodos de depreciación, el de la línea recta con el de la suma de los dígitos de los años.

Tabla 4.1: Cálculo de la TIR usando el método de la línea recta

Año	(a) Flujo antes de impuestos	(b) Depreciación	(c) Ingresos gravables	(d) Impuestos	(e) Flujo después de impuestos	Valor Presente	
						8 %	10 %
0	-\$12.000				-\$12.000	-\$12.000	-\$12.000
1	\$3.700	-\$1.350	\$2.350	-\$705	\$2.995	\$2.773	\$2.723
2	\$3.000	-\$1.350	\$1.650	-\$495	\$2.505	\$2.148	\$2.070
3	\$2.400	-\$1.350	\$1.050	-\$315	\$2.085	\$1.655	\$1.566
4	\$2.100	-\$1.350	\$750	-\$225	\$1.875	\$1.378	\$1.281
5	\$1.700	-\$1.350	\$350	-\$105	\$1.595	\$1.086	\$990
6	\$1.500	-\$1.350	\$150	-\$45	\$1.455	\$917	\$821
7	\$1.300	-\$1.350	-\$50	\$15	\$1.315	\$767	\$675
8	\$1.150	-\$1.350	-\$200	\$60	\$1.210	\$654	\$564
8*	\$1.200				\$1.200	\$648	\$560
Totales	\$6.050	-\$10.800	\$6.050	-\$1.815	\$4.235	+\$26	-\$750

La tabla 4.1 muestra el cálculo de la TIR utilizando el método de la línea recta para la depreciación. La tabla 4.2 muestra el cálculo de la TIR utilizando el método de la suma de dígitos de los años. El 8\* indica que la línea corresponde al valor de salvamento. La interpolación nos da que la TIR es del 8.1 % usando la línea recta y del 8.6 % usando la suma de los dígitos de

los años.

Tabla 4.2: Cálculo de la TIR usando el método de la suma de los dígitos de los años

Año	(a) Flujo antes de impuestos	(b) Depreciación	(c) Ingresos gravables	(d) Impuestos	(e) Flujo después de impuestos	Valor Presente	
						8 %	10 %
0	-\$12.000				-\$12.000	-\$12.000	-\$12.000
1	\$3.700	-\$2.400	\$1.300	-\$390	\$3.310	\$3.065	\$3.009
2	\$3.000	-\$2.100	\$900	-\$270	\$2.730	\$2.340	\$2.256
3	\$2.400	-\$1.800	\$600	-\$180	\$2.220	\$1.762	\$1.668
4	\$2.100	-\$1.500	\$600	-\$180	\$1.920	\$1.411	\$1.311
5	\$1.700	-\$1.200	\$500	-\$150	\$1.550	\$1.055	\$962
6	\$1.500	-\$900	\$600	-\$180	\$1.320	\$832	\$745
7	\$1.300	-\$600	\$700	-\$210	\$1.090	\$636	\$559
8	\$1.150	-\$300	\$850	-\$255	\$895	\$484	\$418
8*	\$1.200				1.200	\$648	\$560
Totales	\$6.050	-\$10.800	\$6.050	-\$1.815	\$4.235	+\$233	-\$512

### 4.3. Ejercicios propuestos

1. La CIA Minerales Venezuela C.A. ha comprado una unidad trituradora de mineral de hierro por \$80.000. La unidad tiene una vida útil esperada de 10 años y un valor de salvamento de \$10.000. Utilice los métodos de línea recta y suma de dígitos de los años para calcular la depreciación y el valor en libros para el año 7. Compare estos valores.
2. Suponga que la tasa de impuestos sobre los ingresos gravables es 25 % y la tasa sobre ganancias de capital es 50 %. La compañía ABC tiene un equipo que costó \$500.000 hace 3 años, tiene una vida esperada de 8 años con valor de salvamento de \$75.000. Los ingresos de la producción del equipo son de \$130.000 anuales; sin embargo se gasta \$20.000 anuales en costos de O y M. La CIA utiliza una tasa de interés del 8 % para evaluar sus decisiones sobre inversiones.
  - a) Si la CIA utiliza el método de la suma de los dígitos de los años para la depreciación, calcule el flujo de caja sobre la vida del equipo, tomando en cuenta el efecto de los impuestos. Calcule el CAE de para la CIA de este equipo.
  - b) Si la CIA utiliza el método de la línea recta para la depreciación, calcule el flujo de caja sobre la vida del equipo, tomando en cuenta el efecto de los impuestos. Calcule el CAE de para la CIA de este equipo.

- c) ¿Cuál es el valor en libros ahora según el método de la suma de los dígitos de los años? Si le ofrecen a la CIA \$300.000 por el equipo y lo venden en esta cantidad ahora, ¿Cuál sería el flujo de caja este año tomando en cuenta los impuestos?
- d) Como que en (c) para el método de la línea recta.
3. Una inversión de BsF100.000 produce ingresos netos anuales antes de impuestos de BsF20.000. Tiene una vida útil de 9 años y Vs de BsF10.000. Calcule el flujo de caja para una tasa de impuestos de  $T\%$ , suponiendo:
- a) Depreciación según la línea recta
  - b) Depreciación según la SDA.
- ¿Qué cantidad se paga en total en impuestos? (para cada método) ¿Cuál es el CAE de los impuestos para cada método? ¿Cuál es el CAE de la inversión después de impuestos? ¿Cuál método prefiere? (Suponga una tasa de interés de  $i\%$ ).
4. Un edificio tiene un costo inicial de \$4.000.000 una vida estimada de 50 años y ningún valor de salvamento. Calcule el cargo por depreciación para los primeros dos años y el valor en libros después de 25 años por
- a) El método de la línea recta.
  - b) El método de la suma de dígitos de los años.
5. Un equipo tiene un costo inicial de 13.000, una vida estimada de 15 años y valor de salvamento de 1.000. Suponga una  $i = 8\%$  y utilice a) El método de la línea recta y b) El método de la suma de los dígitos de los años para calcular:
- 1) La depreciación el primer año.
  - 2) La depreciación el séptimo año.
  - 3) El valor en libros al final del séptimo año.
6. Un equipo tiene un costo inicial de \$9.000; vida estimada de 12 años, valor de salvamento de \$1.200. Usando el método de la suma de los dígitos de los años, ¿Cuál será la depreciación cobrada:
- a) ¿el primer año?
  - b) ¿el séptimo año?
  - c) ¿valor depreciado después de 7 años?
7. Un equipo tiene un costo inicial de BsF13.000, una vida estimada de 15 años y valor de salvamento de BsF1.000. Utilice el método de la línea recta y el método de la suma de los dígitos de los años para calcular:
- a) La depreciación el primer año.
  - b) La depreciación el séptimo año.
  - c) El valor en libros al final del séptimo año.

8. Un equipo cuesta BsF10.000 y tiene un valor de salvamento de BsF4.500 después de 10 años. Cada 5 años hay que repararlo con un gasto de BsF3.000. Con este gasto en el año 5 el equipo seguirá funcionando bien el resto de su vida útil. El dueño del equipo utiliza una tasa de interés de 10 % y el método de la suma de los dígitos de los años.
- a) ¿Cuál es la depreciación y el valor en libros en el año 7?
  - b) ¿Cuál es el valor presente de este equipo sobre un plazo de 20 años?
  - c) ¿Cuál es el costo capitalizado del equipo?
  - d) ¿Cuál es el costo anual equivalente si se paga impuestos de 15 % y los ingresos anuales son de BsF1.000?
  - e) ¿Cuál es la TIR antes y después de impuestos si los ingresos anuales son BsF1.000 y se pagan BsF155 en impuestos?
9. Suponga que en el problema 11 del capítulo 3 se usa el método de la suma de los dígitos de los años y que se paga una tasa de impuestos de 20 %. Calcule el efecto sobre el flujo neto de la CIA de comprar
- a) La “Troy”
  - b) La “Gigante”
- ¿Cuál es la más económica después de impuestos?
10. En el problema 27 del capítulo 3, compare la economía relativa de utilizar el método de la línea recta y el método de la suma de los dígitos de los años para ambas alternativas. Suponga que la tasa tributaria es de 24 %.
11. En vez de los impuestos sugeridos en el problema 31 del capítulo 3, suponga una tasa de impuestos de 15 % sobre ganancias netas y utilizando el método de suma de dígitos de los años. Calcule la tasa interna de rendimiento.
12. Calcule la TIR de la propuesta del problema 34 del capítulo 3, suponiendo que los impuestos son del 20 % de la ganancia neta y que se usa el método de la línea recta para depreciar.
13. Calcule la TIR de la inversión del problema 40 del capítulo 3, suponiendo que los impuestos son del 20 % de las ganancias netas y que se usa el método de la línea recta para depreciar.
14. Si se requiere una TMAR del 12 % y los impuestos son del 20 % de la ganancia neta ¿Qué tasa de interés usaría para evaluar un proyecto antes de impuestos?



# Capítulo 5

## Análisis de alternativas múltiples

Puede que el estudiante de Investigación de Operaciones o de Ingeniería de Sistemas se sorprenda al encontrar un capítulo pretenciosamente titulado: “Análisis de alternativas múltiples”. ¿No es esto precisamente lo que se está haciendo en cualquier trabajo tanto de Investigación de Operaciones como de Control o, en general, en un estudio de Ingeniería de Sistemas?

La respuesta es afirmativa y aquí no se pretende cubrir toda clase de análisis de alternativas múltiples, porque tendríamos que incluir un libro de cada materia de Ingeniería de Sistemas e Investigación de Operaciones. Pero, no está de más aquí detenerse un momento para considerar el contexto de aplicación de la Ingeniería Económica dentro de la Evaluación de Proyectos.

Muchos problemas que surgen en la vida real se pueden modelar matemáticamente, a veces usando técnicas conocidas tales como la programación lineal, programación no lineal, programación dinámica, modelos de control, modelos estocásticos, modelos de colas, teoría de decisiones y, otras veces, con un modelo específico del caso en cuestión. No es exagerado decir que todos los problemas reales son problemas económicos porque precisamente cualquier cambio de estado, implícito en una “alternativa” involucra en el mundo real una redistribución de los recursos, generalmente algún gasto financiero. Así, aunque un problema se modele como un problema de optimización, de tiempo o de productividad, implícitamente estamos resolviendo un problema económico al mismo tiempo y deberíamos estar seguros que los aspectos económicos estén correctamente evaluados.

La Ingeniería Económica no es únicamente una ingeniería para resolver “problemas económicos”. Además es necesaria para la estimación de costos que sirven de entrada en modelos de IO e IS y se requiere usarla en forma explícita en modelos que tratan con flujos de dinero en el tiempo.

Aquí se entiende por alternativas múltiples “varias alternativas para lograr un fin, que tienen diferentes consecuencias económicas”.

Vamos a considerar la evaluación económica de alternativas múltiples bajo dos esquemas:

1. Casos en que se pueden utilizar modelos matemáticos: la multiplicidad de las alternativas se debe a que hay una variable de decisión que puede tomar cualquier valor (si hay restricciones, el modelo puede ser un modelo de programación lineal, no lineal u otro).

2. Casos en que hay más de dos alternativas independientes.

## 5.1. Uso de modelos matemáticos

A veces existe una o más variables que uno puede controlar en el diseño o por decisión y se quiere saber que diseño(s) o decisión(es) minimizará el costo o maximizará la ganancia. Si se puede expresar el costo total y las restricciones como funciones matemáticas, entonces el problema se puede resolver con las técnicas de optimización (problemas de IO e IS). En su forma más sencilla se trataría de minimizar o maximizar una función de una sola variable sin restricciones, como en el ejemplo 5.1, que es un caso en el que los costos totales  $y$ , se comportan en función de la variable de decisión  $x$  según:  $y = ax + \frac{b}{x}$

Si  $\frac{dy}{dx} = 0$ , se encuentra el punto mínimo en  $x = \sqrt{\frac{b}{a}}$

**Ejemplo 5.1.** *Alternativas infinitas. (Grant y Ireson, 1976).*

Hay que escoger un cable con capacidad de 30 amperios. El cable se usará unas 4.200 horas al año. El costo del cable es de \$0,48 la libra y la energía cuesta 2,3 céntimos por Kw-hora. El cable dura “para siempre”. La TMAR es de 14,5% antes de impuestos. El peso del cable es directamente proporcional al área de la sección transversal del cable, llamémosla  $x$ , y la resistencia es proporcional a  $\frac{1}{x}$ . Hay que decidir que clase de cable comprar.

Sea  $x_e$  el área transversal del cable más económico. La resistencia  $R$  por cada 1000 pies y área transversal 1 unidad, es aproximadamente 10.580 ohmios a 25°C y este volumen pesa 0,00302 libras. En cuanto mayor la resistencia, mayor la pérdida de la energía. Esta pérdida es igual a  $I^2 R$ , donde  $I$  es la corriente y  $R$  es la resistencia. Esta pérdida se reduciría con cables más gruesos (menor resistencia).

*Solución:*

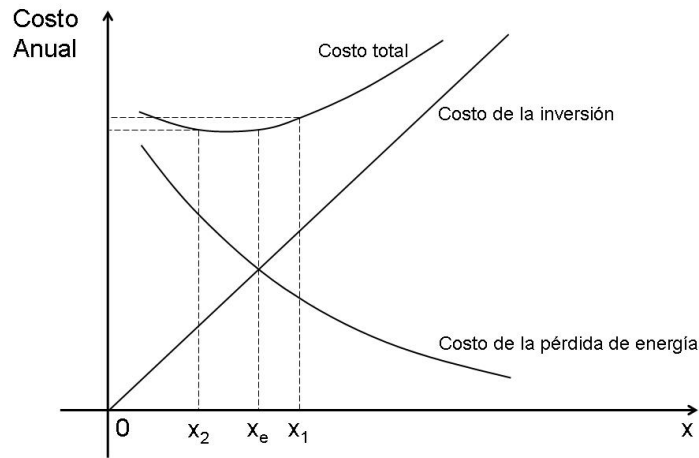
Hay que encontrar el valor de  $x$  que minimice el costo.

En la figura 5.1 se ve que en cuanto más ancho es el diámetro del cable mayor es el costo de la inversión inicial pero menor el costo debido a pérdidas de energía. Hay un punto de intersección en el que el costo total es mínimo como lo indica la figura.

Inversión inicial (por unidad de área transversal)	=	(0,48)(0,00302)
CAE de la inversión en cable con área $x$ : (0,48)(0,00302)(0,145) $x$	=	(0,00021) $x$
Costo anual de la pérdida de energía	=	$\frac{I^2 R(4200)(0,023)}{1000}$
Pero $R = \frac{10580}{x}$ , luego		
CAE de la pérdida de energía $\frac{(30)^2(4200)(0,023)(10580)}{(1000)x}$	=	$\frac{919800}{x}$

De donde el costo total (CT) se expresa como:





**Figura 5.1:** Costo total

$$CT = (0,00021)x + \frac{919800}{x}$$

tomando la derivada de la expresión del  $CT$  con respecto a  $x$  e igualando a cero se tiene:

$$\frac{dCT}{dx} = 0,00021 - \frac{919800}{x^2} = 0$$

$$x_e = \sqrt{\frac{919800}{0,00021}}$$

Entonces

$$x_e = 66180$$

Se comprueba luego que  $\frac{d^2CT}{dx^2}$  evaluada en  $x_e$  es positiva, es decir que  $x_e$  corresponde a un mínimo (si la evaluación diese negativa entonces correspondería  $x_e$  a máximo):

$$2\left(\frac{919800}{x_e^3}\right) > 0$$

entonces  $x_e = 66.180$  minimiza el costo total.

En la práctica se tienen que averiguar los tamaños que se venden en el mercado y encontrar los dos más cercanos a  $x_e$ . Con estos dos valores de  $x$ , se calcula el costo total y se elije el que de menor costo total. Esto se ilustra en la figura 5.1 con  $x_1$  y  $x_2$ . Nótese que en este caso  $x_2$  no queda tan cerca de  $x_e$  como  $x_1$ , sin embargo resulta más económica ( $CT$  menor) que  $x_1$ .

## 5.2. Tamaños económicos de lotes

Los problemas de encontrar el tamaño económico de los lotes de fabricación se pueden resolver usando un modelo matemático. Son problemas muy comunes en la industria.

En muchos casos, se usa una máquina para una corrida de producción de cierto producto y cuando haya producido suficiente se la usa para la fabricación de otro producto. El costo de preparación de una corrida de producción es independiente del número de piezas fabricadas en el lote. Este costo por unidad variará en una proporción inversa con el tamaño del lote. En cuanto mayor el tamaño del lote mayor el exceso por encima de las necesidades diarias y por consecuencia mayor el costo de almacenaje y mayor es el costo de inversión del inventario.

Si se puede justificar o no estos gastos de inventario, depende de si el ahorro que se obtiene por preparar en grandes cantidades representa un rendimiento adecuado sobre estos costos. Se justifica esta inversión si ésta se recupera con la tasa de interés que se ha exigido. El tamaño económico está definido por el tamaño máximo justificado bajo este criterio; así mismo, la determinación de este tamaño económico es análogo como en el caso de la figura 5.1 que es el cálculo del punto de costo total mínimo.

Muchas autoridades han sugerido modelos para resolver este problema. Difieren en sus hipótesis con respecto al comportamiento de factores de costo y demanda. Para un caso específico se debe deducir el modelo apropiado. Aquí presentamos un ejemplo en que se supone que la demanda es uniforme.

### Ejemplo 5.2. Cálculo del tamaño económico de un lote.

Datos del caso

**S** Costo total de preparación del lote.  $S = 4,6$

**P** Número total de piezas producidas diariamente si la máquina opera a plena capacidad.  $P = 100$

**U** Número total de piezas usadas diariamente.  $U = 10$

**N** Número de días laborables al año.  $N = 300$

**C** Costo variable por pieza (costo incremental de producción).  $C = 0,44$

**T** Costo fijo por pieza (mano de obra, gastos de luz, otros).  $T = 0,56$

**A** Costo anual de almacenamiento.  $A = 0,04$

**B** Impuestos y seguros expresados como porcentaje del costo de inventario.  $B = 0,015$

**I** TMAR. Debe reflejar el riesgo de obsolescencia que existe siempre y cuando el inventario sea grande.  $I = 20\%$

**Q** Tamaño del lote.

La tabla 5.1 muestra el cálculo del tamaño económico del lote para este ejemplo.

Tabla 5.1: Ejemplo del cálculo de tamaño económico de un lote

1	Tamaño del lote	Q	100	200	300	400	500	600
2	Lotes requeridos/año	$\frac{NU}{Q}$	30	15	10	7,5	6	5
3	Inventario máximo (piezas)	$Q(1 - \frac{U}{P})$	90	180	270	360	450	540
4	Inversión en inventario máximo (\$)	$CQ(1 - \frac{U}{P})$	39,600	79,20	118,80	158,40	198,00	237,60
5	Interés sobre inversión en inventario promedio (\$)	$\frac{ICQ}{2}(1 - \frac{U}{P})$	3,96	7,92	11,88	15,84	19,80	23,76
6	Valor en libros de inventario máximo (\$)	$TQ(1 - \frac{U}{P})$	50,40	100,80	151,20	201,60	252,00	302,40
7	Impuestos y seguros inventario promedio (\$)	$\frac{BTQ}{2}(1 - \frac{U}{P})$	0,38	0,76	1,41	1,51	1,89	2,27
8	Costos de almacenaje (\$)	$AQ(1 - \frac{U}{P})$	3,60	7,20	10,80	14,40	18,00	21,60
9	Costo total de inventario (\$)	$\frac{IC+BT+2A}{2}(1 - \frac{U}{P})$	7,94	15,88	23,82	31,75	39,69	47,63
10	Costo anual de preparación (\$)	$\frac{SNU}{Q}$	138,00	69,00	46,00	34,50	27,60	23,00
11	Costo total en función de Q (\$)	(9) + (10)	145,94	84,88	69,82	<b>66,25</b>	67,29	70,63

Notas sobre la tabla 5.1:

1. Se incluye solamente las diferencias entre las alternativas. En este caso el costo incremental

de producción difiere entre ellas más no los costos fijos que son comunes a todas las alternativas.

2. Un lote de 400 piezas resulta el más económico, pero la diferencia en costos entre lotes de 300 a 600 parece tan pequeña, que pudiera considerarse insignificante. Otros factores generalmente favorecen el lote más pequeño, en este caso 300. Estos factores incluyen: riesgo de obsolescencia, conservación del capital disponible, reducción del riesgo de pérdida de inventario como resultado de caídas en precios.

### 5.2.1. Uso de un modelo para calcular el tamaño económico de lotes

El costo total en función de  $Q$  esta dado por

$$Costototal = \frac{IC + BT + 2A}{2} \left(1 - \frac{U}{P}\right)Q + \frac{SNU}{Q}$$

la solución del punto de costo mínimo de una función de la forma  $y = ax + \frac{b}{x}$  tiene la solución  $x = \sqrt{\frac{b}{a}}$  lo cual implica que:

$$Q = \sqrt{\frac{2SNU}{(IC + BT + 2A)\left(1 - \frac{U}{P}\right)}}$$

para el ejemplo 5.3, esta fórmula da un valor para  $Q$  de 417.

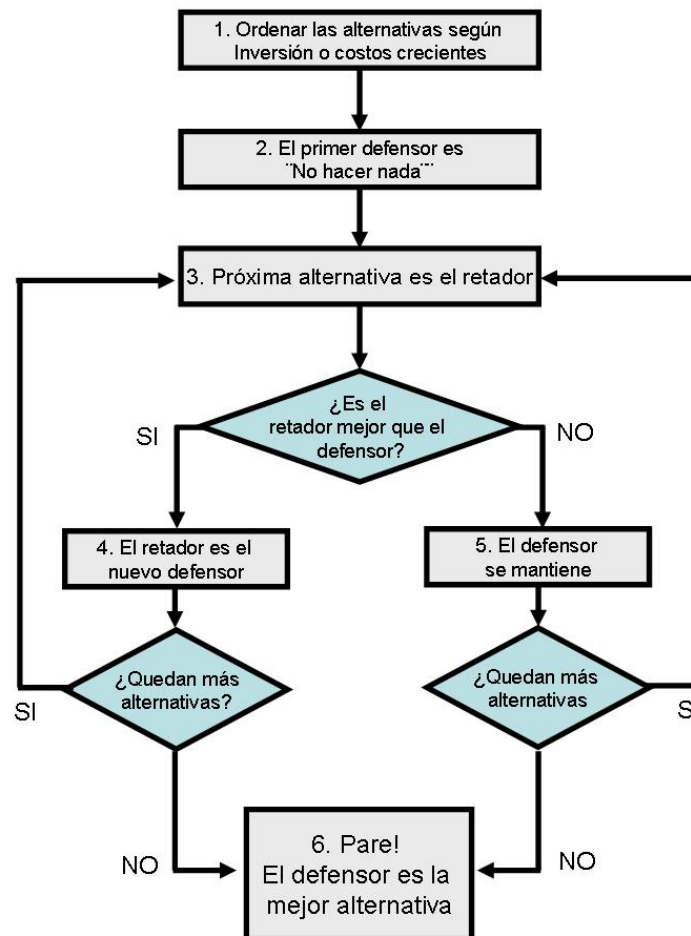
Al usar fórmulas se ahorra tiempo y se obtiene un sólo valor, lo cual tiene la desventaja que no revela el intervalo en que el costo varía. En muchos casos lo importante es saber el intervalo de costo mínimo en vez del punto de costo mínimo.

Los ejercicios al final de este capítulo incluyen más ejemplos de esta de clase problemas. Además, el análisis de alternativas de reemplazo es una aplicación específica de alternativas múltiples y se incluye en el Capítulo 7 sobre reemplazo un ejemplo de un modelo matemático sencillo de “optimización” de alternativas múltiples en que el valor del dinero en el tiempo es explícito en el modelo.

Los modelos matemáticos también se usan para analizar la sensibilidad de decisiones a variaciones en las variables de decisión, y es simplemente cuestión personal si se las incluye bajo alternativas múltiples o análisis de sensibilidad.

## 5.3. Análisis de alternativas múltiples independientes

En las discusiones de los métodos para la evaluación de proyectos vimos que hay que justificar cada incremento en la inversión. No es suficiente sólo comparar las alternativas con la alternativa de no hacer nada. Cada alternativa requiere una inversión diferente y se debería justificar cada aumento en la inversión en base de la TMAR.



**Figura 5.2:** Flujograma para el proceso del análisis de alternativas múltiples independientes

Es muy común que los analistas se equivoquen cuando utilizan el método de la TIR o del B/C. El proceso a seguir en estos métodos se resume en el flujograma de la figura 5.2

El método de valores anuales equivalentes o valores actuales, aplicado sobre incrementos en las inversiones da el mismo resultado que la comparación calculada sobre la inversión total. No es necesario hacer el análisis incremental si se adoptan estos criterios ya que estos métodos implícitamente suponen la inversión o reinversión de los ingresos a la misma tasa de rendimiento.

Los siguientes ejemplos muestran el análisis incremental resumido en la figura 5.2

**Ejemplo 5.3.** Comparación de 10 alternativas mutuamente excluyentes en base a la TIR.

Se están considerando 10 alternativas para la construcción de un edificio comercial en un terreno de la ciudad. La tabla 5.2 resume los costos y recibos netos anticipados para cada alternativa.

Se supone: una vida de 40 años, valor de salvamento del edificio igual a cero, valor del terreno recuperable igual a 200.000. Si la  $TMAR = 8\%$ , compare las alternativas en base al criterio de la  $TIR \geq TMAR$ .

La tabla 5.2 muestra el resultado del cálculo. La tercera línea muestra la TIR de los proyectos comparados con NHN. Si se escogiera la alternativa que da la mayor TIR comparado con NHN solamente, se cometería el error de escoger la alternativa A5. Para analizar alternativas múltiples usando el método de la TIR se requiere hacer un análisis incremental. En la tabla se muestra el plan defensor. La sexta línea da los incrementos de la inversión comparando el retador (alternativa de la columna) con el actual defensor; la séptima línea hace la misma comparación de los incrementos en recibos. La octava línea muestra la TIR del incremento.

Para empezar el análisis comparamos la primera alternativa con NHN y notamos que la TIR de  $5.5\%$  no satisface nuestro estipulado de  $8\%$ . Rechazamos entonces la alternativa A1. NHN se mantiene como la alternativa defensora. Se compara A2 con NHN, observándose que tampoco rinde el mínimo exigido. Sigue siendo entonces NHN el defensor. Procedemos a comparar la alternativa A3 con NHN. Este Plan si rinde más del  $8\%$  exigido; lo aceptamos como defensor en lugar de NHN y lo comparamos con la alternativa A4. El incremento en la inversión de  $456 - 384 = 72$  produce ingresos anuales de 15 lo cuál sobre un período de 40 años representa un retorno del  $20,8\%$  mayor que la  $TMAR = 8\%$ . Sustituimos la alternativa A3 por la A4 siendo ésta la nueva defensora que se compara con la alternativa A5 en la misma forma.

Se nota que se puede seguir obteniendo más del  $8\%$  exigido por las inversiones adicionales hasta 704 mil (Alternativa A7). De allí en adelante no se puede obtener el  $8\%$  y sería preferible invertir cantidades en exceso de 704.000 en la alternativa que sabemos rinde  $8\%$ . La mejor alternativa es entonces la A7. ¿Por qué no corresponde a la alternativa que comparada con NHN da la TIR más alta?

Para responder a esta pregunta considérese el caso en el que tenemos 1.000.000 para invertir. Si fijamos nuestra  $TMAR$  en  $8\%$ , esto implica que éste es el costo de oportunidad y que, si se invierte parte o todo el millón en una de esas alternativas, se podría ganar  $8\%$  en otro negocio. Si se invierte 540.000 en la alternativa A5 el rendimiento total sería:

$$(11,6\%)(540000) + (8,0\%)(460000) \Rightarrow 9,9\% \text{ sobre el total.}$$

Para la alternativa A7 el rendimiento total sería:

$$(11,0\%)(704000) + (8,0\%)(296000) \Rightarrow 10,1\% \text{ sobre el total.}$$

La alternativa A7 ofrece mayor oportunidad de ganar más de  $8\%$ . Si está estipulado que la  $TMAR$  es  $8\%$ , la consecuencia de rechazar una propuesta es aceptar otra que rinda  $8\%$ . Si se aceptara la alternativa A5, se estaría escogiendo una inversión que rinde  $8\%$  en vez del  $9\%$  y  $8,6\%$  de los incrementos de inversión entre la alternativa A5 y la alternativa A7.

Tabla 5.2: Diez alternativas comparadas en base a la TIR

	Planes o Alternativas								
	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9
Inversión inicial total	268	320	384	456	540	628	704	848	1.000
Recibos anuales netos	15,0	23,2	34,2	49,2	63	71,2	78	85,2	90,4
TIR	5,5 %	7,1 %	8,8 %	10,6 %	11,6 %	11,3 %	11 %	9,9 %	8,7 %
Plan defensor	NHN	NHN	NHN	A3	A4	A5	A6	A7	A7
Incremento en la inversión comparado con el defensor	268	320	384	72	84	88	76	144	296
Incremento en recibos netos comparado con el defensor	15,0	23,2	34,2	15	13,8	8,2	6,8	7,2	12,4
TIR del incremento en la inversión comparado con el plan defensor	5,5 %	7,1 %	8,8 %	20,8 %	16,4 %	9 %	8,6 %	3,3 %	2,8 %
TIR $\geq$ TMAR	NO	NO	SI	SI	SI	SI	SI	NO	NO
Decisión a favor de	NHN	NHN	A3	A4	A5	A6	A7	A7	A7

### Uso de la relación beneficio costo en el análisis de alternativas múltiples.

Considere las alternativas para la localización de una carretera en A, B ó C. Los costos asociados se muestran en la tabla 5.3.

La tabla 5.4 muestra la comparación de las alternativas para la localización de la carretera. Las alternativas están dispuestas en la tabla en orden creciente de sus inversiones. Se muestra el análisis de  $\frac{B}{C}$  incrementales según el flujagrama dado. En el análisis  $\frac{B}{C}$  incremental, B-3 resulta la alternativa más económica de todas. Se puede llegar al mismo resultado tomando la diferencia  $B - C$  y elegir el plan que maximice los beneficios netos o elegir el plan con costos totales mínimos.

Tabla 5.3: Alternativas para la localización de una carretera en base al análisis  $B - C$  (Costos Anuales en miles de \$)

Alternativa	Costo inicial	Costo anual $i=7\%$ , $n=30$	Mantenimiento	Costos usuarios y otros costos	Costos totales
A1	0	0	60	2.200	2.260
A2	1.500	121	35	1.920	2.076
A3	2.000	161	30	1.860	2.051
A4	3.500	282	40	1.810	2.132
B1	3.000	242	30	1.790	2.062
B2	4.000	322	20	1.690	2.032

B3	5.000	403	30	1.580	2.013
B4	6.000	484	40	1.510	2.034
B5	7.000	564	45	1.480	2.089
C1	5.500	443	40	1.620	2.103
C2	8.000	645	30	1.470	2.145
C3	9.000	925	40	1.400	2.165
C4	11.000	886	50	1.340	2.276

Tabla 5.4: Planes o alternativas para la localización de la carretera según el análisis  $\frac{B}{C}$

Alternativas	A2	A3	B1	A4	B2	B3	C1	B4	B5	C2	C3	C4
Beneficios ( $B$ ) comparado con A-1	280	340	410	390	510	620	580	690	720	730	800	860
Costos ( $C$ ) comparado con A-1	96	131	212	262	282	373	423	464	549	615	705	876
$\frac{B}{C}$ comparado con A-1	2,92	2,6	1,93	1,49	1,81	1,66	1,37	1,49	1,31	1,10	1,13	0,98
Análisis incremental												
Defensor	A1	A2	A3	A3	A3	B2	B3	B3	B3	B3	B3	B3
Incremento en Beneficios ( $B$ )	280	60	70	50	170	110	-40	70	100	110	180	240
Incremento en Costos ( $C$ )	96	35	81	131	151	91	50	91	176	242	332	503
Relación $\frac{B}{C}$	2,92	1,71	0,86	0,38	1,13	1,21	-0,80	0,77	0,57	0,45	0,54	0,48
$\frac{B}{C} \geq 1$	SI	SI	NO	NO	SI	SI	NO	NO	NO	NO	NO	NO
Decisión a favor de	A2	A3	A3	A3	B2	B3	B3	B3	B3	B3	B3	B3
$B - C$ comparado con A-1	184	209	198	128	228	247	157	226	171	115	95	-16

## 5.4. Criterio de decisión cuando el presupuesto es limitado

En casos donde se usa un modelo matemático para optimizar una función de la variable de decisión, la limitación de presupuesto forma una restricción del problema y entonces el problema se convierte en uno de programación lineal o no lineal. Para los otros casos el problema consiste en seleccionar la(s) propuesta(s) que maximicen el valor actual del presupuesto.



Primero se eliminan los proyectos que requieren una inversión mayor que el presupuesto y de los restantes, los que no rinden la TMAR. Se escoge de los restantes el proyecto que maximice el valor actual. Si hay dinero disponible después de esta inversión se supone que será invertido en algo que rinde la TMAR a no ser que quede suficiente para invertir en otro proyecto bajo consideración que rinde más que la TMAR.

## 5.5. El punto de vista de sistemas al escoger entre alternativas múltiples

En problemas complejos puede haber varias actividades que se tienen que llevar a cabo y para cada actividad una serie de alternativas. En estos casos es importante reconocer las interrelaciones entre las alternativas y las actividades principales. Por ejemplo, consideremos el caso del diseño de un sistema para el manejo de materiales que comprende:

**A** Recibir y almacenar

**B** Seleccionar el pedido

**C** Empaquetar y mandar el pedido

Pueden existir varias alternativas para cada actividad A, B y C, pero puede que no todas las alternativas para A sean compatibles con todas las alternativas para B y C. Además, es posible que una alternativa de, por ejemplo, B no sea compatible con una(s) alternativa(s) de C y así se restringe la factibilidad de las alternativas de C.

Evidentemente no basta analizar cada actividad por separado porque puede producir una combinación de “las mejores alternativas” de las actividades, que resulta en un sistema que no es factible.

Para estos casos es importante considerar “el sistema”, es decir, lograr una visión sistémica del caso. Una vez identificadas las alternativas del sistema, se puede proceder al análisis económico. Hay muchos casos en que los sistemas son muy complicados y requieren que se tome en cuenta la incertidumbre y actitudes hacia el riesgo. Estos casos dieron luz al desarrollo del campo de “Análisis de Decisiones”. Una breve introducción a este tema se menciona en el capítulo 8.

## 5.6. Ejercicios propuestos

1. Se está estudiando la instalación de un viaducto para un cruce de ferrocarril. El diseño de la superestructura es de acero y tendrá un peso por pie que dependerá de la distancia entre pilares de acuerdo con la expresión  $P = 32L + 1850$ .  $P$  es el peso por pie,  $L$  es la distancia en pies entre pilares. Los pilares serán de concreto y costarán \$185.000 cada uno. El costo de la construcción de la superestructura es a razón de \$0,36 por libra. Si el número de espacios es uno más que el número de pilares, determínese el número de pilares que producirán un costo mínimo total para un viaducto de 1.275 pies de largo.
2. Al estudiar la compra de un automóvil con aire acondicionado se estima que con el aire acondicionado apagado se gasta un litro de gasolina por cada 14 kilómetros y cuando funciona se recorren 12,3 kilómetros por litro. El aire acondicionado significa un mayor costo inicial de \$400 y su valor de salvamento después de 5 años es de \$50. Se utilizará el aire acondicionado un 20 % del tiempo, lo cuál implica un costo anual adicional de mantenimiento de \$60. Se considera que el bienestar del aire acondicionado vale \$0,02 por kilómetro recorrido. Si la gasolina cuesta \$0,40 por litro y si la tasa de interés es del 8 %, ¿Cuántos kilómetros se deben recorrer para que el equipo de aire acondicionado se pague por si mismo?
3. Considere los dos proyectos:
  - A) Construcción de una línea de energía y la compra de un motor eléctrico con un costo total de 10.000 UT y un valor de salvamento de 2.000 UT después de 4 años de servicio. El costo de la energía por hora se estima en 3 UT y el mantenimiento en 1.500 UT al año.
  - B) Compra de un motor de 3.000 UT y ningún valor de salvamento después de 4 años. El costo de gasolina y aceite por hora se estima en 1,50 UT la hora, el mantenimiento en 0,50 UT la hora de operación y el costo en mano de obra 4 UT la hora de operación.Si  $i = 10\%$ , ¿Para cuántas horas de operación anuales será preferible el proyecto A?
4. Se está considerando la producción de un nuevo producto (llamémoslo una glotella). Requiere una inversión inicial mínima que cuesta 4.000 UT al año. Un estudio del mercado potencial reveló que se puede vender en 11 UT. El costo variable (que depende del nivel de producción) es de 5 UT por unidad producida. ¿Cuántas glottellas se tendrán que vender en un año para que la empresa no sufra pérdidas? (hallar el punto de equilibrio para este caso).
5. Un fabricante da una garantía sobre sus productos. Las estadísticas muestran que se devuelve 10 % de la producción para repararla y un 5 % adicional se tiene que devolver dos veces. Estas reparaciones las hacen bajo garantía a un costo de 75 UT cada una en promedio. El director de control de calidad cree que un gasto anual de 65.000 UT en salarios y de 100.000 UT en equipos reduciría la cantidad devuelta a 7 % y ninguna se devolvería dos veces. Suponga una TMAR de 25 %, vida del equipo de 10 años y ningún valor de salvamento
  - a) ¿Cuál debería ser la producción anual para justificar esta sugerencia?

- b) ¿Cuál es el porcentaje máximo de productos devueltos que se podría aceptar y todavía justificar el proyecto de mejoramiento en el control si la producción anual fuese 10.000?
- c) ¿Cuáles otros factores cree usted se deberían tomar en cuenta?
6. El gobierno propone establecer una tasa por polución en base a la cantidad de desperdicios echados a los ríos. El cargo estará basado en la cantidad de desperdicio que tenga el líquido arrojado a los ríos y el indicador que se va a usar medirá el nivel de la polución en términos de la demanda bioquímica de oxígeno (DBO). Actualmente una empresa de detergentes arroja 1 millón de kilos de DBO al año porque no hace ningún tratamiento. El costo de instalación y operación de un sistema para tratamiento de desperdicios que reduzca la producción de DBO a un porcentaje  $x\%$  de su nivel actual depende de  $x$  según las relaciones: Inversión inicial  $P = \frac{10^6}{x}$ ; costos anuales de operación y mantenimiento  $OyM = 2\frac{10^5}{x}$ . En otras palabras si  $x = 10\%$  la inversión requerida es  $\frac{10^6}{10} = 10^5$  y los costos anuales son  $2\frac{10^5}{10} = 2(10^4)$ . Los sistemas de tratamiento de desperdicios tienen una vida de 10 años,  $Vs = 0$ . El impuesto por polución que se propone es de 0,8 UT por cada kilo de DBO echado a los ríos. Evidentemente la compañía quiere minimizar sus costos totales y utiliza una tasa de interés de 15 % para sus evaluaciones.
- a) Bajo este sistema de impuestos por polución, ¿Qué porcentaje de DBO arrojará la empresa al río cada año? Demuestre gráficamente (No exactamente) la relación entre  $x$  y los costos de inversión y O y M y en la misma gráfica la relación entre  $x$  y el costo por el impuesto a la polución.
- b) Si el gobierno quiere alcanzar un nivel de pureza correspondiendo a un nivel de DBO de 1 % ¿Cuál debería ser el impuesto?
- c) Si se venden los sistemas de tratamiento de desperdicios con capacidades fijas que producen la polución a niveles de 1 %, 5 %, 10 %, 15 %, 20 % y 25 % de su nivel actual, ¿Cuál sistema debería comprar la compañía? (Utilice el resultado de la parte a y no repita el cálculo hecho para esa parte).
7. Una compañía de confecciones considera la compra de una cortadora automática, la cuál tendría un costo inicial de \$22.000, una vida útil de 10 años y un valor de salvamento de \$500. Se espera que el costo anual de mantenimiento sea de \$2.000 al año. La cortadora requiere un operador a un costo de \$24 al día, con la misma se pueden cortar aproximadamente 1.500 yardas por día. Alternativamente, si se utiliza sólo mano de obra, se contratarían cinco trabajadores y cada uno puede cortar 1.000 yardas a \$18 diarios. Si la tasa mínima aceptable de rendimiento de la compañía es del 8 % anual, ¿Cuántas yardas de material se pueden cortar cada año para justificar la compra de la cortadora automática?
8. Una compañía constructora está considerando la compra de una tolva. La tolva nueva tendrá un costo inicial de \$75.000, una vida útil de 15 años, un valor de salvamento de \$5.000 y un costo de operación de 30 céntimos de dólar diarios, se espera que el costo anual de operación sea de \$6.000. Por otra parte la compañía puede alquilar una tolva por \$210 diarios. Si la tasa mínima aceptable de rendimiento de la compañía es de 12 %, ¿Cuántos días al año se debe necesitar la tolva para justificar la compra?

9. Una compañía puede suministrarle automóvil a uno de sus empleados, o pagarle por la utilización del suyo a razón de 13 UT por kilómetro. Los siguientes son los datos estimados en el caso de que la compañía suministrara el carro: un automóvil cuesta 30.000 UT, tiene una vida útil de 4 años y se puede vender por 5.000 UT al término de ese período. El costo de garaje para el carro son 20 UT al mes y el costo del combustible, llantas y mantenimiento es de 0,08 UT/Km. ¿Cuántos kilómetros debe recorrer el empleado que utilice el automóvil para que el costo de los dos métodos sea igual, si el interés es del 15 %?
10. Una empresa cafetera tiene una báscula para llenar botes de café. Por su poca sensibilidad, se debe guardar de forma tal que cada bote tenga  $16\frac{1}{4}$  onzas para poder estar seguros de que ninguna lleva menos de 16 onzas de café, el equipo actual fue comprado hace 10 años por 15.000 UT y se espera que dure 10 años más. Se está estudiando la posibilidad de adquirir una nueva báscula cuya sensibilidad es tal que el exceso promedio requerido por bote de libra es  $\frac{1}{8}$  de onza. Esta báscula costará 64.000 UT y la antigua será recibida por 3.000 UT. Se considera que el valor de salvamento de cualquiera de los equipos dentro de 10 años, será muy bajo y que sus costos de operación son prácticamente iguales. El café cuesta 2 UT por onza con un interés del 10 %, ¿Cuál es el número mínimo de paquetes de una libra que se deben hacer anualmente para que se justifique la compra de la nueva báscula?
11. En cierto diseño de puente de acero, el peso de un tramo, en libras, está expresado es  $W$ , donde  $W = 10L^2 + 1000L - 50000$  y  $L$  es la longitud del tramo. La estructura del puente posee “estribos y armazones”, teniendo un “estribo y armazón” menos que tramos. El acero del tramo cuesta 20 centavos la libra. El puente debe tener 1500 metros de longitud. Se calcula que un “estribo y armazón” cuesta, en dólares,  $C = 80000 + 80L$ . Hállese el número de tramos que de el costo inicial mínimo.
12. Hállese el tamaño económico de lote para un pieza fabricada, 30.000 de las cuales se utilizan anualmente, al ritmo de 100 diarias el costo total, incluyendo los gastos generales, de fabricación de una pieza es de \$2,50. El costo incremental de producción de una pieza es de \$2. Los costos de impuestos y seguro sobre el inventario son del 3 %. El costo anual de almacenamiento por pieza es de \$0,10. Las piezas se almacenan en secciones reservadas especialmente. La máquina en que se producen las piezas tiene una capacidad de 750 diarias. El costo de acondicionamiento de la máquina es de \$50. La pérdida de inventario en almacenamiento es cero y el punto mínimo de existencia es de aproximadamente cero piezas. La tasa mínima aceptable de rendimiento es de 15 %.
13. Supongamos que 10 % de un lote  $Q$  se perderá en almacenamiento a causa de daños, deterioro o desapariciones. Calcúlese el tamaño económico de lote para la pieza del problema anterior. Supóngase que los impuestos y el seguro se pagarán sólo sobre las piezas “no dañadas”. El espacio de almacenamiento debe ser para el número total de piezas en un lote y el costo de inversión se calculará de acuerdo con el promedio de número de piezas que vayan a almacenarse.
14. A) Utilice la fórmula del tamaño económico de lotes para determinar el tamaño económico bajo las siguientes circunstancias. Costo de preparación: \$225; costo variable por pieza \$6;

almacenaje \$15 por pieza al año; TMAR = 12 %; demanda (250 días al año) de 300.000 piezas; producción diaria de 50.000 piezas.

B) Haga una tabla similar a la tabla 5.1 usando lotes en incrementos de 2.000.

15. Una compañía de refrescos quiere comprar una máquina nueva para ahorrar en los costos de envasar y al investigar al mercado establece las siguientes alternativas:

Alternativa	A	B	C	NHN
Costo inicial	BsF70.000	BsF100.000	BsF50.000	0
Vida	6 años	6 años	5 años	Para siempre
Costos anuales	BsF8.000	BsF4.000	BsF15.000	25.000

Si la compañía requiere una tasa de rendimiento del 10 %, compare las alternativas usando el criterio de la TIR.

16. Una compañía está planeando la construcción de una casa para el abastecimiento de comida congelada. Se ha hecho un estudio de 4 clases de aislamiento que se pueden usar y los efectos sobre el costo de equipo de refrigeración que se necesitaría y los costos de operación para determinar el plan más económico. En cuanto más se gasta en aislar las paredes y el techo, menos se tiene que gastar en equipo y energía. Los estimados son (las cifras están en miles de dólares):

Plan	A	B	C	D
Inversión inicial de aislar	25	35	50	70
Costo de compresores	22	17	14	12
Costo de tubería, etc.	20	18	14	10
Costo anual de energía eléctrica	5,6	4,2	3,2	2,6

Los materiales de aislamiento tienen una vida de 20 años y valor de salvamento cero. Los compresores tienen una vida de 10 años y valor de salvamento cero. Los impuestos y seguros son de 2 % anuales del costo inicial total. La tubería tiene una vida de 10 años y valor de salvamento cero. Analice las alternativas mediante el cálculo de la tasa de rendimiento sobre los incrementos en la inversión de aislar. La TMAR es de 12 %. Explique que plan prefiere.

17. La siguiente tabla da los costos de varias alternativas de construcción de una carretera. Use una tasa de 7 % sobre una vida de 30 años para evaluar las alternativas en base al criterio de  $\frac{B}{C} \geq 1$  (las cifras están dadas en millones de BsF).

Proyecto	NHN	A	B	C	D
Costos para usuarios (anual)	2.200	1.920	1.920	1.860	1.810
Costo inicial	0	1.500	2.200	2.000	3.500
Costo de mantenimiento (anual)	60	35	14	30	40

18. Una distribuidora mayorista está estudiando la posibilidad de construir una bodega y tiene 4 ciudades donde podría situarla. Se han estimado los ingresos esperados y los costos asociados con cada localización y se muestran en la siguiente tabla:

Ciudad	Costo inicial	Ingreso anual
A	\$1.260.000	\$338.245
B	\$1.620.000	\$406.574
C	\$1.700.000	\$437.361
D	\$1.420.000	\$374.287

La vida útil se estima en 12 años. La TMAR es 15 %. Use el método de la TIR para decidir donde localizar la bodega.

19. Un fabricante está considerando las siguientes alternativas para reducir sus costos de operación. Si decide sobre una TMAR = 20 %, ¿Cuál de las alternativas debería escoger? Utilice el método de la TIR sobre incrementos de inversiones y una vida de 9 años.

Alternativa	A	B	C	D	E	F
Inversión	\$10.000	\$24.000	\$30.000	\$12.000	\$16.000	\$26.000
Ahorro anual	\$3.100	\$5.500	\$8.400	\$2.300	\$3.600	\$5.900

20. Al estudiar la compra de un automóvil marca FLASH, usted encuentra que el precio varía según la edad del carro. El precio (en dólares) está expresado por  $P = 40,000 - 3,000T$ . La vida de un carro nuevo es 10 años. Los costos de reparación aumentan con la edad del carro y en un año están aproximadamente dados por  $C = 500T$  (en dólares). Formule el costo anual equivalente total en función de T y utilice esta expresión para mostrar la edad del carro que se debería comprar. Se supone una tasa de interés =  $i$  %. Calcule T para  $i = 6$  %.
21. Las decisiones de una compañía se basan en una TMAR = 20 %. Analice las siguientes alternativas suponiendo una vida de 10 años y  $V_s = \$0$  para seleccionar una máquina.

Máquina	Onondoga	Mohawk	Tuscarora	Séneca	Cayuga	Oneida
Inversión	\$30.000	\$69.000	\$58.000	\$64.000	\$50.000	\$42.000
Ahorro anual	\$11.000	\$12.318	\$18.993	\$20.022	\$16.818	\$13.600

22. Una compañía estudia un grupo de propuestas de inversión relacionadas con los productos A, B o C. se ha decidido seleccionar una propuesta de cada grupo relacionado con un producto en particular. Las propuestas de investigación relacionadas con el producto A estan identificadas con la misma letra, igualmente para las propuestas de los productos B y C respectivamente. La compañía espera que la investigación dure cinco años. En el pasado, la compañía ha tenido como rendimiento sobre sus inversiones una tasa mínima del 10 %. Puesto que se cree que todos los proyectos serán igualmente benéficos para la compañía, se detallan a continuación únicamente los costos de cada uno de ellos. ¿Qué propuestas deberían ser seleccionadas si el dinero disponible es (a) Ilimitado; (b) \$1.150.000; (c) \$950.000? Use el método del CAE.

Propuesta	Costo inicial	Costos anuales
A1	\$400.000	\$81.000
A2	\$600.000	\$21.340
B1	\$200.000	\$82.000
B2	\$250.000	\$65.280
B3	\$300.000	\$50.360
C1	\$150.000	\$162.000
C2	\$200.000	\$150.130
C3	\$400.000	\$78.400
C4	\$500.000	\$55.300

23. El gerente de producción de una planta ha recibido los grupos de propuestas detalladas a continuación, entregados por los supervisores de tres actividades independientes de producción. Las propuestas relacionadas con una actividad en particular de producción están identificadas por la misma letra y son mutuamente excluyentes. Si se espera que las propuestas tengan una vida útil de 8 años, sin valor de salvamento, y si la tasa mínima atractiva de rendimiento es 15 %, ¿Cuáles propuestas se deberían escoger si la cantidad de dinero disponible para invertir es (a) ilimitado; (b) \$500.000; (c) \$200.000?

Propuesta	Inversión inicial	Ingreso neto anual
Actividad A		
A1	\$100.000	\$30.040
A2	\$200.000	\$64.230
A3	\$300.000	\$79.700
Actividad B		
B1	\$50.000	\$10.060
B2	\$100.000	\$52.030
B3	\$150.000	\$62.090
B3	\$200.000	\$70.770
Actividad C		
C1	\$150.000	\$45.060
C2	\$300.000	\$84.150

24. Los 4 distritos de ventas de una región han entregado al gerente regional de ventas 11 propuestas de gastos. Las propuestas detalladas a continuación durarán 10 años, y el gerente de ventas utiliza una tasa mínima atractiva de rendimiento del 12 % para determinar lo aceptable de las propuestas de inversión. Las propuestas están identificadas por letras diferentes que corresponden a cada uno de los distritos. La aceptación de una propuesta de un distrito no afecta la aceptación de otras propuestas de otros distritos mientras que el dinero no esté limitado. Las propuestas relacionadas con un distrito en particular son mutuamente excluyentes y, por lo tanto, es imposible seleccionar más de una propuesta de cada distrito. ¿Qué propuesta o propuestas debería escoger el gerente de ventas si el dinero disponible para invertir es (a) ilimitado, (b) BsF7.000.000, (c) BsF4.500.000, (d) BsF3.500.000?

Propuesta	Inversión inicial	Ingreso neto anual
Distrito Q		
Q1	\$1.000.000	\$199.250
Q2	\$1.200.000	\$246.950
Q3	\$1.300.000	\$266.880
Q4	\$1.400.000	\$294.880
Distrito R		
R1	\$1.500.000	\$357.780
R2	\$1.800.000	\$417.550
Distrito S		
S1	\$2.000.000	\$325.500
S2	\$2.400.000	\$572.450
S3	\$3.000.000	\$488.250
Distrito T		
T1	\$4.000.000	\$954.080
T2	\$5.000.000	\$1.234.150



# Capítulo 6

## Análisis de Sensibilidad

Todos los estudios involucran estimados de costos y recibos de los elementos que componen el flujo de caja. Sin embargo, estos estimados pueden variar y es evidente que al utilizar otro estimado las decisiones pudieran ser diferentes. En otros casos, sería posible variar bastante uno de los elementos sin cambiar la decisión.

En un análisis de sensibilidad se calcula la magnitud del cambio de uno o más factores que causaría un cambio en la decisión. Si se puede variar mucho el estimado de uno de los elementos de la decisión sin afectar la decisión, se dice que la misma es poco sensible a cambios (incertidumbres) en este elemento. Viceversa si un pequeño cambio en un estimado haría cambiar la decisión, entonces la misma es sensible a cambios en este elemento. La decisión se dice insensible a cambios en el elemento considerado, si se mantiene independientemente del valor que tome dicho elemento.

El análisis de sensibilidad constituye una fase sumamente importante en cualquier estudio. Hay que reconocer la incertidumbre inherente en todos los estimados y tomar en cuenta sus posibles efectos sobre la decisión. Esta incertidumbre se puede expresar con probabilidades (vea capítulo 8) o se hace el análisis explícito al final del estudio.

### 6.1. Punto de equilibrio entre dos alternativas

A veces hay dos alternativas una de las cuales es más económica que otra bajo ciertas condiciones. Si se cambia el valor de una de las variables, manteniendo las otras fijas, se puede hallar el valor de la variable que haga que las dos alternativas sean igualmente rentables o económicas. *Este se llama un punto de equilibrio* (ver Blank y Tarquin (2000)).

Cuando se usa el criterio de la TIR ya se está haciendo, efectivamente, un análisis de sensibilidad a la tasa de interés. La TIR es como un punto de equilibrio: si se exige más que la TIR, se rechaza; si se exige menos o igual, se acepta.

## 6.2. Procedimiento general

El procedimiento general para llevar a cabo el análisis de sensibilidad se puede resumir en:

- Decida que elemento(s) variar. Si hay muchos elementos se selecciona(n) el(los) que hacen mayor contribución a los costos.
- Determine el rango de variación probable para cada elemento.
- Evalúe la sensibilidad de la decisión a cada elemento, usando el criterio establecido para el estudio. Una gráfica es un buen modo de presentar los resultados.

Los resultados del análisis de sensibilidad indicarán aquellos factores donde vale la pena buscar más información para mejorar sus estimados.

**Ejemplo 6.1.** *Efecto del número de horas sobre la selección de un sistema de iluminación.*

Se han hecho los estimados de los costos de 3 alternativas y se desea estudiar la sensibilidad de la decisión al número de horas de uso anual. La tabla 6.1 muestra los costos y demás datos de las tres alternativas.

Tabla 6.1: Datos de los sistemas de iluminación

	Incandescente	Fluorescente	
		I	II
Costo inicial	\$175	\$1.050	\$1.390
Unidades	25	40	15
Bombillas/unidad	1	2	4
Costo/bombilla	\$2,25	\$2,50	\$4,25
Vida de la bombilla	1.000 horas	4.000 horas	5.000 horas
Wattios/unidad	500	90	200
Costo de instalación/bombilla	\$0,72	\$0,72	\$0,72

El costo de energía es de 3,4 céntimos/Kw;  $i^* = 30\%$ ; seguros e impuestos son 3,5 % del costo inicial; la vida de las unidades se estima en 10 años.

Sea  $x$  el número de horas de uso al año. Calculamos los CAE de cada alternativa.

## Incandescente

Capital + seguros + impuestos = $175((A/P, 30\%, 10) + 0,035)$	=	62,731
Costo de energía = $\frac{(0,034)(500)(25)x}{1000}$	=	$0,425x$
Costo de bombillas = $\frac{(2,25+0,72)(25)x}{1000}$	=	$0,07425x$
CAE Incandescente = $62,731 + 0,425x + 0,07425x$	=	$62,731 + 0,49925x$

## Fluorescente I

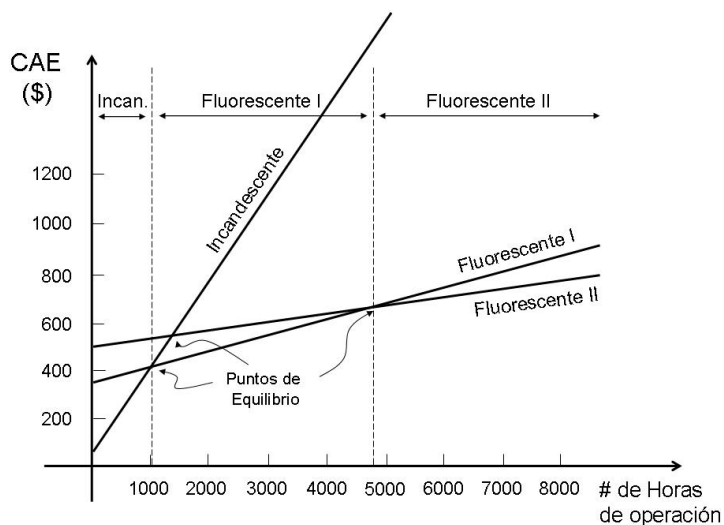
Capital + seguros + impuestos = $1050((A/P, 30\%, 10) + 0,035)$	=	376,383
Costo de energía = $\frac{(0,034)(90)(40)x}{1000}$	=	$0,1224x$
Costo de bombillas = $\frac{(2,50+0,72)(2*40)x}{4000}$	=	$0,0644x$
CAE Fluorescente I = $376,383 + 0,1224x + 0,0644x$	=	$376,383 + 0,18680x$

## Fluorescente II

Capital + seguros + impuestos = $1390((A/P, 30\%, 10) + 0,035)$	=	498,259
Costo de energía = $\frac{(0,034)(200)(15)x}{1000}$	=	$0,102x$
Costo de bombillas = $\frac{(4,25+0,72)(4*15)x}{5000}$	=	$0,05964x$
CAE Fluorescente II = $498,259 + 0,102x + 0,05964x$	=	$498,259 + 0,16164x$

El punto de equilibrio es tal que el CAE (Incandescente) = CAE (Fluorescente I) o sea es el  $x$  que satisfaga simultáneamente ambas ecuaciones.

$$62,731 + 0,49925x = 376,383 + 0,18680x \therefore x \cong 1004 \text{ horas}$$



**Figura 6.1:** Ejemplo del sistema de iluminación

Se puede hallar los puntos de equilibrio gráficamente o por cálculo. En la figura 6.1 se ve que la decisión depende del número de horas  $x$  de uso anual. Para  $x < 1004$ , el sistema de iluminación Incandescente es el más económico, para  $1004 < x < 4844$  el sistema de iluminación Fluorescente I sale favorecido y para  $x > 4844$  el sistema de iluminación Fluorescente II es la mejor opción.

Supongamos que el estimado del número de horas fuese  $1.200 \pm 300$ ; entonces la decisión sería muy sensible al número de horas y se debería intentar obtener un estimado más conciso de su valor. Sin embargo, si se ha estimado que  $x = 2.500$ , aunque variase por 1.000 horas no afectaría la decisión.

### Análisis de sensibilidad al precio de la electricidad.

**Ejemplo 6.2.** *El sistema de iluminación: Análisis de sensibilidad al precio de la electricidad.*

Se pueden volver a calcular los puntos de equilibrio suponiendo un cambio en el precio de la electricidad. Los puntos de equilibrio son en horas por año. Ver la tabla 6.2

Se ve que el punto de equilibrio entre el sistema incandescente y el fluorescente no variaría mucho. En cambio un aumento futuro en el precio de la electricidad bajaría bastante el punto de equilibrio entre fluorescente I y II.

Tabla 6.2: Puntos de equilibrio entre las alternativas

	Precio céntimos/Kwh					
	3,0	3,2	3,4	3,6	3,8	4,0
Incandecente con Fluorescente I	1.175	1.064	1.004	979	927	881
Fluorescente I con Fluorescente II	5.355	5.087	4.844	4.844	4.422	4.237

## 6.3. Sensibilidad a otros elementos del flujo de caja

Cualquier evaluación de proyectos debería incluir un análisis de sensibilidad. Se puede hacer, como arriba, estableciendo puntos de equilibrio en función de la variable o investigando el efecto de una posible variación en el precio o estimado.

**Ejemplo 6.3.** *Análisis de sensibilidad aplicado al ejemplo 3.2.*

La solución al ejemplo 3.2 es:

CAE de B = $15000 (A/P, 8\%, 10) + 6400$	=	8635
CAE de C = $[25000 - 5000](A/P, 8\%, 10) + 0,08 \cdot 5000 + 5750$	=	9131

Entonces la decisión es a favor de B.

#### **Análisis de sensibilidad al resultado.**

- Al valor de salvamento de C:

Para que la decisión cambie,  $CAE(C) < CAE(B)$ , es decir:

$$(25000 - V_s)(A/P, 8\%, 10) + (0,08)V_s < 8635$$

$$25000(0,14903) + 5600 - 8635 < V_s(0,14903 - 0,08)$$

$$V_s > 10008,5$$

Es decir que el valor de salvamento de C tendría que ser mayor que 10008,5 el doble del valor estimado, para cambiar la decisión. Por esto la decisión es poco sensible al valor de salvamento de C.

- Al valor de salvamento de B:

Para que la decisión cambie,  $CAE(B) > CAE(C)$  o sea el  $CAE(B)$  tendría que ser mayor que 9131. Si hubiera un valor de salvamento de B, reduciría aún más los costos anuales equivalentes de B y la decisión seguiría siendo a favor de B. Entonces, es evidente que la decisión es insensible a cambios en el  $V_s$  de B.

- A la tasa de interés:

Para que la decisión cambie,  $CAE(B) > CAE(C)$ . Ahora, ambos  $CAE$  están expresados como función de  $i$ .

$$15000(A/P, i, 10) + 6400 > 20000(A/P, i, 10) + 5600 + 5000i$$

$$5000(A/P, i, 10) + 5000i < 800$$

$$(A/P, i, 10) + i < 0,16$$

$$\text{Para } i = 0\% \implies (A/P, i, 10) + i = 0,1000$$

Para  $i = 4\% \Rightarrow (A/P, i, 10) + i = 0,1233 + 0,04 = 0,1633$

Para  $i < 4\%$  aproximadamente la decisión cambiaría. Si se toma la  $TMAR = 8\%$  entonces quiere decir que tendríamos que bajarla a menos de  $4\%$  para que la decisión cambie. Sin embargo, para  $i = 8\%$  la condición  $(A/P, i, 10) + i < 0,16$  no se cumple nunca, es decir, la decisión es insensible a subidas en la tasa de interés.

## 6.4. Ejercicios propuestos

1. En una fábrica de tornillos se piensa invertir BsF100.000 en la compra de una máquina. Se estima la vida útil de la misma en 10 años y el valor de salvamento en 15 % del valor inicial. Los estimados de los gastos y recibos anuales se muestran en la siguiente tabla (cifras en dólares).

Año	Ingresos	Desembolsos
0		-100.000
1	27.000	-1.835
2	25.000	-7.900
3	20.000	-2.000
4	20.000	-2.130
5	18.000	-2.000
6	19.000	-4.000
7	15.000	-3.500
8	17.000	-4.000
9	18.000	-3.500
10	14.000	-4.500
10	15.000 ( $V_s$ )	

Analice la sensibilidad de la decisión de invertir o no a la TMAR de la fábrica.

2. La compañía de nombre “Kansas” conocida por su famosa producción de vajillas de altas calidad llamadas “Bavaria”, esta considerando la adquisición de una serie de máquinas cuyo costo es de Bs. 400.000. Estas máquinas tienen un valor de salvamento de BsF100.000, con una vida útil de 10 años, teniendo un costo de mantenimiento anual de BsF10.000. los ingresos y los desembolsos estimados vienen dados por la siguiente tabla:

Año	Ingresos	Desembolsos
0		-400.000
1	30.000	-10.000
2	40.000	-10.000
3	60.000	-10.000
4	58.500	-10.000
5	66.000	-10.000
6	72.000	-10.000
7	78.000	-10.000
8	76.000	-10.000
9	79.000	-10.000
10	79.000	-10.000
10	100.000 ( $V_s$ )	

Analice la sensibilidad de la decisión de invertir o no a la TMAR de la compañía.

3. Se hacen unos tanques de material A, con un costo de 35.00, una vida de 6 años. A los 3 años se tiene que forrar el tanque a un costo de 12.000. una alternativa es usar material B con vida estimada en 15 años y que no necesita forrarlo después de 3 años. No se sabe el costo inicial de B. Si la TMAR es de 25 % ¿Cuál es la cantidad máxima que se puede justificar para un tanque de material B?
4. El propietario de un hotel en un país en desarrollo depende del turismo para la mayor parte de sus ingresos y para mantener un nivel alto de turistas, hace la propaganda para su hotel que tiene la ventaja de tener "PURE DRINKING WATER", lo cual es muy importante para su clientela predominante norteamericana. Actualmente el ofrece agua embotellada a sus huéspedes a un costo de 1\$ el galón. Un ingeniero le ha sugerido que se instale un sistema de filtración automática y clorinación y que éste procese toda el agua necesaria, incluyendo la que se utiliza para lavar, etc. El puede comprar la unidad en dos tamaños: 2.500 ó 5.000 galones al día. La más pequeña será adecuada para sus necesidades los próximos 5 años, pero después de 5 años él estima que se necesitará el doble de esta cantidad. La unidad pequeña costará 32.000 y costos de mantenimiento de 500 anuales. La grande cuesta 48.000 y 750 anuales. Ambas unidades tienen un valor de salvamento de cero y vidas estimadas de 15 años. El propietario ha decidido comparar una de las unidades.

Un cilindro de cloro cuesta 350 cada uno y tratará 150.000 galones de agua y los cristales del filtro cuestan 60 por 100 libras. 100 libras filtrará 75.000 galones de agua. El costo de energía es 20 por 100.000 galones para la pequeña y 15 por 100.000 galones con el equipo más grande.

La demanda de agua se estima en 1.000 galones por día, el próximo año creciendo por 350 galones por día cada año durante 10 años. Después será constante en 4.500 galones al día. Se exige una TMAR de 15 %. Utilice el método de costos capitalizados para decidir si comprar una pequeña ahora y otra en 5 años ó de una vez comprar la grande. Haga un análisis de sensibilidad para juzgar si su decisión es sensible a la TMAR y a la demanda de consumo de agua.

5. Considere las siguientes alternativas de invertir 30.740:

I Invertir los 30.740 en algo que da  $x\%$ . 10 años.

II Invertir los 10.000 en el proyecto B y el resto gana  $x\%$

III Invertir los 30.740 en el proyecto A.

B paga 4.610 anuales por 10 años. A paga 11.320 anuales por 10 años.

Se puede mostrar que la TIR de A = 35 % y la TIR de B = 45 %. Ahora vamos a suponer que si se invierte en A, se va a reinvertir los 11.320 anuales en algo que pague  $x\%$ . Lo mismo si se invierte en B, se va a reinvertir 4.610 cada año al  $x\%$ .

a) Haga un gráfico del valor futuro de los 30.740 para cada alternativa suponiendo valores de  $x$ , de 20 %, 30 %, 40 %, 45 %, 50 %.

b) Haga un gráfico de la diferencia en valores futuros entre I y II, I y III como función de  $x\%$ .



6. Pedro “As” Venesa es un piloto veterano que está pensando hacer una inversión en un avión CESSNA para utilizarlo comercialmente. Ha estudiado los costos y ha hecho los siguientes estimados:

Costo inicial	1.500.000
Gastos de O y M y combustible	5.000 la hora de vuelo
Seguro	100.000 al año
Horas de vuelo estimadas	40 horas al mes
Vida de servicio útil	10 años
Valor de salvamento	$\frac{1}{3}$ del costo inicial
Ingresos	7.000 la hora de vuelo

La tasa de interés que él utiliza para evaluar el proyecto es 15 % antes de impuestos.

- ¿Debería invertir?
  - El problema más difícil para Pedro es estimar la demanda del servicio y cree que 40 horas al mes es un promedio. Analice la sensibilidad de la decisión sobre la inversión al número de horas de vuelo al mes.
  - Si la cantidad a depreciar en un año  $j$  es  $D$ , y el impuesto sobre la renta neta es 20 %, haga una tabla del flujo neto y halle la tasa interna de rendimiento después de impuestos.
  - Haga el análisis de sensibilidad al costo de operación y mantenimiento y combustible.
7. Se puede alquilar un equipo por 3 años bajo el siguiente contrato: Se tiene que pagar una fianza al principio de 10N pero esta cantidad se devuelve al final del período de 3 años. La anualidad que hay que pagar por concepto de alquiler es 24N pagables al principio de cada año. Quien alquile el equipo tiene que pagar todos los gastos de operación y mantenimiento. La alternativa al alquilar el equipo es comprarla. Si se compra el precio es 100N y puede venderse después de 3 años en 55N. Para  $i = 10\%$  y  $N = 360$  ¿Cuál plan es mejor, alquilar o comprar?
- Analice la sensibilidad de la decisión a la tasa de interés.
  - Analice la sensibilidad de la decisión al valor de  $N$ .
  - ¿Cuál es el valor en libras al final del segundo año según el método de la suma de los dígitos de los años?
8. Una compañía está considerando cambiar una operación manual de empaquetar carnes y quesos. Actualmente lo hacen 7 operadores ganando 6.500 al año. Se propone dos alternativas, uno semiautomático y el otro automático. Los estimados de los costos son:

	Semi-automática	Automática
Costo inicial	5.000	32.000
Vida estimada	5 años	10 años
Valor de salvamento	0	2.000
Número de operadores	5	2
Sueldo de cada operador	6.500	8.000
Ahorros anuales	500	800
Costo anual de electricidad	100	250
Reparaciones anuales	150	400

La compañía usa una TMAR de 10 % en sus evaluaciones de proyectos. Haga un estudio comparando las alternativas y presente una recomendación a la compañía basada en la economía de las alternativas y la TMAR de la compañía. El estudio debería incluir también un análisis de sensibilidad de los estimados y supuestos del proyecto.

9. No se sabe que tasa de interés aplicar a un proyecto. Sin embargo la decisión queda entre 8 % y 10 %. Determine si este rango de variación cambiaría la decisión sobre que máquina escoger en el siguiente caso.

	A	B
Costo inicial	10.000	9.000
Costo de la mano de obra anual	\$5.000	\$5.000
Costo anual de mantenimiento	\$500	\$300
Valor de salvamento	\$1.000	\$1.000
Vida útil	6 años	4 años

10. El dueño de un automóvil quiere decidir entre comprar llantas radiales o reencauchadas. Las cuatro radiales costarían 55 dólares cada una y durarían 42.000 Km. Las usadas se pueden reencauchar por 15 dólares cada una, pero durarían sólo 12.000 Km. Probablemente el carro recorrerá sólo 6.000 Km. al año. Si se compran las radiales el costo de gasolina aumentaría en un 10 %. Si se supone que el gasto de gasolina es de 0,6 por galón y el auto consume un galón por cada 20 Km. ¿Qué clase de llantas debería compara si la tasa de interés es de 6 %? (valor de salvamento de cero para ambos casos). Analice la sensibilidad al número de kilómetros recorridos al año.
11. Una malla de limpieza manual para una red de alcantarillado tiene un costo inicial de BsF4.000 la mano de obra cuesta BsF18.000 el primer año con aumentos sucesivos de BsF500 cada año. Una malla de limpieza automática tendría un costo inicial de BsF25.000, un costo de energía anual de BsF15.000 y además habrá que reemplazar el motor cada dos años a un costo de BsF400. el mantenimiento general será aproximadamente de BsF1.000 el primer año con aumentos de BsF100 cada año. Si las mallas tienen una vida útil de 10 años ¿Cuál método es más económico? Haga un análisis de sensibilidad para el caso.
12. Se está planteando un nuevo centro cívico. La propuesta A requiere una inversión de BsF10.000.000 y un costo de expansión de BsF4.000.000 en 10 años. Su costo anual de operación será de BsF250.000, pero se esperan unos ingresos anuales de BsF190.000 con

aumentos anuales de BsF20.000 durante 4 años y después constantes hasta el año 10. Desde al año 10 en adelante los ingresos se estiman en BsF350.000 al año. La propuesta B requiere una inversión inicial de BsF18.000.000, un costo de operación de BsF300.000 al año. Sin embargo, se espera que el ingreso sea de BsF260.000 el primer año y aumente BsF30.000 por año hasta el año 7. De allí en adelante el ingreso permanecerá en BsF440.000 anuales. Si se una  $i = 6\%$  ¿Cuál propuesta debería escoger? Complete el estudio con un análisis de sensibilidad.

13. Una compañía propone comprar un nuevo equipo y tiene dos alternativas. Una es comprar la máquina K que cuesta BsF30.000 y tiene un valor de salvamento de cero después de 12 años. Se ha estimado que los gastos anuales de operación y mantenimiento son de BsF8.000 el primer año y aumentarán a razón de BsF500 cada año después del primer año. La otra alternativa es comprar la máquina M por BsF50.000 y un valor de salvamento de BsF14.000 al final de su vida útil de 12 años. La máquina M tiene costos anuales estimados en BsF6.000 el primer año y aumentaran en BsF450 cada año. Además, tiene gastos adicionales de impuestos de BsF1.200 el primer año, pero estos gastos van decreciendo en BsF50 anuales. Compare las dos máquinas en base a sus costos anuales equivalentes y haga un análisis de sensibilidad suponiendo que los estimados de todo salvo de la inversión inicial puede variar por  $\pm 20\%$ .
14. Compare la economía de dos máquinas según los estimados mostrados en la tabla siguiente, usando el método del costo capitalizado, con  $i = 15\%$ .

	Máquina A	Máquina B
Costo inicial	\$62.000	\$77.000
Costo anual	\$15.000	\$21.000
Valor de salvamento	\$8.000	\$10.000
Vida útil	4 años	6 años

Haga un análisis de sensibilidad con respecto a las vidas útiles, valores de salvamento y costos anuales.

15. En el ejercicio 9 del capítulo 5, haga un análisis de sensibilidad del punto de equilibrio (número de Km/año) a variaciones en:
  - a) El costo del automóvil.
  - b) El costo del combustible.
  - c) El costo del garaje.
16. Se refiere al problema 3 del capítulo 4. Comente sobre la sensibilidad de la TIR al método de depreciación empleada.
17. Analice la sensibilidad de la decisión en el problema 3 del capítulo 3 a cambios en recibos, valor de salvamento e impuestos.



# Capítulo 7

## Estudios económicos de reemplazo

Las decisiones sobre reemplazo son simplemente decisiones entre alternativas económicas. Difieren de las alternativas hasta aquí consideradas porque se posee uno de los activos que llamamos el “defensor” y se está evaluando la posibilidad de reemplazarlo con uno nuevo, el “retador”. Se debe analizar la decisión en base a la economía de operación futura.

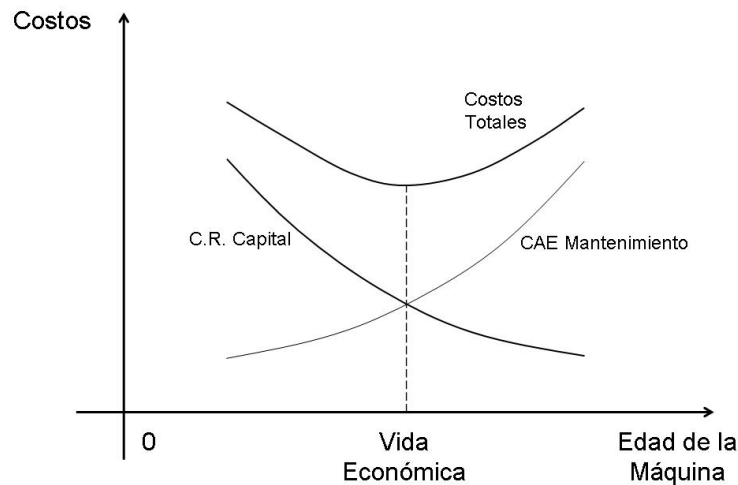
### 7.1. Vida económica de un activo

Normalmente se quiere reemplazar una máquina cuando no es económico seguir utilizándola. A lo largo de la vida de una máquina, es común que el deterioro físico haga que el costo de mantenimiento y operación aumente. En cambio el costo anual de recuperación de capital disminuye en cuanto más tiempo se retiene la máquina. El costo total es la suma de estos dos costos y, ya que uno aumenta mientras el otro disminuye, hay un número de años de uso en el que los costos totales alcanzan su mínimo. Esta es la vida económica de la máquina y el punto en el que debería reemplazarse. Usarla más tiempo involucraría mayor costo; usarla menor tiempo resultaría en costos menores. Así el deterioro físico es una de las razones para reemplazarla. La situación se ilustra en la figura 7.1.

En adición, las nuevas máquinas pueden tener mejoras en diseño y técnicas nuevas que logran el mismo trabajo que la vieja máquina por menos costo. Evidentemente en tales casos debido a obsolescencia o antigüedad es preferible reemplazar aún cuando la vieja máquina no haya alcanzado todavía su vida económica.

### 7.2. Evaluación del reemplazo

Cuando se hace un estudio de reemplazo se debe evaluar la alternativa de seguir con la máquina actual (el defensor) comparada con la(s) alternativa(s) de reemplazar (retador(es)). Cada una de estas alternativas tiene varias “subalternativas” que difieren únicamente en el número de años de servicio. Por ejemplo, quedarse con una máquina vieja puede involucrar las alternativas de hacerlo por 1, 2, 3 ó más años. Lo mismo con una máquina nueva. Para poderlas comparar se tiene que evaluar la vida económica de cada alternativa. Esta vida corresponde a la vida que resulte en costos anuales mínimos y es la mejor subalternativa para cada alternativa.



**Figura 7.1:** Vida económica de una máquina

La decisión entonces se toma en base a la alternativa que minimice el costo anual equivalente aún cuando las vidas útiles no sean iguales. El proceso a seguir se demuestra en la figura 7.2.

La decisión se basa en escoger el:

$$\text{Min}\{(\text{CAE } R), (\text{CAE } \bar{R})\} = \text{Min}\{\min [\text{CAE } R(1), \text{CAE } R(2), \dots, \text{CAE } R(n)], \min [\text{CAE } \bar{R}(1), \text{CAE } \bar{R}(2), \dots, \text{CAE } \bar{R}(m)]\}$$

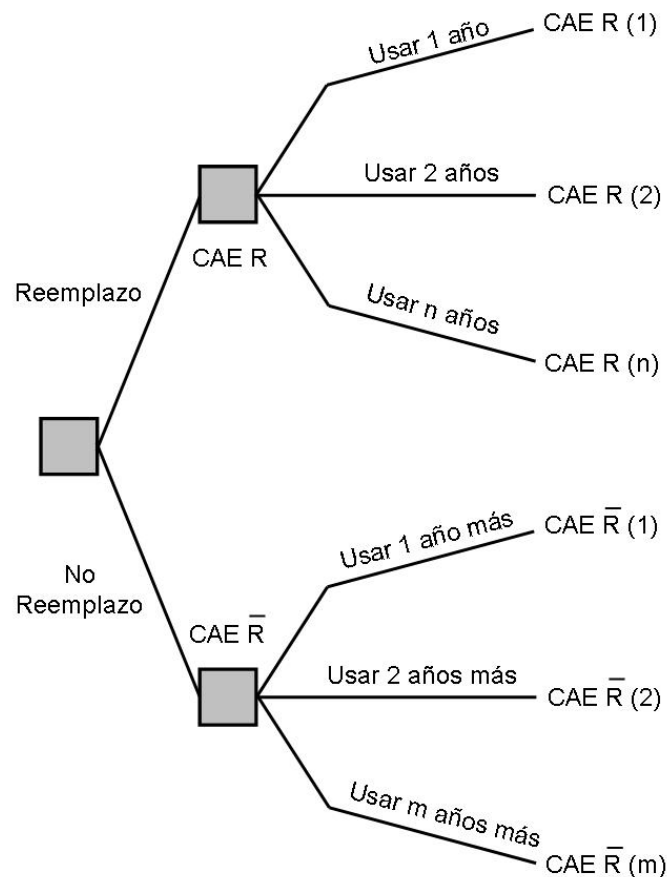
### 7.2.1. Vidas económicas distintas

A veces el estudiante tiene dificultades en entender por qué se justifica trabajar con alternativas que tienen vidas distintas. Consideremos un caso en el que la vida económica de no reemplazar es de 2 años con costo anual equivalente de Bs8.000 comparada con la alternativa de reemplazar que involucra un costo anual equivalente de Bs10.000 sobre una vida económica de 6 años. Las alternativas se ilustran a continuación. La figura 7.3 muestra a) el flujo de caja de seguir con la máquina vieja y b) el flujo de caja de reemplazar la máquina vieja.

Se nota que la alternativa reemplazar resultará inmediatamente, bajo las circunstancias más favorables, en unos costos anuales equivalentes de 10.000, suponiendo que se sigue reemplazando con la misma máquina. En cambio, si continuamos con la vieja, logramos unos “ahorros” los próximos dos años, por lo menos; después si se la reemplaza, el costo anual equivalente sería el mismo que si se reemplazara ahora. Así se justifica diferir el reemplazo por lo menos dos años. Si hubiéramos encontrado que seguir usando la máquina vieja 3 años más, resultaría en costos anuales equivalentes de 9.000, todavía no se reemplazaría en este año. Se sigue usando la máquina vieja hasta que sus costos anuales equivalentes sean mayores que el costo de reemplazo. El siguiente ejemplo ilustra esta técnica.

#### **Ejemplo 7.1.** *Análisis de reemplazo de una Sección de Tubería de Gas.*

Una ciudad distribuye gas a un precio de 30 centavos por mil pies cúbicos (MPC). Debido a la corrosión se empieza a perder gas. La pregunta que surge sería: ¿en qué punto es más



**Figura 7.2:** Proceso para el cálculo de la vida económica

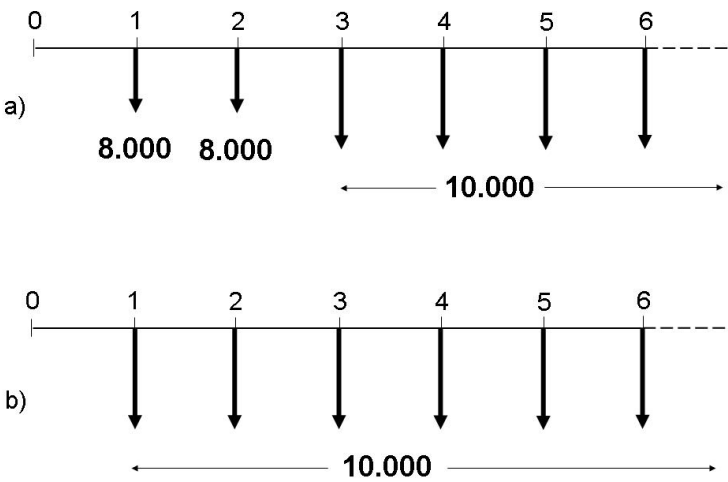
económico reemplazar la tubería que perder el gas?

La nueva tubería cuesta 8.000 \$/milla y tiene un valor de salvamento de cero. Se ha estimado que, con la nueva tubería no habrá pérdidas durante los primeros 15 años; en el año 16, las pérdidas aumentarán en 200 MPC/milla/año. El único costo variable es el costo del gas perdido. Utilice una tasa de  $i = 7\%$  para decidir si reemplazar una sección de la tubería que tiene:

- Una pérdida de 1.000 MPC/milla/año.
- Una pérdida de 3.000 MPC/milla/año.

*Solución:*

**Costo anual del retador:** En este estudio cualquier sección que pierda gas es un defensor potencial. Para calcular el costo anual equivalente del retador se tiene que considerar su **mejor alternativa**. El costo anual equivalente, claro está, variará según la vida que se tome. Entonces, primero hay que encontrar la vida económica del retador y utilizar estos costos en



**Figura 7.3:** a) Seguir con la máquina vieja; b) Reemplazar la máquina vieja

la comparación. Los datos y resultados aparecen en la tabla 7.1. La columna *CAE Total* es el costo anual equivalente si se retira después de *n* años. La figura 7.4 ilustra el caso.

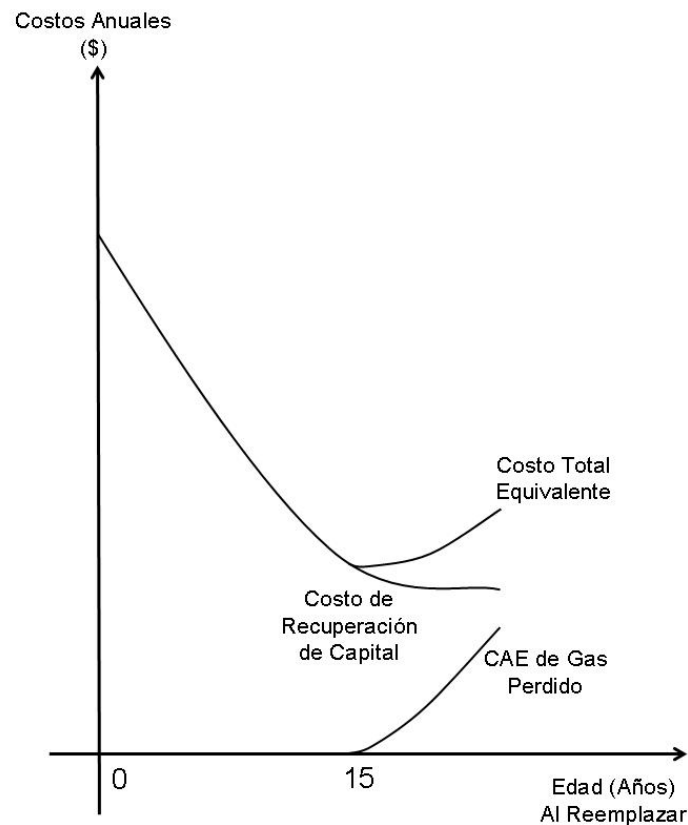
Tabla 7.1: Cálculo de la vida económica de una tubería nueva

Año <i>n</i>	Costo de gas perdido	C.R. Capital (\$8.000)	CAE gas perdido	CAE Total
3	0	3.048	0	3.048
6	0	1.678	0	1.678
9	0	1.228	0	1.228
16	60	847	2	849
18	180	795	11	806
20	300	755	24	779
23	480	710	48	758
25	600	686	65	751
26	660	676	74	750
27	720	667	82	749
28	780	659	91	750
30	900	645	108	753
35	1.200	618	148	766

Para hacer la tabla se tiene que calcular el CAE para cada año. Por ejemplo el CAE usando un tubo de 25 años:

$C.R. = 8.000(A/P, 7\%, 25)$	$= 686$
$CAE \text{ gas perdido} = 60(P/F, 7\%, 11)(P/F, 7\%, 14)(A/P, 7\%, 25)$	$= 65$
CAE (Costo Anual Equivalente) Total	$= 751$





**Figura 7.4:** Representación del cálculo de la vida económica de una tubería nueva

no es un factor que se debe incluir en la decisión ahora. La decisión se tiene que basar sobre los costos involucrados en no reemplazar. Al no reemplazar, uno pierde lo que podía obtener por la venta ahora del equipo, o sea, el valor de salvamento en este momento. Por esto, éste es el valor a tomarse en cuenta al calcular el costo de recuperación de capital. Hay que tener cuidado de *no basarse* en el valor en libros que es un valor contable que no necesariamente refleja el valor actual de este equipo en el mercado el cuál es su verdadero costo de oportunidad.

El siguiente ejemplo muestra cómo analizar una inversión que se hizo en el pasado. Aunque hubo un error en la selección del equipo, no reconocerlo sería empeorar la situación.

**Ejemplo 7.2.** *Error en la selección pasada de un equipo.*

Hace un año un agricultor compró una bomba para irrigar y un motor, los cuales le costaron \$7.700, pero resultó que la bomba que había seleccionado no era la más indicada para su uso

particular, y como resultado, le ha costado \$3.600 en electricidad al año. Ahora un vendedor le ofrece otra bomba y motor para irrigar y este equipo le costará \$6.600 instalado, con una garantía de que el costo de irrigación de la misma cantidad de agua que el año pasado no excederá \$2.000. El agricultor ha averiguado que el máximo valor al que se puede vender la bomba original es \$1.400. Ambas bombas tienen valor de salvamento de cero al final del periodo de estudio de 10 años. Utilice una  $TMAR = 10\%$  para comparar las alternativas y decidir si reemplazar o no.

*Solución:*

Primero vamos a suponer que este nuevo equipo es la única alternativa.

Bomba actual

C.R. de capital = $1400(A/P, 10\%, 10)$	=	\$244
Energía para bombear	=	\$3600
CAE (Costo Anual Equivalente) total	=	\$3844

Bomba nueva

C.R. de capital = $6600(A/P, 10\%, 10)$	=	\$1076
Energía para bombear	=	\$2000
CAE (Costo Anual Equivalente) total	=	\$3076

Decisión: Reemplazar.

**Nota:** Aunque se pagó \$7.700 hace un año, este costo no entra en el costo de recuperación de capital. El hecho es que ahora, este equipo representa un costo de sólo \$1.400 y ésta es la cantidad renunciada si se decide seguir con el equipo viejo.

**Ejemplo 7.3.** *Cálculo de la vida económica de cierto equipo.*

El costo inicial de cierto equipo para la construcción es Bs20.000 y su valor de salvamento es de Bs11.000 después de un año, Bs7.500 después de 2 años y Bs5.000 de 3 años y seguirá bajando según se muestra en la tabla 7.2.

Tabla 7.2: Cálculo de la vida económica de cierto equipo

Año	$V_s$	Desembolso	C.R. de Capital	CAE Desembolsos anuales	CAE Total
1	11.000	2.600	12.000	2.600	14.600
2	7.500	3.900	8.814	3.205	12.019
3	5.000	4.400	7.320	3.549	10.869
4	3.000	6.300	6.405	4.100	10.505
5	2.000	7.800	5.670	4.649	(10.319)
6	1.000	9.300	5.171	5.180	10.351
7	500	10.500	4.762	5.661	10.423
8	500	11.600	4.421	6.093	10.514
9	500	12.800	4.162	6.493	10.655
10	500	14.600	3.960	6.892	10.852

El propietario tiene oportunidad de vender una máquina parecida que compró por Bs26.000 hace un año por Bs12.500 ahora. Se tiene que decidir entre continuar con esta máquina o reemplazarla con una nueva con costos dados en la tabla. Todos los estudios se harán con una  $\text{TMAR} = 15\%$ . Los estimados de los valores futuros de salvamento del defensor son Bs8.000 el año que viene, Bs5.000 en 2 años y Bs2.200 en 3 años. Si se continúa con el defensor se estima que los costos anuales serán Bs4.100 el próximo año, Bs5.800 el segundo y Bs7.300 el tercer año. Decídase si reemplazar ahora.

*Solución:*

### Retador

En la tabla 7.2 es evidente que una vida de 5 años tiene el costo anual equivalente mínimo y por esto la alternativa más económica para el retador es tenerla 5 años,  $\text{CAE} = 10.319$ .

Cálculo del CAE del retador (5 años)

$$\begin{aligned}
 \text{C.R.} &= (20.000 - 2.000) (A/P, 15\%, 5) + 2.000(0,15) &= & \$5.670 \\
 \text{CAE de los desembolsos} &= [2.600(P/F, 15\%, 1) + 3.900(P/F, 15\%, 2) + \\
 &4.400(P/F, 15\%, 3) + 6.300(P/F, 15\%, 4) + 7.800(P/F, 15\%, 5)] (A/P, 15\%, 5) &= & \$4.649 \\
 \text{CAE (Costo Anual Equivalente) total} & &= & \$10.319
 \end{aligned}$$

### Defensor

Si se decidiera a favor del defensor, se podría usar, 1, 2 ó 3 años más. Es necesario analizar las tres alternativas para ver cuál sería la más económica y comparar esta alternativa con la mejor alternativa del retador. Ahora se calcula la mejor alternativa del defensor.

Cálculo del CAE del defensor para un año más:

C.R. = $(12.500-8.000)(A/P, 15\%, 1) + 8.000(0, 15)$	=	\$6.375
Costo de operación	=	\$4.100
CAE (Costo Anual Equivalente) total	=	\$10.475

Cálculo del CAE del defensor para dos años más:

C.R. = $(12.500-5.000)(A/P, 15\%, 2) + 5.000(0, 15)$	=	\$5.363
CAE de los desembolsos		
= $[4.100(P/F, 15\%, 1) + 5.800(P/F, 15\%, 2)](A/P, 15\%, 2)$	=	\$4.891
CAE (Costo Anual Equivalente) total	=	\$10.254

Cálculo del CAE del defensor para tres años más:

CAE (Costo Anual Equivalente) total	=	\$10.425
-------------------------------------	---	----------

La mejor alternativa del defensor es usarlo 2 años más, CAE = 10.254. Entonces es mejor seguir con el equipo actual por 2 años más ya que este CAE es menor que los 10.319 del retador.

### 7.2.2. Tratamiento de la capacidad extra inherente

Si uno hace comparaciones de acuerdo con producciones iguales, una de las alternativas estará cargada con costos extras de operación resultantes de su capacidad productiva extra. Por esto, las comparaciones deben ser en base al mismo nivel de producción.

Si la adquisición de un nuevo equipo involucra un exceso por encima de la capacidad requerida, puede considerarse como una reserva contra las incertidumbres que hacen que las mejores predicciones resulten equivocadas. Por esta ventaja se paga el precio de una inversión mayor que si se hubiese limitado la capacidad indicada.

El tratamiento cuantitativo en estos casos donde haya una capacidad inherente extra, es calcular los costos de operación basándose, no en la capacidad nominal, sino la que se va a usar, la cuál es la misma para todas las alternativas.

## 7.3. Ejercicios propuestos

1. Un estudio de los costos de una máquina que tiene 4 años ha dado los siguientes resultados.

Año	1	2	3	4
Costo de reparaciones	88	132	415	640
Costo de tiempo perdido	0	50	150	300

Actualmente se podría vender el equipo en 1.100. Uno nuevo costaría 3.280. Debido a mejoras en el diseño, el nuevo reducirá los costos anuales de combustibles en 150 anuales pero se espera que los costos de reparación y tiempo perdido sean los mismos que antes. Si se continúa con el viejo, el costo de reparaciones y tiempo perdido será 20 % más alto que en el año pasado. El valor de salvamento al final del 3<sup>er</sup> año de vida del equipo es de 1.500 y al final del 5<sup>to</sup> año es de 900. Estos valores de salvamento serán los mismos que para el nuevo equipo. Si se compra uno nuevo se usará por lo menos 3 años y ningún equipo da más de 5 años de servicio total. Utilice una tasa de interés de 15 % para comparar las alternativas de reemplazar y no reemplazar.

2. Una prensa comprada hace 3 años se ve amenazada por una nueva. La vida económica de la prensa vieja se ha calculado en 5 años con un costo anual equivalente correspondiente de Bs16.000. El valor comercial del retador es de BsF39.000. Los valores de salvamento anticipados y los costos de operación y mantenimiento (O y M) anual durante los siguientes 5 años de la prensa nueva se dan a continuación. ¿Cual es el costo mínimo de vida útil que se debe emplear un retador? ¿Debería reemplazar?  $i = 10\%$  anual.

Año	1	2	3	4	5
$V_s$ (en BsF.)	9.000	8.000	6.000	2.000	0
Costos de O y M (en BsF.)	2.500	2.700	3.000	3.500	4.500

3. Un equipo de 3 años de edad ha tenido la siguiente historia de costos:

Año	Operación y Mantenimiento costo en el año $n$	Costo de demoras y fallas en el año $x$
1	700	0
2	900	200
3	1.100	400
4	1.300	600
5	1.500	800

Los costos para los años 4 y 5 son estimados de los costos si se sigue usando la máquina. Si se compra una máquina nueva el precio será 6.000 lo cuál representa un aumento en el precio que se pagó por el viejo equipo de 750. Se estima que el nuevo equipo eliminará los costos debido a fallas y reducirá los costos de operación y mantenimiento en 200 al año; así, por ejemplo, los costos de operación y mantenimiento serían 500 en vez de 700 el primer año, etc. Los valores de salvamento de la nueva máquina son iguales a los valores de salvamento de la vieja; respectivamente son 4.000, 4.000, 3.000, 2.000 y 1.000 después de 1, 2, 3, 4 y 5 años. Los equipos no sirven después de 5 años. ¿Debería reemplazar? utilice  $i = 12\%$ .

4. Hace 6 años se instaló por sólo BsF500.000 una unidad trituradora de mineral y sus costos de operación han sido BsF20.000 anuales. Se estimó que esta unidad tendría una vida útil máxima de 8 años. Ahora ha salido un nuevo modelo que según el vendedor ahorrará costos de operación. Al gerente le ofrecieron BsF100.000 por la vieja unidad y él

está pensando en venderla y usar el dinero para comprar la nueva. La nueva unidad cuesta BsF500.000 y los costos de operación serían BsF33.000 los primeros 3 años y a partir del cuarto año aumentarán en BsF10.000 anuales. Sin embargo ahorrará BsF15.000 en ciertos gastos de mano de obra. Si se continúa con el viejo triturador los costos de operación y mantenimiento se estiman en BsF50.000 el próximo año y en BsF52.000 al año después. Se cree que el precio de venta del viejo en los próximos años será igual a su valor en libros calculado según el método de la suma de los dígitos de los años en base a su costo original, un valor de salvamento de BsF50.000 y vida de 8 años. Para el nuevo equipo se estima una vida útil de 6 años máximo y un valor de salvamento igual a BsF320.000 su valor de salvamento en cualquier otro año se espera será igual a su valor en libros calculado según el método de la línea recta. Use una tasa de interés de 10 % para decidir si reemplazar ó no.

5. Una máquina de 3 años ha tenido la siguiente historia de costos (todas las cifras en \$): Año 1, 700; año 2, 1.100; año 3, 1.500. El año que viene, los costos serán 1.900 y el quinto año 2.300. La máquina tiene un valor de salvamento actual de 1.500 y esto se reducirá a 1.200 el próximo año y a 1.000 en 2 años. Se puede reemplazar esta máquina con una nueva mejor diseñada que cuesta 6.000 de inicial y tiene costos de operación y mantenimiento que se han estimado en 500, 700, 900, 1.100 y 1.300 respectivamente al año durante sus 5 años de vida. Utilice una tasa de interés de 12 % para comparar las alternativas. Los valores de salvamento de la máquina nueva serían: 5.000, 4.000, 2.700, 1.500 y 1.000 respectivamente después de 1, 2, 3, 4, 5 años.
6. El costo inicial de un molino nuevo es 6.124. el valor de salvamento del equipo que se está usando es 400 y bajará a 200 el año entrante. El nuevo molino reducirá los costos en 500 el año entrante por concepto de mano de obra y ahorrará costos de operación, un total de 3.470 anuales en ahorros. Sin embargo impuestos adicionales serán 60 al año para el nuevo. Suponiendo una vida útil de 15 años decida si reemplazar o no, si se usa  $i = 12\%$ .
7. El jefe de mantenimiento ha hecho los siguientes estimados de los costos de ciertas máquinas y estos son los costos y valores de salvamento que se esperan si se comprase una nueva. Las nuevas cuestan 4.800.

Año	$V_s$	Desembolso
1	2.600	400
2	1.600	800
3	1.000	1.200
4	700	1.600
5	0	2.600

Decida si conviene reemplazar en los siguientes casos. Utilice  $i = 20\%$ :

- a) Hace 2 años se compró una máquina por sólo 1.000 cuando la máquina ya tenía 1 año. Pareció una ganga ya que máquinas de un año normalmente cuestan 2.600. Sin embargo, los costos de mantenimiento y otros han resultado 75 % más alto de lo que se esperaba.

- b) Una máquina de 4 años ha tenido la siguiente historia de costos: Año 1 - 300; año 2 - 600; año 3 - 900; el año pasado 1.200.
- c) Se le ofrece una máquina de 4 años por sólo 600. actualmente tiene una máquina de tres años.
- d) Se gastó 2.500 el mes pasado acondicionando una máquina de 4 años. Con esta revisión la máquina trabajará 3 años más y tendrá costos de una máquina de dos años menos. Por ejemplo, cuando la máquina tenga 5 años sus costos serán de 1.200 los mismos que una máquina de tres años. Se puede vender la máquina ahora en 2.600 y si no se la vende tendrá valores de salvamento estimados en 1.500 el próximo año 700 el siguiente año y 0 después. El jefe de mantenimiento dice que hay que seguir usando esta máquina para recuperar el gasto en acondicionamiento y porque es más económico en mantenimiento. ¿Tiene razón? Justifique su respuesta.
8. Se pregunta que será más económico si reemplazar cierto motor fuera de borda o reacondicionarlo. El costo original del motor fue de 3.500 hace 10 años. Para reacondicionarlo se necesita una inversión de 1.400 y esto extenderá su vida útil en 5 años. Un motor nuevo cuesta 3.100, tiene una vida útil de 10 años y costos anuales 15 % menores que el motor reacondicionado. El motor reacondicionado tendrá unos 1.000 en costos anuales. Las reparaciones anuales serán 125 menores para el motor nuevo. Los valores de salvamento son despreciables en ambos casos al final de sus vidas útiles. Utilice una tasa de interés de 6 % para decidir si reemplazar o reacondicionar
9. Un agricultor de gran escala tiene tractores que cuestan 16.000 (costo inicial). Típicamente tienen un valor de salvamento de 5.600 después de 4 años, pero si se hace una reinversión general para ponerlos en optimas condiciones, lo cual cuesta 5.000, duran por lo menos 4 años más. El agricultor normalmente los reemplaza después de 8 años pero de vez en cuando los reemplaza cada 4 años; en otros casos hace otra revisión general después de 8 años y sigue usándolos hasta que tengan 12 años. El valor de salvamento después de 8 años es 1.600 y el costo de una revisión de un tractor después de 8 años es de 7.000. el valor de salvamento después de 12 años es 0. Utilice una TMAR de de 12 % y compare las alternativas de tener el tractor 4, 8 ó 12 años. Ahora suponga que tiene un tractor de 4 años. ¿Qué debería hacer, extender el servicio unos 4 u 8 años más? Comprarse uno nuevo y si lo compra nuevo cuántos años debería ser su servicio (4,8 ó 12) ¿Cuál tiene que ser el valor de salvamento después de 2 años para que sea indiferente entre reemplazar en 4 y en 2 años?
10. La línea de transporte Bermúdez tiene 20 buses comprados hace 5 años en BsF222.000 cada uno. El presidente de la compañía piensa repararlos a un costo anual de BsF18.000 cada uno. Sin embargo el vicepresidente quiere cambiar estos 20 buses por 25 nuevos, pero más pequeños. El valor comercial es BsF40.000 y los nuevos modelos cuestan BsF225.000 cada uno. El presidente calcula una vida útil restante de 7 años para los buses viejos, una vez reparados y afirma que los costos anuales de operación de cada bus son de BsF30.000 y que es razonable un valor de salvamento de BsF8.000 al venderlos a un individuo para que los utilice como buses de turismo. El vicepresidente defiende su propuesta asegurando que los buses más pequeños son más maniobrables cuando hay mucho tráfico, que los

costos de operación al año disminuirán en BsF10.000, durarán ocho años y tendrán un valor de salvamento de BsF5.000. Con toda esta información, determine que plan es económicamente correcto a una TMAR de la firma del 10 %.

11. La compañía de cemento compró una nueva removedora de tierra hace tres años, la cual se ha venido utilizando para transportar materia prima desde la cantera hasta la planta. Cuando se compró, la máquina tenía las siguientes características:  $P = \$55.000$ ,  $n = 10$ ,  $V_s = \$5.000$ , y capacidad de 180.000 toneladas al año. La compañía necesita remover 320.000 toneladas/año debido al aumento en la construcción. En el mercado se consiguen removedores con capacidad de 240.000 toneladas/año a un precio de \$170.000,  $n = 10$  años y valor de salvamento de \$18.000 y removedores con capacidad de 400.000 toneladas/año, aun precio de \$40.000  $n = 12$  años y valor de salvamento de \$3.500. Si se decide comprar esta última, la removedora antigua sería aceptada por \$15.000.

Sin embargo, la compañía podría haber construido un transportador de material desde la cantera. Este sistema costaría \$115.000, tendría una vida útil de 15 años, no tendría valor de salvamento y transportará 400.000 toneladas de material al año. La compañía necesitará transportar material de alguna forma desde la cantera al transportador.

Los costos mensuales de mantenimiento, operación y seguro serían en promedio de \$0,10 por toneladas-millas para las removedoras; se esperan costos semejantes de \$0,0075 por tonelada para el transportador. La compañía quiere obtener el 12 % sobre esta inversión. Los registros indican que la removedora debe viajar un promedio de 1,5 millas desde la cantera hasta la planta. El transportador se colocaría de manera de reducir esta distancia a 0,2 millas.

¿Se debe aumentar el servicio de la removedora antigua comprando una nueva o se debe considerar el transportador como un reemplazo y, si este es el caso, ¿cuál método se debe utilizar para el movimiento del material en la cantera?

12. La máquina A comprada hace 2 años se está agotando más rápidamente de lo esperado. Tiene una vida útil restante de 2 años, un costo anual de operación de BsF30.000 y no tiene valor de salvamento. Una alternativa sería comprar la máquina B y se permitirá un valor de negociación de BsF90.000 para la máquina A. La máquina B tiene  $P = \text{BsF}250.000$ ,  $n = 12$  años, costo anual de operación de BsF40.000 y  $V_s = \text{BsF}10.000$ .

Otra alternativa sería comprar la máquina C para reemplazar la máquina A. En este caso, la máquina A podría venderse por BsF70.000. Este nuevo activo tendría  $P = \text{BsF}380.000$ ,  $n = 20$  años, costo anual de operación de BsF25.000 y  $V_s = \text{BsF}10.000$ .

Si la retención de A se denomina plan A, el plan B es la adquisición de la máquina B y el plan C es la compra del activo C, utilice un período de 20 años y una  $\text{TMAR} = 8\%$  para determinar al plan más económico.

13. Una familia posee actualmente una estufa que no está funcionando adecuadamente. La reparación costará BsF500 y el operario opina que tiene una vida útil restante de 5 años, sin valor de salvamento. La compañía de servicios estima que el costo de operación de la estufa es de 90 al año. Si se reemplaza, la estufa se venderá por BsF150 en su estado actual. La familia quisiera arreglar la estufa y comprar un horno de microondas por BsF4.500.



Instalar este horno costará BsF5.000 y tendría una vida útil de 10 años, con un valor de salvamento de BsF250. Su costo anual de operación es de BsF60.

El departamento de promoción de la compañía de artículos eléctricos sugiere una combinación de estufa eléctrica de microondas que costaría BsF6.500, tiene una vida útil de 10 años, un valor de salvamento de BsF250 y un costo anual de operación de BsF120.

Si el dinero tiene un valor actual en el banco de 7%, y la familia no permanecerá en esta casa durante más de 5 años, ¿deben comprar la estufa combinada o deben reparar la estufa vieja y comprar al horno de microondas?

14. La Sra. Cubiles compró recientemente un automóvil por BsF58.000.000; financió la compra al 5% capitalizado anualmente por 3 años y pagó BsF4.000.000 de cuota inicial. Los valores de reventa para los próximos 6 años son BsF22.000.000 después del primer año y disminuyen en BsF4.000.000 anuales hasta el año 5, después del cual el valor de reventa permanece en BsF6.000.000. Se esperan costos anuales de reparaciones, seguro, combustible, etc., del orden de BsF10.000.000 el primer año, aumentando un 10% cada año. Si el valor del dinero es 7% anual ¿durante cuántos años se debe tener el auto? Supongamos que la dueña cancelará el préstamo con intereses si lo vende antes de haberlo tenido durante 3 años.



# Capítulo 8

## El riesgo y la incertidumbre

### 8.1. Conceptos de certidumbre, riesgo e incertidumbre

El hecho de permitir que un parámetro del proyecto en estudio varíe, implica que se introduce riesgo y posiblemente incertidumbre. A continuación se revisa lo expuesto por Blank y Tarquin (2000, p.606) al respecto.

**Riesgo** El análisis de ingeniería económica debe considerar el riesgo cuando se anticipa que habrá dos o más valores observables para un parámetro y es posible estimar la posibilidad de que cada valor pueda ocurrir.

**Incetidumbre** La toma de decisiones bajo incertidumbre significa que hay dos o más valores observables, pero las probabilidades de su ocurrencia no pueden estimarse o nadie está dispuesto a asignar las posibilidades. En el análisis de incertidumbre se hace referencia con frecuencia a los valores observables como estados de la naturaleza

Antes de iniciar un estudio, es importante decidir si el análisis será realizado con certidumbre para todos los parámetros o si será introducido el análisis de riesgo (o de incertidumbre). A continuación se presenta un resumen del significado y uso para cada tipo de análisis.

**Toma de decisiones bajo certidumbre:** Esto es lo que se ha hecho prácticamente en todos los análisis hasta el momento. Se realizan e ingresan estimaciones deterministas a las relaciones de las medidas de valor CAE, VP, TIR y B-C, y la toma de decisiones está basada en los resultados. Los valores estimados pueden considerarse como los que ocurrirán más probablemente con toda la posibilidad ubicada en una estimación de un solo valor. Con frecuencia se utiliza el término *determinista*, en lugar de certidumbre, cuando se utilizan en forma exclusiva estimaciones de un solo valor.

De hecho, el análisis de sensibilidad (ver Capítulo 6) es simplemente otra forma de análisis con certidumbre, excepto que el análisis se repite para valores diferentes, cada uno estimado con certidumbre. Los valores resultantes de las medidas de valor se calculan y se ilustran de manera gráfica para determinar la sensibilidad de la decisión a diferentes estimaciones para uno o más parámetros.

**Toma de decisiones bajo riesgo:** Ahora se tiene en cuenta el elemento de posibilidad. Sin embargo, es más difícil tomar una decisión clara porque el análisis intenta tener en cuenta la variación. Se permitirá que varíen uno o más parámetros en una alternativa. Hay dos formas de considerar el riesgo en un análisis:

1. **Análisis del valor esperado.** Utilice las probabilidades y las estimaciones de parámetro para calcular los valores esperados,  $E(\text{parámetro})$ , que se discute más adelante (ver ecuación 8.1). El análisis arroja series de  $E(\text{flujo de efectivo})$ ,  $E(\text{CAO})$  y similares y el resultado final es el valor esperado de una medida de valor, como  $E(\text{CAE})$ ,  $E(\text{VP})$ ,  $E(\text{TIR})$  y  $E(\text{B-C})$ . Para escoger la alternativa, seleccione el valor esperado más favorable de la medida de valor. En forma elemental, esto es lo que se revisa en este Capítulo.
2. **Análisis de simulación.** Utilice la estimaciones de probabilidades y parámetros para generar cálculos repetidos de la relación de la medida de valor mediante el muestreo aleatorio de una gráfica para cada parámetro variable. Cuando se completa una muestra representativa y aleatoria, se toma una decisión alternativa utilizando una tabla o gráfica de los resultados de la medida de valor. En general, las gráficas son una parte importante de la toma de decisiones mediante el análisis de simulación.

**Toma de decisiones bajo incertidumbre:** Cuando las posibilidades no se conocen para los estados de la naturaleza (o valores) identificados de los parámetros inciertos, el uso de toma de decisiones con base en el valor esperado bajo riesgo esbozado arriba no es una opción. En efecto, es difícil determinar cuál criterio utilizar aun para tomar la decisión. Observe que si es posible acordar que cada estado es igualmente probable, entonces todos los estados tienen la misma probabilidad y la situación se reduce a una toma de decisiones bajo riesgo, ya que ahora los valores esperados pueden determinarse.

## 8.2. El riesgo y la incertidumbre en estudios económicos

En el Capítulo 6 se llamó la atención a la necesidad de hacer un análisis de sensibilidad ya que casi todos los datos de problemas reales son estimados. Es decir que no sabemos con seguridad el valor preciso de un costo futuro. Se trabaja con los valores promedios y después se investiga el efecto de un aumento o disminución en estos valores.

Otro modo de tratar la incertidumbre es por el uso de probabilidades. Se ha desarrollado toda una teoría de análisis de decisiones bajo incertidumbre tomando en cuenta las preferencias personales hacia el riesgo de quien(es) tome(n) la decisión. No cabe dentro del marco de un primer curso de análisis de decisiones como es ingeniería económica, un tratamiento profundo de este tema ya que esto requiere un curso de estudio aparte. Nos limitamos aquí a una breve introducción al tema.

Primero es importante distinguir entre buenas decisiones y buenos resultados porque una buena decisión no nos garantiza un buen resultado. Nadie puede predecir el futuro con precisión; siempre existe la posibilidad de que suceda lo inesperado y que se produzca un resultado no deseado. Una decisión es buena si es la decisión lógicamente implicada por:

1. Las alternativas
2. La información
3. Las preferencias individuales hacia tiempo, valor y riesgo.

En este resumen vamos a suponer que se conocen las alternativas y valores asociados con cada alternativa. Además supondremos que se tienen estimados de las posibilidades de que la información que tenemos es correcta. Ignoramos para este curso la actitud hacia el riesgo. Es decir, vamos a suponer que una persona toma decisiones de acuerdo a sus valores esperados. Esta situación no es muy realista ya que esto supone que uno estuviese indiferente entre las dos siguientes apuestas:

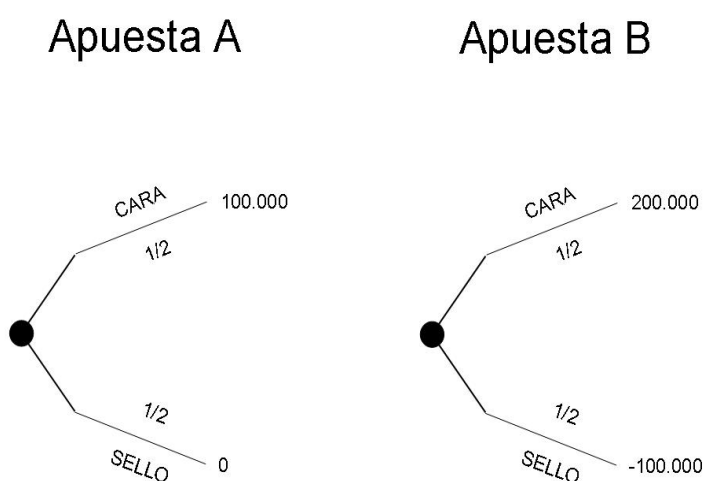


Figura 8.1: Apuesta A y Apuesta B

Ambas apuestas tienen un valor esperado de BsF50.000 pero en la lotería B existe la posibilidad de perder y la mayoría de las personas prefieren A que no tiene riesgo de perder.

### 8.2.1. Probabilidad

La manera más común de medir las incertidumbres relacionadas con ciertos sucesos (por ejemplo, éxito de un nuevo producto, la eficiencia de una campaña publicitaria o el rendimiento de una inversión) consiste en asignarles probabilidades. El concepto clásico de probabilidad afirma que si existen  $n$  posibilidades igualmente probables, donde una de ellas debe ocurrir y  $s$  se consideran favorables, o sea un “triunfo”, entonces la probabilidad de lograr el “triunfo” está dada por la razón  $\frac{s}{n}$ . Obsérvese que el concepto de probabilidad se refiere a la ocurrencia de un evento en términos de una frecuencia estadística de dicha ocurrencia. En otras palabras, la probabilidad de que ocurra un acontecimiento (suceso o resultado) es la proporción de las

ocasiones en que, a la larga, tienen lugar los eventos del mismo tipo (Freund et al., 1990).

Esta definición de probabilidad requiere de datos históricos y se supone que estos sirven como base para predecir eventos futuros probables.

El otro concepto de probabilidad es que es un peso subjetivo que uno asigna a un evento relativo a otros posibles sucesos. Como cada cual tiene una base diferente de información, la probabilidad se puede considerar como una medida de nuestro estado de información. Por ejemplo, en la guerra los militares estiman la probabilidad del ataque del enemigo basada en información que el grupo de inteligencia militar haya recogido. Cuando llegan nuevos informes, revisan la situación y ajustan sus probabilidades de acuerdo a la información recibida. En cuanto más información tenemos, menor es la incertidumbre y en general uno en la vida trata de reducir la incertidumbre.

### 8.2.2. El valor esperado

El valor esperado es el valor que se espera dadas las probabilidades de los posibles valores. Si una variable puede tener  $n$  valores y la probabilidad de que su valor sea igual a  $X_i$  es  $P_i$ , el valor esperado de la variable es

$$\bar{X}_i = \sum_{i=1}^n X_i P_i \quad (8.1)$$

Hay sucesos o desastres que ocurren con una cierta frecuencia histórica. Por ejemplo, si los datos de los últimos 50 años muestran que en Mérida han habido 10 temblores de una intensidad mayor de 3 en la escala de Richter, ¿Cuál es la probabilidad de que en un año dado haya un temblor? Basado en la frecuencia de este evento se diría que la probabilidad de que esto ocurra en un año cualquiera es de  $10/50$  o  $0,20$ . Si el costo de las pérdidas ocasionadas por los daños tiene un valor promedio de digamos \$2.000.000, entonces el costo esperado en cualquier año es de  $\$2.000.000 \cdot 0,2 = \$400.000$ . Como este valor esperado es el mismo cada año el valor esperado es como un costo anual equivalente y se trata así en estudios de Ingeniería Económica. El ejemplo 8.1 muestra el uso de valores esperados.

#### **Ejemplo 8.1.** *Uso del valor esperado para comparar alternativas.*

La capacidad actual de un vertedero de una represa es 15.000 pies<sup>3</sup>/seg. Si se excede la capacidad, produce inundaciones cuyos costos de reparación son estimados en \$250.000. Se piensa ampliar la capacidad pero no se sabe hasta que punto se justifica la inversión requerida para reducir la probabilidad de incurrir en estos daños.

Se han hecho estimados de la inversión requerida para la expansión hasta varias capacidades y de la probabilidad de que el flujo exceda esta capacidad. (Vea la tabla 8.1 calculada para  $i = 10,5\%$  y vida de 40 años).

Tabla 8.1: Costos asociados con el vertedero

Capacidad pies <sup>3</sup> /seg.	Prob. de exceder este flujo en cualquier año	Inversión requerida	CR	Valor esperado de los daños	CAE Total
15.000	0,1000	0	0	25.000	25.000
17.000	0,0500	24.000	2.520	12.500	15.020
19.000	0,0200	34.000	3.570	5.000	8.570
21.000	0,0100	46.000	4.830	2.500	7.330
23.000	0,0050	62.000	6.510	1.250	7.760
25.000	0,0020	82.000	8.610	500	9.110
27.000	0,0010	104.000	10.920	250	11.170
31.000	0,0005	130.000	13.650	125	13.775

Cada línea de la tabla 8.1 representa una alternativa independiente para el tamaño del vertedero. La primera de no hacer nada tiene una probabilidad de 0,1 de que el flujo exceda su capacidad y produzca daños de 250.000. El costo esperado en un año de los posibles daños es de  $(0,1) \cdot 250.000 = 25.000$ . Al aumentar la capacidad y por supuesto la inversión, se reduce la probabilidad de que haya daños y el valor esperado de estos va disminuyendo. El costo total es la suma del costo de recuperación (CR) de capital y el costo esperado de los daños.

Se nota que los costos anuales equivalentes totales son mínimos con una inversión de 46.000. También se puede analizar las tres alternativas como analizamos alternativas múltiples, comparando los beneficios adicionales de cada incremento en la inversión. Por ejemplo, entre 17.000 pies<sup>3</sup>/seg y ampliar la capacidad a 19.000 pies<sup>3</sup>/seg, hay que hacer una inversión adicional de 10.000 o sea un costo anual de 1.050. Los beneficios adicionales son los ahorros en los daños esperados por bajar la probabilidad. Este ahorro es  $12.000 - 5.000 = 7.500$  anual, por lo tanto se justificaría la expansión hasta 19.000 pies<sup>3</sup>/seg. Se sigue comparando las alternativas así y se encuentra que no se justifica las inversiones por encima de 46.000 ya que el beneficio incremental es menor que su costo incremental.

### 8.2.3. El caso en que las daños asociados varían según la gravedad del evento

Suponemos en este ejemplo que los daños son de 250.000 independientemente de la magnitud del exceso sobre la capacidad instalada. Sobre todo en proyectos de control de inundaciones, los daños incurridos están en proporción al tamaño de la inundación.

Para ilustrar el caso con el ejemplo 8.1, suponemos ahora que los daños serán cero para cualquier flujo menor que la capacidad, 250.000 si el flujo excede la capacidad por no más de 2.000 pies<sup>3</sup>/seg, 300.000, si el flujo excede la capacidad por más de 2.000 hasta 4.000 pies<sup>3</sup>/seg y 400.000 si el flujo excede la capacidad por más de 4.000 pies<sup>3</sup>/seg. A continuación se muestra como calcular el valor esperado de los daños para un vertedero de 21.000 pies<sup>3</sup>/seg.

Daños D	Probabilidad de daños estipulados P	Valor esperado de daños Dp
0	$1,00 - 0,01 = 0,99$	0
250.000	$0,01 - 0,005 = 0,005$	1.250
300.000	$0,005 - 0,002 = 0,003$	900
400.000	$0,002 - 0,001 = 0,002$	800
Total del valor esperado anual		2.950

Haciendo cálculos similares se puede mostrar que el costo esperado anual de daños para capacidades de 19.000 pies<sup>3</sup>/seg y 23.000 pies<sup>3</sup>/seg son 6.000 y 1.450 respectivamente.

#### 8.2.4. El valor de información sobre elementos inciertos

A veces uno quiere hacer investigaciones para buscar información y así reducir la incertidumbre. Sin embargo, si el costo de esta información es mayor que el beneficio de obtener tal información, no vale la pena hacer dicha investigación. Entonces es útil calcular de antemano el valor esperado de la información. La “mejor” información sería la información perfecta (información que eliminará toda incertidumbre y pronostica con un 100 % de seguridad los resultados). En la práctica nuestra información nunca es 100 % segura y por eso el valor de información perfecta será un límite superior del valor de la información sobre cualquier resultado.

Hagamos un ejemplo trivial en sí, pero que demuestra el método de cálculo del valor de información.

##### Ejemplo 8.2. Cálculo de información perfecta.

Supongamos que estamos planeando una fiesta que se puede hacer en el patio P, afuera en el jardín F o adentro en la casa D. El disfrute de la fiesta depende del tiempo y asignamos los siguientes valores relativos a los distintos resultados que pueden suceder dependiendo de la decisión que tomemos y el clima que haga.

	Sol (S)	Lluvia (L)
Afuera	100	0
Patio	90	20
Adentro	40	50

Tabla 8.3: Valores asignados a cada resultado

Estamos diciendo que preferimos tener la fiesta afuera pero si lloviera es lo peor que puede suceder, mientras si hay sol sería ideal. Los valores asignados serían subjetivos para cada quién.



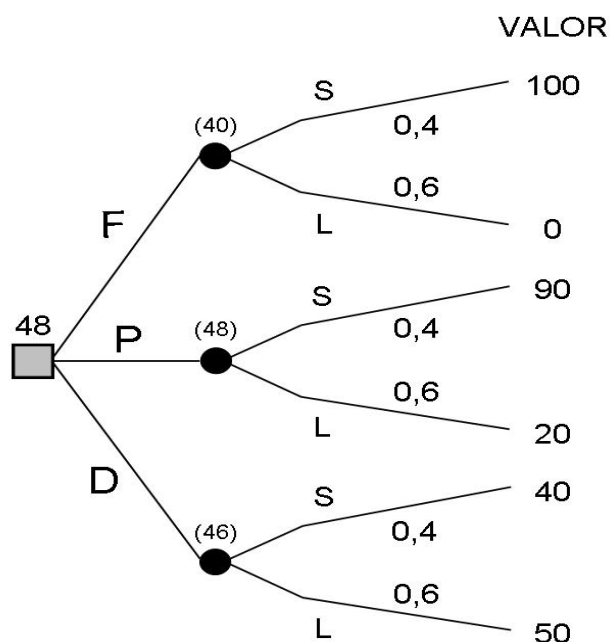
### 8.2.5. Análisis de la decisión sin información

Supongamos que estimamos la probabilidad de lluvia en 0,6 ¿Cuál decisión maximizará el valor esperado?

Notación:

- Un cuadro representa un punto de decisión.
- Un círculo representa un nodo de incertidumbre.

En la figura 8.2 se muestra el árbol de decisión sin información.



**Figura 8.2:** Problema de la fiesta: Decisión sin información

Del árbol en la figura 8.2 se ve que:

$$\text{Valor esperado si se decide F} = (0,4)100 + 0 = 40$$

$$\text{Valor esperado si se decide P} = (0,4)90 + (0,6)20 = 48$$

$$\text{Valor esperado si se decide D} = (0,4)40 + (0,6)50 = 46$$

Entonces la decisión que maximiza el valor esperado es P, hacer la fiesta en el patio con un valor esperado de 48.

### 8.2.6. Valor de información perfecta

Claro está, sería más beneficioso si pudiéramos saber con seguridad si lloverá o hará sol. Si supiéramos que iba a llover haríamos la fiesta adentro con un valor esperado de 50, mayor que los 48, y si supiéramos que iba a hacer sol haríamos la fiesta afuera con un valor de 100. Es evidente que esta información tiene un valor que permitirá aumentar el beneficio. ¿Cuánto se puede pagar por esta información?

Suponga que existe una “clarividente” que nos da esta información. Hagamos el árbol de esta información.

Definimos:

“S” = evento que la “clarividente” diga “hará sol”

“L” = evento que la “clarividente” diga “habrá lluvia”

De antemano no se sabe que va a decir esta clarividente. Por esto se asigna la posibilidad de que diga sol igual al estimado de la probabilidad de que haya sol. ¿Cómo ha cambiado ahora la situación? La figura 8.3 muestra la decisión con esta posibilidad.

Si la clarividente dice sol, (el evento “S” en la figura) la decisión que se tomaría entre F, P y D sería F porque es la decisión que aporta mayor valor, dado que hay sol con seguridad. En cambio, es posible que la clarividente informe que lloverá en cuyo caso la mejor decisión sería hacer la fiesta adentro, D. Colocamos estos valores en los cuadros de decisión. De antemano no se sabe si dirá sol o lluvia, pero dado que la clarividente dice la verdad, la probabilidad de que diga “sol” o “lluvia” es precisamente la probabilidad que se ha asignado a estos eventos. El valor esperado con información perfecta es 70.

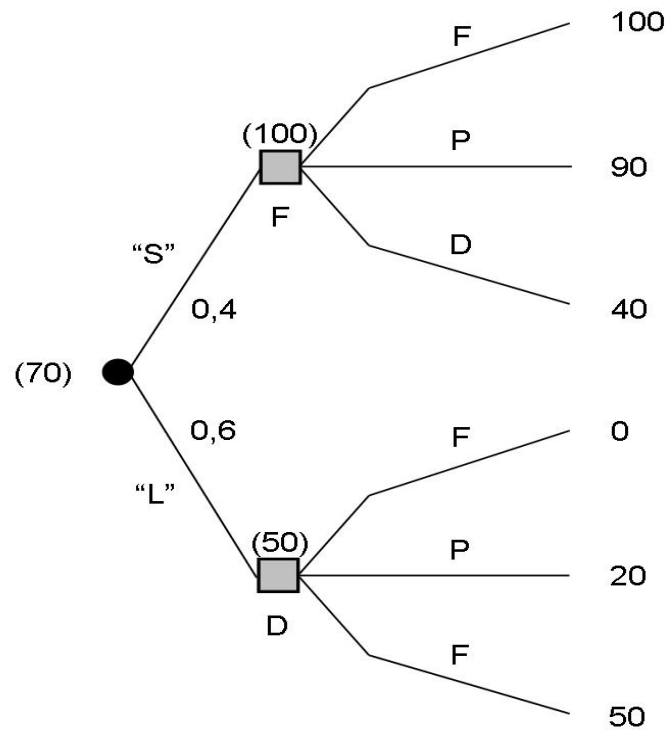
$$\begin{aligned}
 \text{Valor esperado con información perfecta} &= (0,4)100 + (0,6)50 = 70 \\
 \text{Valor esperado sin información} &= 48 \\
 \text{Valor máximo de información perfecta} &= 70 - 48 = 22
 \end{aligned}$$

Es decir que el precio máximo a pagar a la clarividente sería de 22.

### 8.2.7. Valor de información imperfecta

Desafortunadamente no existe tal clarividente, pero si podemos comprar un detector ACME. Este detector pronostica si va a haber lluvia pero no es 100% confiable; pronostica correctamente 80% de las veces. ¿Cuánto vale el detector?

Definimos:



**Figura 8.3:** Problema de la fiesta: Decisión con información Perfecta

“S” el evento el detector indica “sol”.

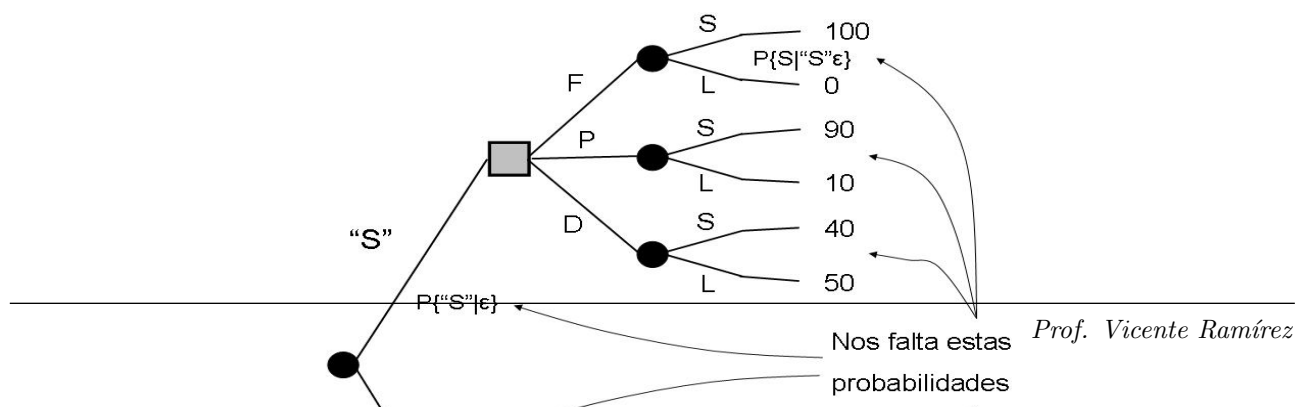
“L” el evento el detector indica “lluvia”.

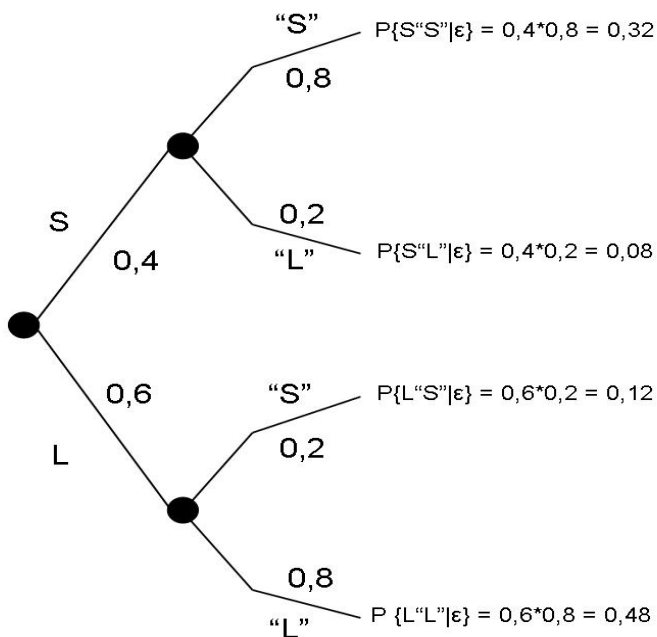
$P\{\text{“S”}|S\}$  = Probabilidad de que el detector indique sol cuando realmente habrá sol.

Entonces:

$$\begin{aligned} P\{\text{“S”}|S\} &= 0,8 & P\{\text{“S”}|L\} &= 0,2 \\ P\{\text{“L”}|L\} &= 0,8 & P\{\text{“L”}|S\} &= 0,2 \end{aligned}$$

Analizamos la información con el detector en la figura 8.4





**Figura 8.5:** Árbol de la Naturaleza

$$P\{“L”\} = P\{S“L”\} + P\{L“L”\} = 0,08 + 0,48 = 0,56$$

Por el teorema de Bayes:

$$P\{S|“S”\} = \frac{P\{S“S”\}}{P\{“S”\}} = \frac{0,32}{0,44} = \frac{8}{11}$$

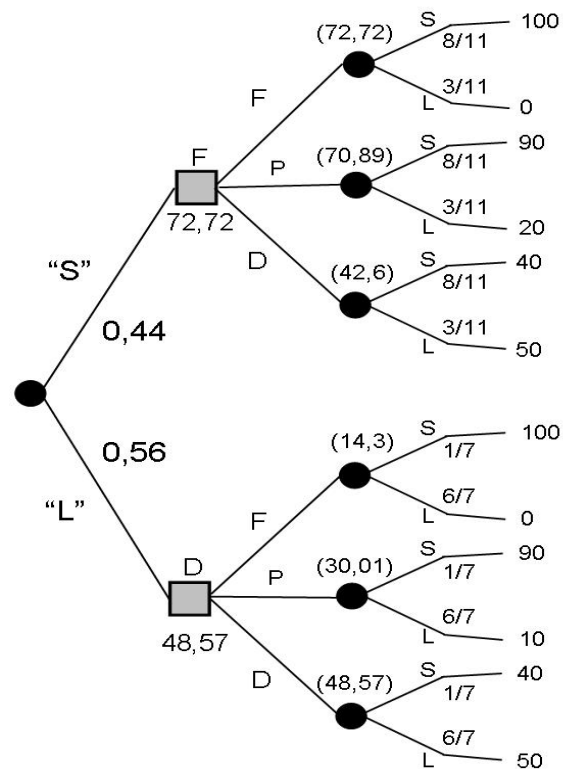
$$P\{L|“S”\} = \frac{P\{L“S”\}}{P\{“S”\}} = \frac{0,12}{0,44} = \frac{3}{11}$$

$$P\{L|“L”\} = \frac{P\{L“L”\}}{P\{“L”\}} = \frac{0,48}{0,56} = \frac{6}{7}$$

$$P\{S|“L”\} = \frac{P\{S“L”\}}{P\{“L”\}} = \frac{0,08}{0,56} = \frac{1}{7}$$

Ahora se puede completar el árbol con estos valores y calcular el valor esperado de cada decisión. En la figura 8.6 están calculados los valores esperados de cada decisión dependiendo de lo que indique el detector ACME.

Si ACME dice “S”, decidiremos “F”; si dice “L” haremos “D”.



**Figura 8.6:** Problema de la fiesta: Decisión con Detector ACME

El Valor esperado con información es de  $(0,44)72,72 + (0,56)48,57 = 59,19$

el valor esperado de la información es de  $59,19 - 48 = \mathbf{11,19}$ .

Nota: el valor de esta información imperfecta es aproximadamente la mitad del valor de información perfecta aún cuando tiene una confiabilidad del 80 %.

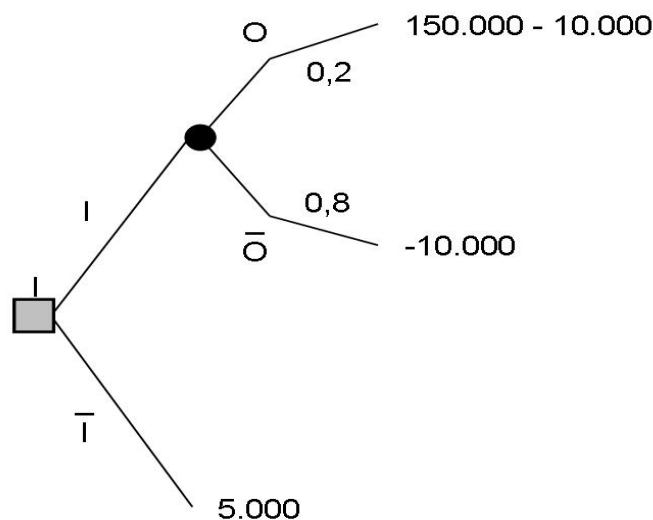
**Ejemplo 8.3.** *Análisis de una decisión sobre una inversión de alto riesgo.*

Se está pensando hacer una inversión de BsF10.000.000 para explotar una mina que se cree tiene oro. Si hay oro los ingresos serán BsF150.000.000. Si no se invierte el dinero en este proyecto las ganancias netas serán de BsF5.000.000 (todos los valores son en valor presente sobre el mismo período de tiempo). Hay oro un 20 % de las veces.

- ¿Cuál alternativa debería hacerse?
- ¿Cuál es el valor de información perfecta?
- ¿Cuál es el valor de los servicios de un geólogo que puede detectar oro con probabilidad 0,75 si hay oro, y si no hay su pronóstico será correcto un 90 % de las veces?

Presentamos la solución sin comentarios sobre el método ya que es igual al ejemplo anterior. Todas las cifras son en miles de BsF.

*Solución parte a):*



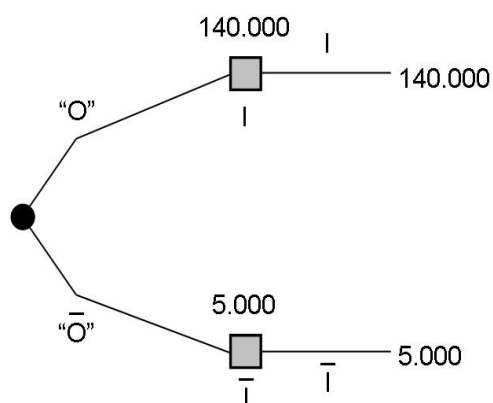
**Figura 8.7:** Problema del minero: Decisión sin información

De la figura 8.7 se ve que sin información la decisión es a favor de invertir.  
 Valor esperado = BsF20.000 (miles).

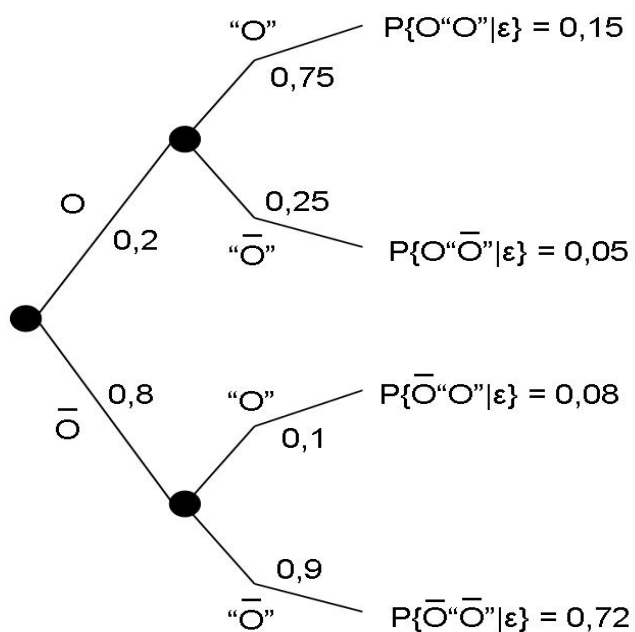
*Solución parte b):*

De la figura 8.8 se ve que el valor esperado es  $(0,2)140.000 + (0,8)5.000 = \text{BsF}32.000$   
 Valor de la información perfecta =  $32.000 - 20.000 = \text{BsF}12.000$

*Solución parte c):*



**Figura 8.8:** Problema del minero: Decisión con información



**Figura 8.9:** Árbol de la Naturaleza

Haciendo uso del árbol de la naturaleza mostrado en la figura 8.9 se obtienen las probabilidades conjuntas.

$$P\{\text{"O"}\} = P\{O\text{"O"}\} + P\{\bar{O}\text{"O"}\} = 0,15 + 0,08 = 0,23$$

$$P\{\text{"}\bar{O}\text{"}\} = P\{O\text{"}\bar{O}\text{"}\} + P\{\bar{O}\text{"}\bar{O}\text{"}\} = 0,05 + 0,72 = 0,77$$

Por el teorema de Bayes se calculan las probabilidades condicionales. Este teorema nos permite llenar el árbol de decisiones de la figura 8.10

$$P\{O|\text{"O"}\} = \frac{P\{O\text{"O"}\}}{P\{\text{"O"}\}} = \frac{0,15}{0,23} = \frac{15}{23}$$

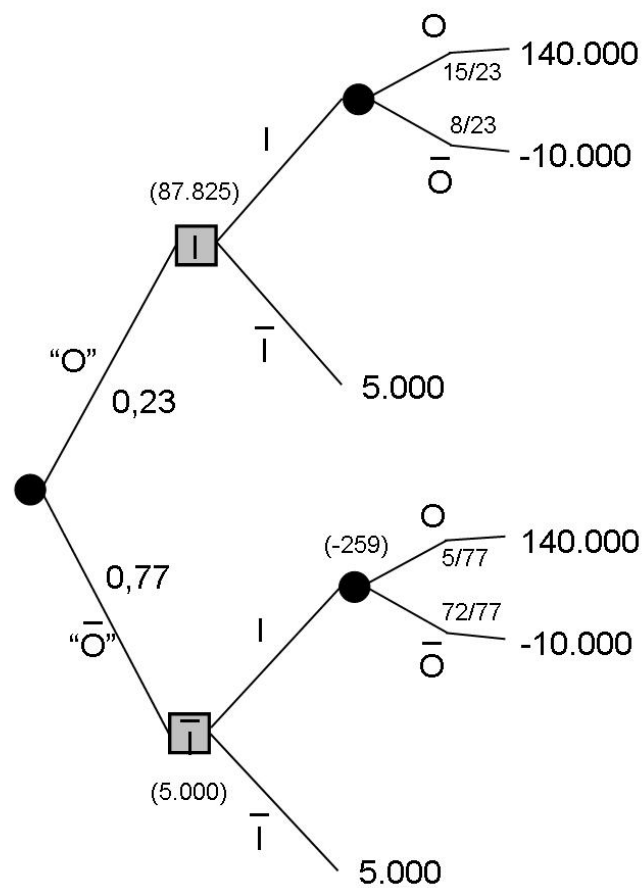
$$P\{\bar{O}|\text{"O"}\} = \frac{P\{\bar{O}\text{"O"}\}}{P\{\text{"O"}\}} = \frac{0,08}{0,23} = \frac{8}{23}$$

$$P\{\bar{O}|\text{"}\bar{O}\text{"}\} = \frac{P\{\bar{O}\text{"}\bar{O}\text{"}\}}{P\{\text{"}\bar{O}\text{"}\}} = \frac{0,72}{0,77} = \frac{72}{77}$$

$$P\{O|\text{"}\bar{O}\text{"}\} = \frac{P\{O\text{"}\bar{O}\text{"}\}}{P\{\text{"}\bar{O}\text{"}\}} = \frac{0,05}{0,77} = \frac{5}{77}$$

Se ve en la figura 8.10 que el valor esperado con información del geólogo es BsF24049.75. Entonces, el valor de la información es de  $24049.75 - 20000 = \text{BsF}4.049$ , que es el valor máximo que se podría pagar por los servicios del geólogo.





**Figura 8.10:** Problema del minero: Decisión con información del Geólogo

### 8.3. Ejercicios propuestos

1. Una compañía de construcción está edificando un complejo de apartamentos en el sur sobre un terreno parcialmente inclinado. La carretera que va alrededor de la colina hasta la entrada del edificio necesita muros de contención. A continuación se da la probabilidad de un índice de precipitación mayor que una cantidad dada, el daño asociado y los costos de construcción.

Precipitación	Prob. de mayor índice de precipitación	Costo del muro de contención	Costo anual esperado para el índice de precipitación especificado
Cm.		BsF	BsF
1.0	0.6	150.000	10.000
2.0	0.3	160.000	15.000
2.5	0.1	180.000	20.000
3.0	0.02	210.000	50.000
3.5	0.005	280.000	90.000
4.0	0.001	350.000	140.000

Determine qué plan dará como resultado el menor costo anual sobre un período de 25 años a una tasa de interés de 10 %.

2. Solucione el problema anterior utilizando un análisis después de impuestos, suponiendo que la tasa tributaria es del 50 %. Suponga que el principal se reduce en la misma cantidad cada año siendo aplicado al resto del pago al interés.
3. Un ciudadano tiene \$5.000 para invertir. Si coloca su dinero en una cuenta de ahorros recibirá un 6,35 % efectivo al año sobre el principal, si compra acciones tiene una posibilidad de una de las siguientes secuencias de flujo de caja durante los próximos cinco años.

Año	Acción 1 \$	Acción 2 \$
0	-5.000	-5.000
1 – 5	250	600
5	6.800	5.400

Finalmente puede invertir sus \$5.000 en mejoras de propiedad durante cinco años con los siguientes resultados y probabilidades.

Año	P = 0.3	P = 0.5	P = 0.2
0	-5.000	-5.000	-5.000
1	-425	0	+500
2	-425	0	+600
3	-425	0	+700
4	-425	0	+800
5	-425	0	+900
5	+9.500	+7.200	+5.200

¿Cuál de las tres inversiones – ahorros, acciones o propiedad – es la mejor?

- Una compañía de productos químicos estima que en la fabricación de sus productos, la probabilidad de que se produzca una explosión, en cualquier año es de 0,025. Se calcula que los daños ocasionados por esa explosión se elevarán a \$1.000.000. a) Mediante una inversión de \$150.000 puede mejorarse la seguridad del proceso, de tal modo que las probabilidades de explosión se reduzcan a 0,001. La vida económica de la inversión es de 10 años, con un valor de recuperación de cero. El costo de los daños, si se produjeran a pesar del equipo adicional de protección, sería de \$1.110.000. Los gastos de operación del equipo de protección son de \$5.000 anuales. b) Alternativamente, la fábrica puede ser rediseñada por \$100.000 para restringir las explosiones a zonas limitadas y, en ese caso, las pérdidas máximas serían de \$100.000. El valor de recuperación de esa inversión extra sería cero, al final de una vida económica de 10 años. Sin embargo, las probabilidades de explosión serían todavía de 0,025. En cualquier caso, el proceso es automático y no se producen daños a personas. La tasa mínima requerida de rendimiento es 15 %. Utilícese el método de análisis de costo anual.
- Las precipitaciones registradas durante los últimos 40 años en una comunidad agrícola, que se indican más abajo, han sido insuficientes para soportar el rendimiento esperado de los cultivos. Los daños estimados como resultado de una pérdida de cultivos y el nivel de precipitación pluvial al que ocurren esos daños, se registran en la misma línea, en la tabla siguiente.

Pulgadas de precipitación pluvial	Número de ocurrencias	Pérdida Anual	Costo inicial del equipo
30	5	5.000	4.000
25	8	13.000	10.200
20	13	25.000	23.100
15	9	40.000	39.500
10	4	60.000	75.500
5	1	85.000	108.000
	40		

Puede instalarse un sistema de irrigación para proteger a la comunidad contra cualquier

grado de sequía. Por ejemplo, si se produce una precipitación pluvial de 20 pulgadas en cualquier año, las pérdidas de cultivos serán del orden de 25.000 dólares en ese año. Sin embargo, puede instalarse un sistema de irrigación con un costo inicial de 23.100 dólares, para eliminar todas las pérdidas ocasionadas por la insuficiencia de las lluvias, excepto cuando las precipitaciones fluviales sean inferiores a 20 pulgadas. La vida de los sistemas de irrigación será de 25 años, con un valor de recuperación de cero. La tasa mínima requerida de rendimiento es de 20 %. Supongamos que las probabilidades de ocurrencias futuras serán exactamente las mismas que las frecuencias históricas relativas (o sea, en el problema actual, no ajustar las frecuencias relativas). ¿Qué sistema de irrigación deberá instalarse, si se instala alguno?

6. Se propone construir un sitio especial del tipo “drive in” para lavado de autos, y se debe decidir el número de instalaciones individuales a construir. Un mayor número de instalaciones hará que se rechacen menos clientes (y por lo tanto más clientes recibirán el servicio solicitado), pero cada instalación adicional requerirá también mayor inversión. Supóngase un interés del 10 %, una vida útil de 10 años, y un beneficio operacional de BsF10, por cada auto lavado. Con base en los datos siguientes, ¿Cuál es el número de instalaciones que producirá el beneficio más alto?

N° de ins.	Inv. Req.	Probabilidad de atender, en promedio, n carros anuales								
	mil	2.000	4.000	6.000	8.000	10.000	12.000	14.000	16.000	18.000
1	100	0.6	0.4	-	-	-	-	-	-	-
2	180	0.2	0.6	0.2	-	-	-	-	-	-
3	250	0.1	0.3	0.4	0.2	-	-	-	-	-
4	320	0.1	0.1	0.2	0.3	0.2	0.1	-	-	-
5	380	0.05	0.05	0.1	0.2	0.4	0.1	0.1	-	-
6	435	0.05	0.05	0.1	0.1	0.2	0.3	0.1	0.1	-
7	500	0.05	0.05	0.1	0.1	0.2	0.3	0.1	0.05	0.05
8	550	0.05	0.05	0.1	0.1	0.2	0.3	0.1	0.05	0.05

7. Un inventor ha desarrollado un instrumento electrónico para controlar las impurezas del metal producido mediante el transcurso de la fundición. Una compañía distribuidora de este tipo de equipo estudia la compra de la patente por BsF400.000. La compañía cree que hay una posibilidad de 1 de cada 5 que el instrumento tenga éxito. Se estima que si se tiene éxito producirá ingresos netos de BsF1.500.000 anuales durante los próximos 5 años. No se obtendrán ingresos de ninguna clase si el producto no tiene éxito. La tasa de interés de la compañía es 15 %.
- a) Haga un árbol de decisión en el que se describan las posibles opciones y determínese la mejor política. (Patentar o No patentar).
- b) Si existe un grupo de investigación de mercados que pueda suministrar información perfecta sobre el futuro éxito del producto, ¿Cuánto sería lo máximo que la compañía estaría dispuesto a pagar por el servicio?

c) Supóngase que el grupo de investigación de mercados puede hacer una investigación que, con probabilidad de 0,7 dará resultados favorables y confiables si el instrumento ha de tener éxito, y dará resultados negativos con probabilidad 0,9 si el instrumento no se ha de vender. ¿Cuánto pagaría la compañía por esta investigación?

8. Una empresa de artículos electrónicos trata de decidir la fabricación de un nuevo instrumento de comunicación. La decisión de producirlo implica una inversión de BsF5.000.000; no se conoce la demanda que tendría el instrumento. Si la demanda es elevada, la compañía espera un rendimiento de BsF2.000.000 anuales durante 5 años. Si la demanda es moderada la demanda el rendimiento será de BsF1.600.000 anuales durante 4 años, mientras que una demanda baja implica una demanda de BsF800.000 anuales durante 4 años. La probabilidad de una demanda baja se estima en 0,1, mientras que la de una demanda elevada está estimada en 0,5. el interés es 10 %.

a) Con base en el valor actual esperado, cree usted que la compañía, debe hacer la inversión.

b) Se propone hacer una investigación para establecer la demanda real que existirá. ¿Cuál es el valor máximo de la misma?

c) Se puede hacer una investigación por BsF75.000. Dicha investigación tendría las siguientes características:

	Resultados de la investigación		
Demanda	“E”	“M”	“B”
Elevada (E)	0.9	0	0.1
Media (M)	0.4	0.3	0.3
Baja (B)	0	0	1

¿Se debe hacer la investigación?

9. Un agricultor está pensando en invertir en un sistema de control de inundaciones para evitar pérdidas cuando el río sobrepase sus orillas. Esto ha ocurrido 4 veces en los últimos 50 años, y cuando ocurre causa pérdidas de BsF1.000.000. El sistema de control de inundaciones cuesta BsF130.000 de inicial. Sin embargo, desconocen la vida del sistema. Se han dado las siguientes probabilidades; para una vida de 3 años es 0,3; para una vida de 4 años es de 0,4 y para una vida de 5 años es de 0,3. En todos los casos el valor de salvamento es cero. Use una tasa de interés de 25 % para responder a las preguntas;

a) ¿Debería invertir en el sistema?

b) ¿Cuál es el valor de información perfecta sobre la vida del equipo?

c) Analice la sensibilidad al valor de salvamento

d) Fijando la probabilidad de que la vida de 5 años es de 0,3, analice la sensibilidad de la decisión al valor de la probabilidad de la vida de 4 años.

10. Venmar, una compañía que perfora pozos tiene que evaluar cierta área. El costo de perforar es BsF150.000 y si perfora hay 3 posibles resultados: Pozo seco, pozo mediano y pozo grande. Las ganancias serían respectivamente: 0; BsF450.000; y BsF850.000. El geólogo ha dado las siguientes probabilidades del resultado de perforar, dependiendo de la existencia de cierta estructura geológica, E.

La probabilidad de que exista E en esta área es 0,6.

- a) Si se toman decisiones según el valor esperado, ¿deberían perforar?  
b) Existe una prueba que da la siguiente información: sobre la existencia de E:

La prueba cuesta BsF14.000 ¿Debería hacerse la prueba o no?

11. Nuestro amigo José está buscando un carro usando y después de investigar la disponibilidad encuentra una ganga, un carro marca Huracán que se está vendiendo mil bolívars menos del precio normal de carros de esta edad. Entonces José piensa que si él lo compra tendría una ganancia de BsF1.000 ya que se lo podría vender al precio normal si quisiera. Está a punto de hacer el negocio cuando oyó una conversación entre los vendedores en que uno le estaba comentando al otro: “Trabajaba en la fábrica de los carros “Huracán” y 20 % de la producción se estaba haciendo en una nueva planta donde había ciertas dificultades. El resultado era que estos carros defectuosos mientras los otros eran “joyas”. El explicó que las “joyas” tenían un sólo defecto en sus 10 sistemas principales (transmisión, dirección, electricidad, etc.) mientras las “carcachas” tenían 6 defectos en estos 10 sistemas. “Cada carro producido tenía 1 o 6 defectos en estos 10 sistemas; yo sé que este carro no se ha reparado nunca”. Al oír esto, José quedó un poco desilusionado; lo que parecía un sueño había cambiado a una potencial pesadilla. Afortunadamente se acordó de un curso de Ingeniería Económica que había estudiado hace años y decidió que no debería rechazar esta oportunidad sin tener buenas razones. Llamó a su mecánico y averiguó que costaría 400 reparar un sólo defecto o 2.000 si hay 6 defectos. José toma decisiones según valores esperados.

- a) ¿Debería comprarse el carro?

Mientras José está contemplando su decisión, otro cliente se le acerca y le dice que el había trabajado en la planta que produjo los carros defectuosos y que podía saber si el carro era una joya o una carcacha simplemente por mirar el número de chasis. “Claro” dice esta persona, “Usted no espera que me ensucie examinando el carro sin una consideración financiera”. José juzga que el señor es confiable aunque no le gustó su actitud mercenaria y se pone a pensar en el valor de su información.

- b) ¿Cuál es el valor máximo de esta información?

De repente se le ocurrió una gran idea y José pregunta al vendedor si hay garantía para los carros. El vendedor le ofrece una de BsF600 bajo la cual si los costos totales de reparación son BsF1.000 o más se repara el carro gratis. Si son menores de BsF1.000, la garantía paga la mitad del costo.

- c) ¿Que debería hacer ahora, comprar el carro con garantía, sin garantía o no hacer nada?  
d) ¿Cuál es el valor de la información si es una joya o una carcacha ahora que existe la posibilidad de la garantía?

Ahora José piensa que de repente la información perfecta es muy costosa y se acuerda de que había visto una clínica para autos donde hacen el diagnóstico electrónico por BsF250. La clínica diagnostica correctamente 90 % del tiempo.

e) ¿Debería hacerse el diagnóstico por BsF250? Nota: hacerlo sin tomar en cuenta la garantía.

12. Con la capacidad actual del vertedero (1.500 pies cúbicos por segundo) de una represa hay una probabilidad de 0,1 de que en un año el flujo exceda esta capacidad. Cuando el flujo excede esta capacidad produce daños cuyo costo de reparación se ha estimado en BsF25.000. El Estado está considerando ampliar la capacidad para reducir la probabilidad de daños. Un vertedero de flujo máximo de 2.500 pies cúbicos por segundo requiere una inversión adicional de BsF82.000. Los expertos creen que es muy poco probable que el flujo exceda esta capacidad: tales flujos ocurren como promedio una vez cada 500 años. Si se usa una tasa de interés de 10 % y la construcción dure “para siempre”.

a) Decídase si ampliar la capacidad del vertedero.

b) Analice la sensibilidad de la decisión a la tasa de interés.

c) ¿Cuál será el valor esperado de información perfecta sobre la probabilidad de que el flujo exceda 1.500 pies cúbicos por segundo el próximo año?

13. Un agricultor está considerando instalar un sistema de riego para evitar pérdidas cuando hay sequías. Los datos históricos de los últimos 50 años muestran que ha habido 4 sequías durante esta época. Si hay sequía se reducen los recibos en 75 % y cuando no hay sequía los recibos anuales son BsF500.000. La inversión inicial es BsF60.000 y tiene una vida económica de 10 años. Los costos de mantenimiento anuales  $M$ , son inciertos y se ha estimado que la probabilidad de que  $M = \text{BsF}8.000$  es  $\frac{1}{2}$ , la probabilidad de que  $M = \text{BsF}12.000$  es  $\frac{1}{4}$  y la probabilidad de que  $M = \text{BsF}16.000$  es  $\frac{1}{4}$ . Usando una TMAR de 25 % ¿Debería instalarse el sistema? ¿Cuál es el valor de la información perfecta sobre los costos?

14. Una compañía de perforación de pozos de petróleo tiene que decidir entre perforar o vender una opción de arrendamiento por BsF2.000.000. El costo de perforar es de BsF1.400.000 y puede resultar en un pozo de petróleo, de gas, una combinación de gas y petróleo o un pozo seco. Hasta la fecha se han perforado 65 pozos en este campo con el siguiente resultado:

		Beneficios
Seco	20	0
Gas	18	1.900.000
Gas/petróleo	12	2.120.000
Petróleo	15	3.060.000

La segunda columna da el valor presente de los beneficios netos basándose en una vida estimada de 15 años y una tasa de rendimiento de 40 %.

- a) ¿Si la compañía maximiza su valor esperado, que decisión debe tomar?
- b) ¿Cuál es el valor de información perfecta?

15. Una empresa está estudiando una propuesta para lanzar al mercado un nuevo producto con un costo de BsF1.000.000 por experiencia con otros modelos similares de productos; la empresa sabe que la aceptación de este nuevo producto puede ser:

- a) Alta (con probabilidad 0,3)
- b) Baja (con probabilidad 0,2)
- c) Media (con probabilidad 0,5)

Si efectivamente la aceptación es alta, la empresa ganaría BsF4.000.000; si es media, BsF2.000.000 y si es baja, BsF500.000. Todos estos son valores presentes sobre el mismo horizonte. La empresa puede contratar los servicios de un investigador de mercado quién dirá que tanta demanda habrá. La precisión del investigador es del 80 % y cuando se equivoque es igualmente probable que diga los otros dos resultados. Así que:

- a) ¿Qué debe hacer la empresa?
- b) ¿Cuál es le valor de la información del investigador?



# Capítulo 9

## El estudio de mercado

El estudio o análisis del mercado de un proyecto comprende:

- Análisis de la demanda.
- Análisis de la oferta.
- Análisis de los precios.
- Análisis de los insumos.
- Análisis de la comercialización.

Cada uno de estos análisis aportan elementos para elaborar las conclusiones sobre el estudio de mercado que sirvan de apoyo para la toma de decisiones.

En este capítulo discutiremos una metodología general para la elaboración de un estudio de mercado para el bien o servicio que se produciría con la puesta en marcha del proyecto.

Baca (2006) distingue las siguientes características que deben tenerse en cuenta cuando se realice un estudio de mercado:

- La recopilación de la información debe ser sistemática.
- El método de recopilación debe ser objetivo y no tendencioso.
- Los datos recopilados siempre deben ser información útil.
- El objeto de la investigación siempre debe tener como objetivo final servir como base para la toma de decisiones.

En lo que sigue, se revisarán de manera general, cada uno de los elementos que intervienen en este estudio. Se recomienda al estudiante revisar las referencias (Baca, 2006) y (Sapag, 2000) con el fin de profundizar en el estudio de dichos elementos.

## 9.1. Definición del producto o servicio

El producto o servicio se define como el resultado del proceso productivo que se ofrece en el mercado para satisfacer una necesidad humana o para mejorar, en alguna medida, lo ya existente.

Tradicionalmente en economía se clasifican de acuerdo a una serie de criterios que permitan tipificarlo de alguna manera. En la evaluación de proyectos nos interesa clasificarlos, por ejemplo:

**Por su vida en almacén** se clasifican en duraderos (carros, muebles, etc.) y no duraderos (como los alimentos).

**Por su destino** se clasifican en bienes de consumo intermedio (todos aquellos que son utilizados por las industrias para producir otros bienes o servicios) y bienes de consumo final (todos aquellos que van al consumidor final o a exportación).

## 9.2. La demanda

La demanda de un bien o servicio se entiende como la cantidad de dicho bien o servicio requerida por el mercado, destinada a satisfacer una necesidad humana, a un determinado precio.

A parte de la clasificación de los productos dada anteriormente, la demanda se puede clasificar también desde varios puntos de vista en relación con (ver Sapag, 2000):

**Su oportunidad** puede ser *insatisfecha* (cuando la oferta no alcanza a cubrir los requerimientos del mercado) ó *satisfecha*. La demanda satisfecha se clasifica en *saturada* (cuando no es posible hacerla crecer bajo ninguna circunstancia, situación difícil de encontrar en un mercado real) ó *no saturada* (cuando se puede hacer crecer pese a su apariencia de saturación a través del uso de estrategias de mercadeo y publicidad).

**Su necesidad** puede ser *básica* (alimentos, vestido, educación, etc.) o *suntuaria* (carro de lujo, perfume, etc.).

**Su temporalidad** puede ser *continua* (alimentos, vestidos, etc.) ó *estacional* (árboles de navidad, vacaciones, etc.).

Finalmente, se debe tomar en cuenta la relación que el bien o servicio a producir tiene con respecto a otros bienes. Según Sapag (2000), en este sentido se pueden clasificar en:

**Bienes sustitutivos** que satisfacen una necesidad similar y, por lo tanto, el consumidor podrá optar por el consumo de ellos en lugar del bien del proyecto, si éste subiera de precio (piénsese en el ejemplo de la mantequilla y la margarina).

**Bienes complementarios** que se consumen en forma conjunta y, por lo tanto, si aumenta la cantidad consumida de uno de ellos, necesariamente aumenta la cantidad consumida del otro y viceversa (piénsese en el ejemplo de los carros y la gasolina).

**Bienes independientes** que no tienen ninguna relación entre sí, de tal forma que un cambio en el precio de un bien o servicio independiente no afecta la demanda del otro bien o servicio.

Existen otras consideraciones importantes en cuanto al comportamiento de la demanda que tienen que ver con la interacción social de los individuos de una sociedad. Por ello, se recomienda tener en cuenta las tendencias de otras personas al comprar, consumir o usar bienes o servicios, y su efecto en los patrones de consumo sobre otros consumidores o en sí mismos, tales como:

**Efecto *band wagon*** que consiste en que la demanda de un bien aumenta porque otros están consumiendo el mismo bien.

**Efecto *snob*** que consiste en que la demanda de un bien o servicio disminuye porque otros están consumiendo o incrementando el consumo del mismo bien o servicio.

**Efecto *veblen*** que consiste en que la demanda de un bien o servicio aumenta porque su precio está aumentando o viceversa.

Diferentes métodos se pueden utilizar para estimar las funciones de demanda. Entre ellos podemos mencionar:

**Encuestas** que se realizan a los consumidores potenciales con el fin de determinar que cantidad estarían dispuestos a consumir del bien o servicio que se produciría a diferentes precios. Las encuestas se consideran fuentes de información primaria y son instrumentos o herramientas de investigación de mercados.

**Series de tiempo** que utilizan datos de series temporales para ajustar modelos de regresión multivariantes y con ellos generar la función de demanda del bien o servicio producido por el proyecto. Los datos recolectados ya sea de la misma empresa o a través de estadísticas gubernamentales, etc. se consideran fuentes de información secundarias.

Un concepto muy importante que debe considerarse es el de elasticidad precio de la demanda. Se deja al lector su revisión pues ha sido ya tratado en el curso de Elementos de Economía.

## 9.3. La oferta

La oferta de un bien o servicio se entiende como la cantidad de dicho bien o servicio que los productores están dispuestos a poner a disposición del mercado, a un precio determinado.

La oferta se puede clasificar en relación con el número de oferentes en (ver Baca, 2006):

**Competitiva o de mercado libre** caracterizada por la libre competencia en la que la participación de cada oferente está determinada por el precio, la calidad y el servicio que se ofrecen al consumidor.

**Oligopólica** caracterizada porque el mercado se encuentra dominado por pocos productores.

**Monopólica** caracterizada por la existencia de un único proveedor del bien o servicio, imponiendo el precio, la calidad y el servicio.

Diferentes métodos se pueden utilizar para estimar las funciones de oferta. Entre ellos podemos mencionar:

**Encuestas** que se realizan a los productores con el fin de determinar que cantidad estarían dispuestos a ofrecer del bien o servicio que se produciría a diferentes precios. Las encuestas se consideran fuentes de información primaria y son instrumentos o herramientas de investigación de mercados, al igual que en el caso de la demanda.

**Series de tiempo** que utilizan datos de series temporales para ajustar modelos de regresión multivariantes y con ellos generar la función de oferta del bien o servicio producido por el proyecto. Los datos recolectados a través de estadísticas gubernamentales, etc. se consideran fuentes de información secundarias.

Los datos requeridos para hacer un análisis de la oferta deben incluir: Número de productores; Localización; Capacidad instalada y utilizada; Calidad y precio de los productos; Planes de expansión; Inversión fija; Número de trabajadores (Baca, 2006).

## 9.4. Los precios

El precio de un bien o servicio es la cantidad monetaria a la que los productores están dispuestos a venderlo y los consumidores están dispuestos a comprarlo. El acuerdo se conoce como equilibrio del mercado (oferta y demanda iguales a ese precio).

No siempre el precio lo definen los productores y compradores en su libre intercambio. Este puede estar controlado por el gobierno. Desde el punto de vista del productor, el precio debe ser una cantidad monetaria suficiente como para cubrir los costos (fijos y variables) de producción y permita una ganancia, por lo menos igual a la TMAR.

De acuerdo a su localización, según Baca (2006), los precios pueden clasificarse en:

**Internacionales** usados para las transacciones de bienes y servicios de importación-exportación. Por lo general se cotizan en US\$ y con la denominación FBO (*free on board*) en el país de origen.

**Regionales externos** usados en las transacciones de bienes y servicios entre países de una misma zona geográfica como por ejemplo Europa, Suramérica, etc.

**Nacionales** vigentes en todo un país, como resultado del control de precios o artículos industriales muy especializados.

**Regionales internos** usados en las transacciones de bienes y servicios de una zona de un país y puede cambiar entonces de una zona a otra.

**Locales** vigentes en una localidad pequeña de un país y, por lo tanto, fuera de esa localidad cambian.

El precio de un bien o servicio es la base para el cálculo de los ingresos estimados del flujo de caja de un proyecto. Por ello, resulta fundamental estimarlos adecuadamente. La diferenciación de los productos, en particular por calidad (imagínese la diferencia que existe entre comer en un restaurante como Miramelindo ó Entre pueblos en Mérida y comer en el cafetín de la facultad, ambos son servicios de comida, pero diferenciados por la calidad del servicio) conlleva a una diferenciación también en los precios. También las cantidades pueden hacer cambiar el precio de un producto (compras al detal o al por mayor). Resulta entonces conveniente calcular el promedio de dichos precios para estimar el valor de referencia para el cálculo de los ingresos estimados.

Consideraciones que deben tomarse en cuenta al determinar el precio de un bien o servicio:

- Costo de producción, de administración y de venta, más una ganancia.
- Demanda potencial del producto y, por ende, las condiciones económicas de un país.
- Relación con la competencia (se tiende a bajarlo para poder entrar al mercado).
- Expectativas de los intermediarios (cual es el margen de ganancia esperado por ellos).
- Estrategias de mercadeo, para ubicarse en el mercado del bien o servicio.
- Control de precios por el gobierno.

Sea  $PV$  el precio de venta y  $j$  el margen sobre el precio y  $CU$  el costo unitario, entonces:

$$PV = jPV + CU \quad (9.1)$$

que puede simplificarse en:

$$PV = \frac{CU}{1 - j} \quad (9.2)$$

Sea  $h$  el porcentaje del margen sobre los costos, entonces para calcular un margen sobre los costos se usa la expresión:

$$PV = CU + hCU = (1 + h)CU \quad (9.3)$$

La otra forma de estimar los precios de la empresa es determinando, a partir de las cuatro ecuaciones siguientes, el precio que maximiza las utilidades. Sea  $Q$  la cantidad producida;  $a_1$  el valor resultante, conocido, de la suma de todas las otras variables que determinan la demanda, tales como ingresos per cápita, población, etc;  $b_1$  el parámetro de la función de demanda que indica en cuántas unidades se incrementa la demanda cuando el precio varía;  $C$  el costo total;  $cv$  el costo variable;  $cf$  el costo fijo;  $R$  el ingreso total;  $U$  la utilidad definida como la diferencia entre el ingreso total y el costo total, entonces:

$$Q = a_1 - b_1PV \quad (9.4)$$

$$C = cvQ + cf \quad (9.5)$$

$$R = PVQ \quad (9.6)$$

$$U = R - C \quad (9.7)$$

Sustituyendo  $R$  y  $C$  como función de  $PV$  se resuelve entonces derivando  $\frac{dU}{dPV}$  e igualando a cero, para encontrar el precio máximo. Debe probarse el criterio de la segunda derivada, para garantizar un máximo.

## 9.5. Los insumos y la materia prima

Por **insumos** se entienden los bienes usados en la producción de otros bienes. Por **materia prima** se entiende cada una de las que emplea la industria para su conversión en productos elaborados (Espasa, 2005).

Muchas veces el éxito de un proyecto depende del mercado proveedor de insumos y materia prima. Como indica Sapag (2000, p.54) “muchos proyectos tienen una dependencia extrema en calidad, cantidad, oportunidad de la recepción y costo de los materiales.. El estudio del mercado proveedor es más complejo de lo que puede parecer, ya que deberán estudiarse todas las alternativas de obtención de materias primas, sus costos, condiciones de compra, sustitutos, si son perecederos, necesidad de infraestructura especial para su bodegaje, oportunidad y demoras en la recepción, disponibilidad, seguridad en la recepción, etc.”

El costo de los insumos es un elemento clave en la determinación de los costos fijos mientras que el costo de la materia prima es un elemento clave en la determinación de los costos variables de producción.

## 9.6. Técnicas de proyección del mercado

Las técnicas de proyección del mercado nos sirven básicamente para estimar el comportamiento futuro de las variables demanda, oferta y precios.

Para Sapag (2000, p.81) “cada una de las técnicas de proyección tiene una aplicación de carácter especial que hace de su selección un problema decisional influido por diversos factores, como por ejemplo, la validez y disponibilidad de los datos históricos, la precisión deseada del pronóstico, el costo del procesamiento, los beneficios del resultado, los períodos futuros que se desee pronosticar y el tiempo disponible para hacer el estudio, entre otros.”

En lo que sigue, se hace un resumen de los distintos métodos de proyección presentados por Sapag (2000).

### 9.6.1. Métodos cualitativos

Se basan principalmente en opiniones de expertos, en el uso de encuestas (como las de intención de compras) y se usan cuando no existen suficientes datos históricos o cuando existen, no explican por si solos el comportamiento futuro esperado.

La opinión de expertos es un método subjetivo. Uno de los más conocidos es el método Delphi, que consiste en reunir a un grupo de expertos en calidad de panel, a quienes se les somete a una serie de cuestionarios, con un proceso de retroalimentación controlada después de una serie de respuestas. Se obtiene así información que tratada estadísticamente entrega una convergencia en la opinión del grupo, de la que nace una predicción. El método Delphi se fundamenta en que el grupo es capaz de lograr un razonamiento mejor que el de una sola persona, aunque sea experta en el tema.

El método de la investigación de mercado a través de la aplicación de encuestas es más sistemático y objetivo, que se vale del método científico. Con éste, se estudian características de productos, empresas o consumidores. La encuesta se aplica a una muestra, para lo cual se requiere una estratificación previa que determine el espacio muestral.

El tamaño de la muestra  $n$  se calcula a partir de la desviación estándar  $\sigma$  (que puede calcularse en referencia a otros estudios o sobre la base de una prueba piloto), el nivel de confianza deseado  $Z$  (que se obtiene de una tabla de probabilidades de una distribución normal y se conoce como el número de errores estándar asociados con el nivel de confianza) y el error máximo permitido  $e$  (la mayor diferencia permitida entre la media de la muestra y la media de la población) de acuerdo a la siguiente fórmula:

$$n = \frac{\sigma^2 Z^2}{e^2} \quad (9.8)$$

La aplicación del instrumento (encuesta) busca “medir” actitudes y comportamientos esperados del mercado. En ciencias sociales se usan cuatro escalas para realizar las mediciones: nominal (que se expresa como un porcentaje sobre el total de la muestra), ordinal (que se expresa como un orden que el encuestado da a los datos suministrados de acuerdo a sus preferencias), de intervalos (que permite hacer comparaciones cuando se pregunta acerca de la edad, ingresos, etc.) y proporcional (que se aplica cuando se desea explicitar mediciones como peso, volumen, distancia, etc y sirven par confirmar respuestas, para lo cual en una pregunta inicial se le pide al encuestado señalar si considera un determinado atributo de un producto al momento de decidir su compra y, varias preguntas más adelante, se le reitera de manera diferente).

En general las encuestas se emplean en la medición de volúmenes esperados de venta, preferencias de calidad y precio, hábitos de compra, etc.

### 9.6.2. Métodos causales

Se basan principalmente en el supuesto de que el grado de influencia de las variables que afectan el comportamiento del mercado permanece estable, para luego construir un modelo que

relacione ese comportamiento con las variables que se estiman son las causantes de los cambios que se observan en el mercado.

Los más frecuentes son **Método de Regresión Lineal** (que puede ser simple o múltiple) y el **Modelo de Insumo-Producto** (o método de los coeficientes técnicos desarrollado por Leontief (1953)), entre otros.

### Método de Regresión Lineal

Una regresión lineal simple define una variable independiente  $x$ , que es la causa explicativa, y una variable dependiente  $y$  que se desea proyectar (ejemplo la cantidad demandada). Es decir, a partir de un modelo de línea recta que ajusta a una nube de puntos o diagrama de dispersión en el plano  $xy$  de las realizaciones de dichas variables, lo cual indica la relación entre dichas variables, se proyectan valores de  $y$  a partir de valores de  $x$ . Si la relación entre las variables no es lineal, se suele utilizar un método de transformación para lograr la linealidad.

El método de los mínimos cuadrados se utiliza para determinar la ecuación lineal que mejor ajusta las relaciones entre ambas variables. El gráfico muestra el diagrama de dispersión y la línea de regresión.

La ecuación matemática de regresión lineal se expresa por:

$$\hat{y} = a + bx \quad (9.9)$$

donde  $\hat{y}$  es el valor estimado de la variable dependiente, para un valor de la variable independiente  $x$ ,  $a$  es el punto de intersección de la línea de regresión con el eje  $y$  y  $b$  es la pendiente de la línea de regresión. No profundizaremos en este método, pues los estudiantes de la asignatura de Evaluación de Proyectos conocen ampliamente la teoría y aplicación del mismo. Se recomienda a los estudiantes revisarlo para que refresquen su conocimiento.

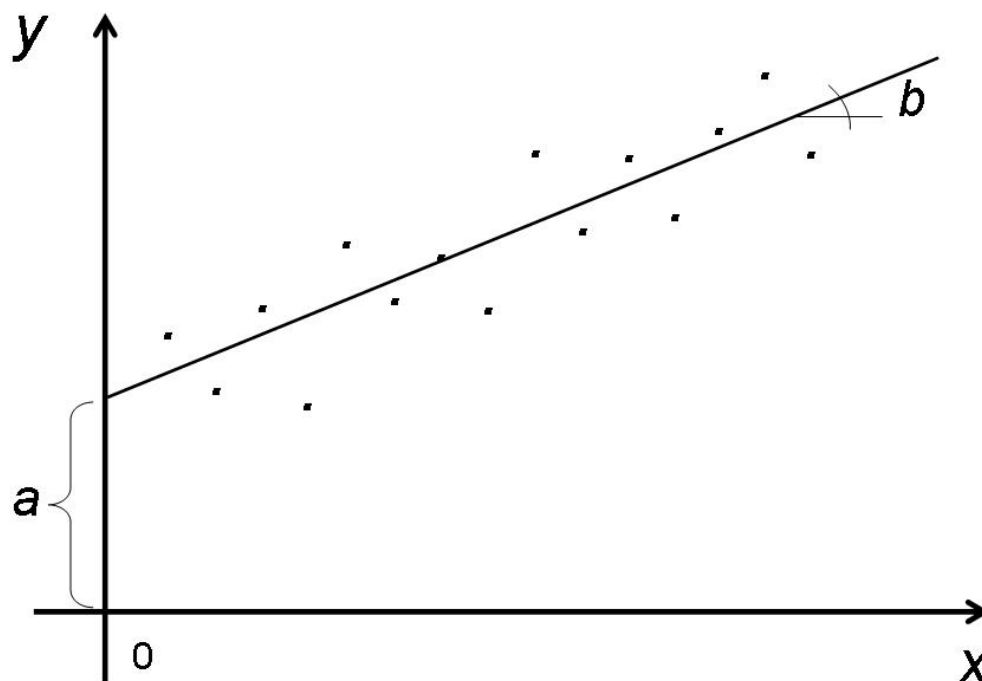
### Modelo de Insumo-Producto

Según Leontief (1953) en líneas generales la matriz insumo-producto se define como la representación de las interrelaciones entre las distintas partes de una economía nacional.

La matriz insumo-producto es un registro ordenado de las transacciones entre los sectores productivos, que muestran un análisis detallado del proceso de producción y la utilización de los bienes y servicios (productos). “Para su construcción se requiere poner en marcha un conjunto de actividades, como la de centralizar, analizar y procesar información básica de múltiples fuentes como pueden ser: censos económicos, agropecuarios, censos de población y vivienda, encuestas de gastos e ingresos de los hogares, registros administrativos y, fundamentalmente, los sistemas de cuentas nacionales” (Schuschny, 2005).

La matriz insumo-producto ilustra la interrelación entre los diversos sectores productivos y los impactos directos e indirectos que tienen sobre éstos un incremento en la demanda final. Así,





**Figura 9.1:** Método de Regresión Lineal

permite cuantificar el incremento de la producción de todos los sectores, derivado del aumento de uno de ellos en particular.

Bonet (2000) define que el modelo básico de insumo-producto se construye a partir de los datos económicos de una unidad geográfica específica: país, departamento, municipio o región, e incluso una empresa. La idea central es establecer una relación entre las diferentes industrias que permita conocer los consumos de bienes que hace una empresa de las otras (insumos) para producir un determinado bien (producto).

La matriz insumo-producto está representada por un conjunto integrado de matrices que registran en forma exhaustiva y consistente las transacciones de la producción, oferta y utilización de bienes y servicios. De esta forma, se presenta en detalle el proceso de producción y utilización de bienes y servicios que se producen en un país.

La matriz insumo-producto permite apreciar los componentes de tres sub-matrices primarias: la primera, matriz de transacciones, se refiere a los flujos monetarios del sistema a estudiar; la segunda, matriz de coeficientes, presenta la estructura de los costos; y por último, la matriz de coeficientes de interdependencias, que son los multiplicadores.

En la figura 9.2, se presenta la estructura general de la matriz insumo-producto.

	Industria1	Industria2	Industria3	Demanda final neta	Producto
Industria1	$a_{11}$	$a_{12}$	$a_{13}$	$Y_1$	$X_1$
Industria2	$a_{21}$	$a_{22}$	$a_{23}$	$Y_2$	$X_2$
Industria3	$a_{31}$	$a_{32}$	$a_{33}$	$Y_3$	$X_3$
Valor agregado	$V_1$	$V_2$	$V_3$		
Insumo total	$X_1$	$X_2$	$X_3$		

**Figura 9.2:** Modelo general de la matriz insumo-producto simplificado

La matriz insumo-producto describe en forma detallada la ruta que siguen los bienes y servicios hasta llegar a la demanda final, permitiendo de esta manera obtener un estudio integrado de la actividad económica. Una vez construida la matriz insumo-producto para un período determinado, es posible realizar estudios para generar proyecciones futuras.

Según Schuschny (2005) la utilidad del modelo insumo-producto reside en que posibilita el estudio de la estructura productiva, sus tendencias y sus cambios a lo largo del tiempo, sin necesidad de recurrir a sofisticados modelos, permitiendo conocer la importancia relativa de los sectores, los grados de articulación y sus interrelaciones, a través de la identificación de los principales flujos de producción e intercambio y los requerimientos de bienes para su uso intermedio y final.

### 9.6.3. Métodos de series de tiempo

Se utilizan principalmente cuando el comportamiento que asuma el mercado a futuro puede determinarse en gran medida por los sucedido en el pasado, y siempre que esté disponible la información histórica en forma confiable y completa.

Una serie de tiempo es un conjunto de mediciones de una variable en el tiempo a intervalos igualmente espaciados. Se busca observar un patrón de comportamiento que permita la proyección futura de la variable estudiada. Se estudian cuatro componentes: la tendencia, un factor cíclico, fluctuaciones estacionales y variaciones no sistemáticas. Según Sapag (2000, p.96) estos componentes pueden definirse como sigue:

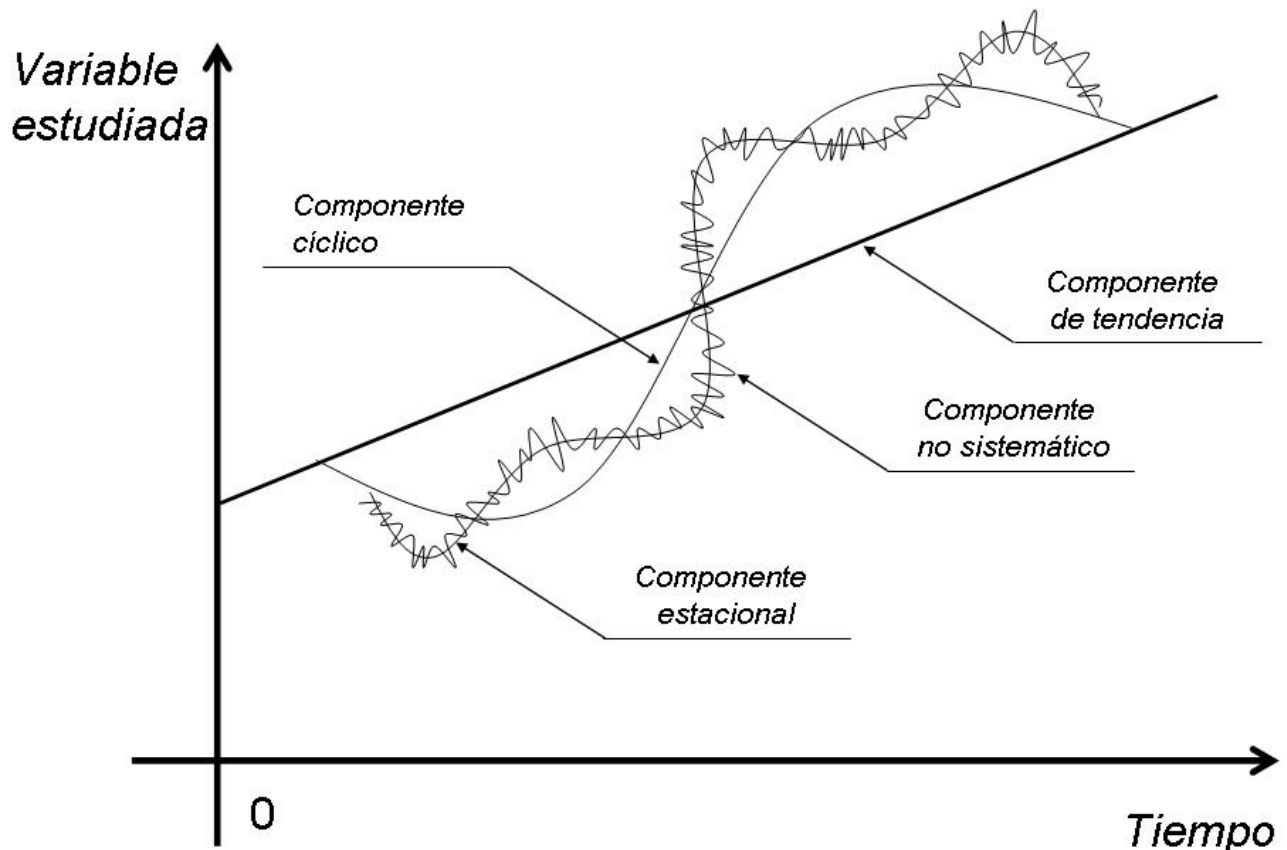
**Componente de tendencia** se refiere al crecimiento ó declinación en el largo plazo del valor promedio de la variable estudiada; por ejemplo: la demanda. Su importancia se deriva de considerar fluctuaciones en el nivel de la variable en el tiempo, con lo cual el estudio del nivel promedio de la variable a lo largo del tiempo es mejor que el estudio de esa variable en un momento específico.

**Componente cíclico** se refiere a las divergencias significativas entre la línea de tendencia proyectada y el valor real que exhiba la variable. Las causas de dichas divergencias pueden deberse al efecto combinado de fuerzas económicas, sociales, políticas, tecnológicas, culturales y otras existentes en el mercado. La mayoría de estos ciclos no tienen patrones constantes que permitan prever su ocurrencia, magnitud y duración.

**Componente estacional** se refiere a variaciones que se repiten en forma periódica y que normalmente dependen de factores como el clima (trajes de baño en agosto) y la tradición (árboles de navidad en diciembre), entre otros.

**Componente no sistemático** se refiere a la desviación debida al componente aleatorio.

La figura 9.3 muestra los cuatro componentes de una serie de tiempo.



(Fuente: Sapag 2000, pág. 96)

**Figura 9.3:** Componentes de una Serie de Tiempo

Los métodos que permite estimar el comportamiento de las series de tiempo: El método de los promedios móviles; El método de afinamiento exponencial y el Método de ajuste lineal por el criterio de los mínimos cuadrados. A manera de ejemplo, revisaremos el primero de ellos.

### Método de los promedios móviles

El promedio móvil  $Pm$  se obtiene como lo indica la ecuación 9.10, donde  $T_i$  es el valor de la variable en el periodo  $i$  y  $n$  es el número de periodos observados:

$$Pm_t = \frac{\sum_{j=t}^{t+n-1} T_i}{n} \quad (9.10)$$

Al calcular los valores  $Pm_1$  y  $Pm_2$ , por ejemplo, se está midiendo un intervalo en el cual  $Pm_1$  queda entre  $T_2$  y  $T_3$ , y  $Pm_2$  entre  $T_3$  y  $T_4$ , por lo que ninguno es representativo de estos trimestres. Por esta razón, el promedio móvil centrado,  $PMC$ , calcula la media entre dos promedios móviles. como lo indica la ecuación 9.11

$$PMC_t = \frac{Pm_t + Pm_{t+1}}{2} \quad (9.11)$$

El índice estacional específico,  $IE_t$ , aísla el efecto estacional y algunas influencias no sistemáticas correspondientes a un trimestre  $T$  y se expresa por la ecuación 9.12:

$$IE_t = \frac{T_t}{PMC} \quad (9.12)$$

La suma de de los cuatro trimestres debe ser igual a cuatro. Una vez calculados los  $IE$  de los cuatro trimestres, se procede a ajustar la variable trimestral promedio proyectada.

### Ejemplo 9.1.

Considere la siguiente demanda estacional para los datos de la tabla siguiente (Sapag, 2000).

Año	Trimestre 1	Trimestre 2	Trimestre 3	Trimestre 4	Total
1997	2	3	4	1	10
1998	5	6	7	2	20
1999	7	10	10	3	30
2000	10	17	16	2	45
2001	13	20	28	9	70
2002	19	34	34	3	90
2003	27	39	48	11	125
2004	26	44	58	22	150
2005	38	51	70	21	180
2006	44	67	81	28	220
2007	51	79	107	33	270

Los promedios móviles 1 y 2, por ejemplo, calculados de acuerdo a la ecuación 9.10, serían:

$$Pm_1 = \frac{2 + 3 + 4 + 1}{4} = 2,50$$

$$Pm_2 = \frac{3 + 4 + 1 + 5}{4} = 3,25$$

Luego calculamos los promedios móviles centrados, usando la ecuación 9.11:

$$PMC_1 = \frac{2,50 + 3,25}{2} = 2,88$$

$$PMC_2 = \frac{3,25 + 4,00}{2} = 3,63$$

Los índices estacionales respectivos se obtienen aplicando la ecuación 9.12, obteniéndose:

$$IE_1 = \frac{4,00}{2,88} = 1,39$$

$$IE_2 = \frac{1,00}{3,63} = 0,28$$

En la siguiente tabla se muestran los resultados del análisis estacional histórico:

Año	Trimestre 1	Trimestre 2	Trimestre 3	Trimestre 4
1997	-	-	1,380	0,280
1998	1,140	1,230	1,330	0,330
1999	1,020	1,360	1,270	0,330
2000	0,930	1,490	1,380	0,160
2001	0,910	1,200	1,530	0,430
2002	0,820	1,460	1,450	0,120
2003	0,980	1,290	1,540	0,350
2004	0,780	1,220	1,490	0,530
2005	0,870	1,130	1,530	0,430
2006	0,850	1,240	1,450	0,480
2007	0,810	1,180	-	-
Total	9,110	12,800	14,360	3,440
Promedio	0,911	1,280	1,436	0,344

Debido a que la suma de los promedios es 3,971, el índice debe ajustarse por regla de tres simple para que sume cuatro. El resultado así ajustado da:

Trimestre 1	0,918
Trimestre 2	1,289
Trimestre 3	1,446
Trimestre 4	0,347
	<b>4,000</b>

Con esta información puede proyectarse la demanda estacional para el año 2008. Si la demanda proyectada por regresión lineal fuese de 263.540 unidades, dado que la estacionalidad es trimestral, esta cifra deberá dividirse entre cuatro y el resultado multiplicarse por el índice de estacionalidad calculado. De esta forma se tiene que  $\frac{263540}{4} = 65885$  y

Trimestre 1	65885*0,918	60482
Trimestre 2	65885*1,289	84926
Trimestre 3	65885*1,446	95270
Trimestre 4	65885*0,347	22862
		<b>263540</b>

## 9.7. Comercialización del producto o servicio

La comercialización es la actividad que permite al productor hacer llegar un bien o servicio al consumidor, a tiempo y en el lugar adecuado (Baca, 2006). Es fundamental para el funcionamiento de una empresa, pues no basta con producir un bien o servicio de excelente calidad y precio si no se hace llegar a los consumidores colocando el bien o servicio en un lugar y momento adecuados, que den a los consumidores la satisfacción que esperan con la adquisición.

Los intermediarios son los encargados de hacer llegar los bienes y servicios al consumidor final. Los hay de dos tipos: los comerciantes (que se hacen dueños de la mercancía) y los agentes (que sirven de contacto entre el productor y el consumidor). Entre el productor y el consumidor pueden haber varios intermediarios, con lo cual el precio del producto se incrementará para que todos reciban su parte.

“Un **canal de distribución** es la ruta que toma un producto para pasar del productor a los consumidores finales, deteniéndose en varios puntos de esa trayectoria. En cada intermediario o punto en el que se detenga esa trayectoria existe un pago a transacción, además de un intercambio de información” (Baca, 2006, p.53).

Los canales de distribución son:

- Productores-consumidores
- Productores-minoristas-consumidores
- Productores-mayoristas-minoristas-consumidores
- Productores-agentes-mayoristas-minoristas-consumidores
- Productor-usuario industrial
- Productor-distribuidor industrial-usuario industrial
- Productor-agente-distribuidor industrial-usuario industrial

Normalmente se usa un análisis costo-beneficio para seleccionar el canal más adecuado. Sin embargo, es conveniente confirmar la posibilidad real de contar con él.

## 9.8. Ejercicio propuesto

1. Preparar el estudio de mercado del proyecto seleccionado. Deberá entregarse un informe por grupo de trabajo en el cual se especifiquen los aspectos del mercado del producto o servicio que ofrecería la empresa que crearía el proyecto formulado y evaluado.





# Capítulo 10

## El estudio técnico

### 10.1. Ingeniería del proyecto

Según Sapag (2000, p.133) “la Ingeniería del Proyecto conlleva a la determinación de la función de producción óptima para la utilización eficiente y eficaz de los recursos disponibles para la producción del bien o servicio deseado.”

Para Samuelson y Nordhaus (2002) la función de producción especifica la cantidad máxima de producción que puede obtenerse con una cantidad dada de factores. Se define en relación con un estado dado de los conocimientos técnicos. Una función de producción no siempre está claramente descrita, más bien están como modelos mentales en los individuos. Es útil para describir la capacidad productiva de una empresa.

Los factores de la producción son básicamente cuatro (ver, por ejemplo, Oropeza (2003) ó Samuelson y Nordhaus (2002) para más detalles:

**Trabajo** que se refiere a la obra que lleva a cabo el hombre, mediante sus cualidades y habilidades, agregando, desde luego, su preparación cultural y técnica. De esta manera, el trabajo puede clasificarse en calificado, no calificado y creativo. Al trabajo productivo se le conoce como mano de obra, sueldos y salarios, trabajo humano y se aplican en forma directa e indirecta.

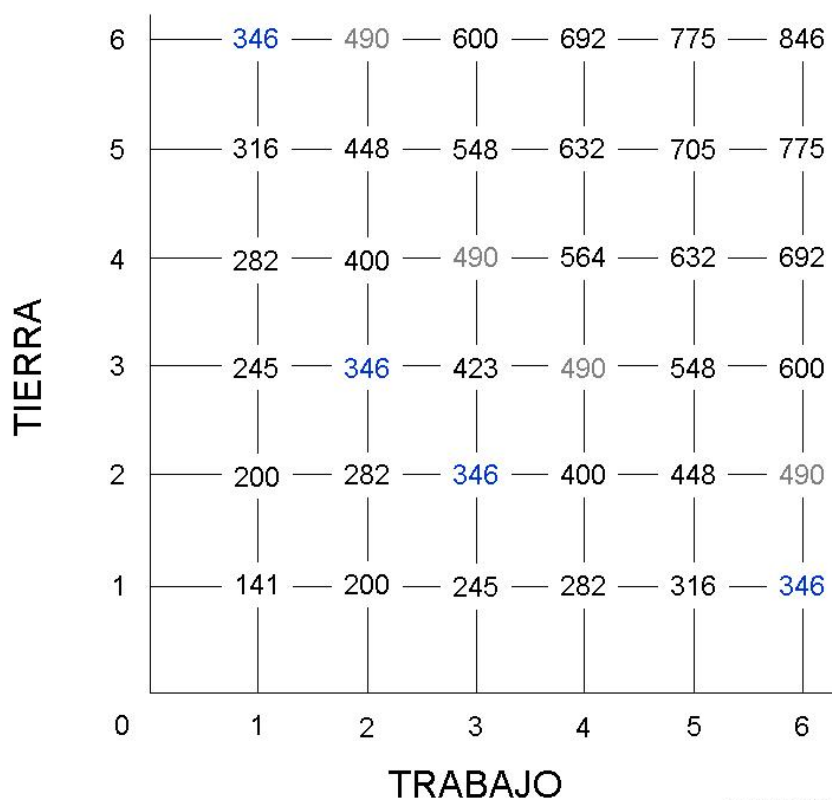
**Recursos naturales** que se refieren a la tierra, el agua, la luz solar, etc. A los recursos naturales también se les conoce como materias primas y se dividen en directas e indirectas.

**Capital** que se refiere al dinero, los bienes muebles e inmuebles, las instalaciones, siempre y cuando su propósito sea la generación de nuevas utilidades.

**Organización** que se refiere a la manifestación directa del esfuerzo humano indicando quienes van a hacer el trabajo, tomando en cuenta características específicas, como las jerarquías y las responsabilidades.

Veamos un ejemplo numérico de función de producción, dado por Samuelson y Nordhaus (2002, pág.121): La tabla 10.1 muestra que cuando se tienen 3 unidades de tierra y 2 unidades

de trabajo, el ingeniero nos dice que la cantidad máxima de producción alcanzable es de 346 unidades. Observe las diversas formas de producir 346. Haga lo mismo con 490. La función de producción mostrada en la tabla es un caso especial de la función de producción Cobb-Douglas, dada por la fórmula  $Q = 100\sqrt{2LA}$ .



Fuente: Samuelson y Nordhaus 2002

**Figura 10.1:** Tabla de una Función de Producción que relaciona la cantidad de producción y diferentes combinaciones de trabajo y tierra

La producción es un proceso social, cooperativo y participativo. Producir es crear algo útil. El concepto de proceso nos dice que es un método o sistema adoptado para llegar a un determinado fin. El **proceso de producción** es el análisis microeconómico de la empresa industrial de producción, que comprende la transformación o conversión de ciertos insumos en bienes o servicios para satisfacer una necesidad humana. Su función define la relación cuantitativa (expresada en unidades monetarias) entre los insumos aplicados y los bienes o productos terminados que se obtuvieron (Oropeza, 2003).

A parte del proceso de producción, la unidad productiva conlleva el desarrollo de otros procesos como lo son: el **proceso económico**, que comprende las etapas de producción, circulación y distribución de los bienes ó productos; el **proceso administrativo**, que utiliza las técnicas que facilitan la aplicación del esfuerzo organizado a la actividad en grupo y elabora diversos procedimientos que deben ponerse en práctica para el buen funcionamiento operativo, así como

los manuales de organización y procedimientos; el **proceso de ventas**, que considera las etapas requeridas para colocar la oferta de la empresa en el mercado de consumidores (detección de los clientes, realización de la venta, desarrollo de la venta y la promoción o publicidad); y el **proceso contable**, que registra la información contable relacionada con la producción y los costos para apoyar la toma de decisiones.

Los **insumos** se refieren a los elementos que utiliza la unidad productiva (establecimiento) para el logro de sus objetivos. Se clasifican en *fijos* (trabajadores y empleados de planta, terrenos, instalaciones, maquinaria y equipo); *variables* (trabajadores y empleados eventuales); y materia prima (energía, agua, combustible).

La **tecnología** utilizada en el proceso productivo puede determinar distintas alternativas para obtener el mismo producto. Por ello, debe determinarse la intensidad con la que se usan los factores productivo. Esto determinará el grado de automatización del proceso y, por ende, su estructura de costos. No siempre la mejor alternativa corresponde a la tecnología más avanzada, debe seleccionarse aquella que optimice los resultados.

Los factores preponderantes en la selección de la alternativa técnica son obviamente de carácter económico. Sin embargo, en complemento puede ser necesario considerar algunos elementos de orden cualitativo que en algún momento adquieran tanta relevancia como los factores de orden económico. Los factores no económicos que más comúnmente se tienen en cuenta son la disponibilidad de insumos y su abastecimiento, ya sea de tipo material, humano o financiero (Sapag y Sapag, 2000).

A cada alternativa técnica se le debe exigir que sea capaz de producir en calidad y cantidad el número de unidades del bien o producto definidas en función de los resultados del estudio de mercado.

## 10.2. Determinación del tamaño

La determinación del tamaño de operación de la empresa que crearía el proyecto, tiene que ver con el nivel de producción ó la capacidad de producción instalada. El tamaño está relacionado con las inversiones y los costos de operación, por una parte, y por la estimación de los ingresos por venta, por la otra.

Entre los factores más relevantes que determinan el tamaño de un proyecto podemos mencionar: la demanda, la disponibilidad de insumos, la localización, el plan estratégico comercial de desarrollo futuro de la empresa y la organización.

La demanda a futuro es el factor condicionante más importante. Deberá evaluarse si se considera una capacidad ociosa inicial que permita responder oportunamente ante una demanda creciente en el tiempo ó dejar para luego la adecuación del tamaño para cuando las exigencias del mercado así lo requieran. Hay tres situaciones básicas del tamaño que pueden identificarse respecto a la demanda: aquella en que la cantidad demandada total sea claramente menor que la

menor de las unidades productoras posibles de instalar; aquélla en que la cantidad demandada sea igual a la capacidad mínima que se puede instalar; y aquélla en que la cantidad instalada sea superior a la mayor de las unidades productoras posibles de instalar. La distribución geográfica del mercado permitirá decidir si hacer una gran planta (aprovechando entonces las economías de escala) o si por el contrario se decide instalar distintas plantas de distintos tamaños para distintas regiones, sin olvidar el impacto en los costos de distribución, que es contrario al de las economías de escala.

Los insumos y el recurso humano podrían no estar en la calidad y la cantidad deseadas, tanto al inicio de la empresa como a futuro, limitando la capacidad de uso del proyecto o aumentando los costos del abastecimiento.

La localización de la empresa está muy relacionada con la disponibilidad de abastecimiento de los insumos, pues mientras más lejos se encuentre la planta de las fuentes de insumos, más alto será el costo de su abastecimiento, produciendo una deseconomía de escala; es decir, mientras más aumente el nivel de operación mayor será el costo unitario de los insumos.

El plan estratégico comercial de la empresa definirá, por ejemplo, si lo que se quiere atender es sólo un segmento del mercado, definiéndose este plan como el más rentable o seguro para el proyecto. La tecnología seleccionada pudiese permitir la ampliación de la capacidad de producción en tramos fijos. El comportamiento de la demanda ante variaciones de los precios pudiera influir en el análisis ingreso volumen; pudiéndose, eventualmente, a una situación de capacidad ociosa y a una disminución en los ingresos. La tecnología y los equipos tienden a limitar el tamaño del proyecto al mínimo de producción necesario para ser aplicables. El financiamiento, por otra parte, también puede limitar el tamaño del proyecto, si es insuficiente para instalar una planta de tamaño mínimo el proyecto es inviable, y si existe flexibilidad en la instalación de la planta, se puede considerar la implantación del proyecto por etapas para hacerlo viable.

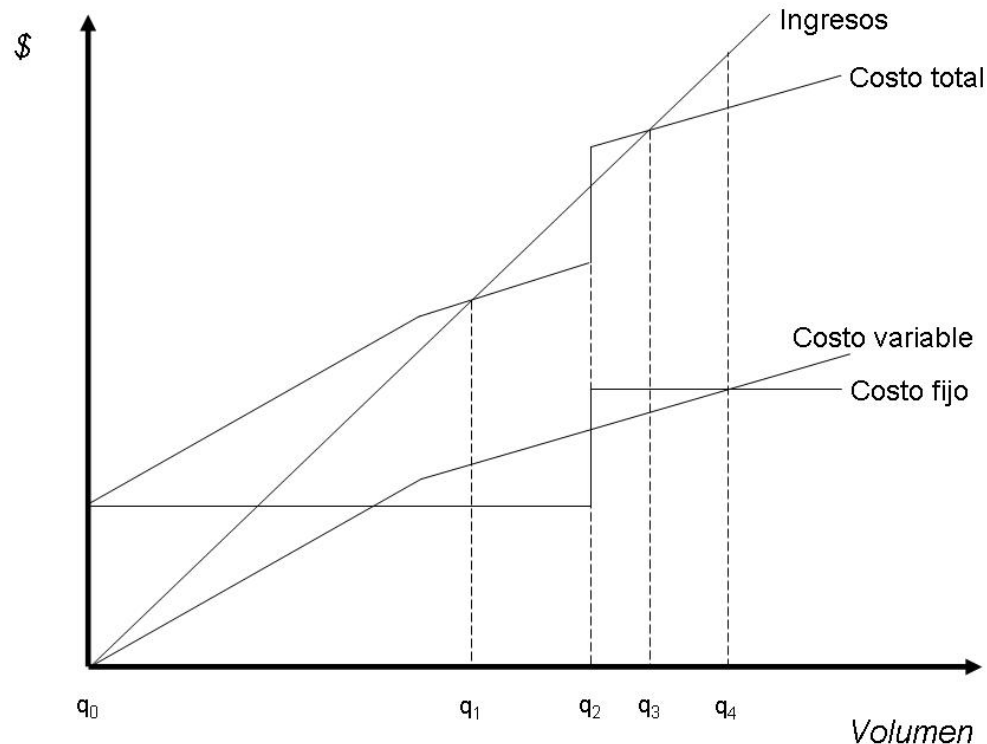
La organización puede limitar el tamaño si al elegir éste, se observa que no se cuenta con el personal suficiente y apropiado para cada uno de los puestos de la empresa.

La determinación del tamaño debe basarse en dos consideraciones que confieren un carácter cambiante a la optimación del proyecto: la relación precio-volumen, por el efecto de la elasticidad precio de la demanda, y la relación costo-volumen, por las economías y deseconomías de escala que pueden lograrse en el proceso productivo.

### 10.2.1. Economía del tamaño

Observemos el gráfico 10.2 que muestra para diferentes volúmenes de producción  $q_i$  las curvas estimadas de Ingresos, Costo fijo, Costo variable y Costo total. Como puede verse, el ingreso total supera a los costos totales en dos tramos diferentes. Si el tamaño está entre  $q_0$  y  $q_1$ , o entre  $q_2$  y  $q_3$ , los ingresos no alcanzan a cubrir los costos totales. Si el tamaño estuviese entre  $q_1$  y  $q_2$ , o sobre  $q_3$ , se tendrían utilidades. El gráfico permite, como explica Sapag (2000, p.176), “explicar un problema frecuente en la formulación del tamaño de un proyecto. En muchos casos se mide la rentabilidad de un proyecto para un tamaño que satisfaga la cantidad demanda-

da estimada y, si es positiva, se aprueba o recomienda su inversión. Sin embargo, a veces es posible encontrar tamaños inferiores que satisfagan menores cantidades demandadas pero que maximicen el retorno para el inversionista. Si en el gráfico el punto  $q_4$  representa el tamaño que satisface la cantidad demandada esperada, es fácil apreciar que rinde un menor resultado que el que podría obtenerse para un tamaño  $q_2$ , que además podría involucrar menores inversiones y menor riesgo, al quedar supeditado el resultado a una menor cobertura del mercado”.



Fuente: Sapag 2000

**Figura 10.2:** Forma esquemática de la economía del tamaño

### 10.3. Localización y espacio físico

La decisión de donde ubicar la empresa considera criterios económicos, estratégicos, institucionales, e incluso preferencias emocionales. Con ellos se busca determinar la mejor localización que maximice la rentabilidad. Es una decisión de largo plazo con repercusiones económicas importantes que deben considerarse con precisión.

Se debe seleccionar una macrolocalización y, dentro de ésta, una microlocalización definitiva. En la macrolocalización se consideran factores como las políticas impositivas, las influencias climáticas, etc., que luego son comunes para la microlocalización.

### 10.3.1. Factores de localización

Sapag (2000) considera los siguientes factores que influyen en la decisión de donde ubicar una empresa:

- Medios y costos de transporte
- Disponibilidad y costo de la mano de obra
- Cercanía de las fuentes de abastecimiento
- Factores ambientales
- Cercanía del mercado
- Costo y disponibilidad de terrenos
- Topografía de suelos
- Estructura impositiva y legal
- Disponibilidad de agua, energía y otros suministros
- Comunicaciones
- Posibilidad de desprenderse de desechos

### 10.3.2. Métodos de evaluación por factores no cuantificables

En la literatura disponible hay varios métodos para evaluar la localización de una empresa por factores no cuantificables. Los tres que se destacan son:

**Antecedentes industriales** supone que si en una zona se instala una planta de una empresa similar, ésta será adecuada para la empresa que crearía el proyecto.

**Factor preferencial** que basa la selección en la preferencia personal de quien debe decidir (ni siquiera del analista). Así, el deseo de vivir en un lugar determinado puede relegar en prioridad a los factores económicos al adoptar la decisión.

**Factor dominante** que no permite alternativas a la localización (piénsese en una industria petrolera).

#### Método cualitativo por puntos

Este método consiste en definir los principales factores determinantes de una localización, para asignarles valores ponderados de peso relativo, de acuerdo con la importancia que se le atribuye. El peso relativo, sobre la base de una suma igual a uno, depende fuertemente del criterio y experiencia del evaluador.

Al comparar dos o más localizaciones alternativas, se procede a asignar una calificación a cada factor en una localización de acuerdo con una escala predeterminada como, por ejemplo, de 0 a 10.

La suma de las calificaciones ponderadas permitirá seleccionar la localización que acumula el mayor puntaje.

El método se aplica como se muestra en la tabla 10.1. Léase Calif. por Calificación y Pond. por Ponderación.

Factor	Peso	ZONA A		ZONA B		ZONA C	
		Calif.	Pond.	Calif.	Pond.	Calif.	Pond.
Materia prima disponible	0,35	5	1,75	5	1,75	4	1,40
Cercanía del mercado	0,10	8	0,80	3	0,30	3	0,30
Costo de los insumos	0,25	7	1,75	8	2,00	7	1,75
Clima	0,10	2	0,20	4	0,40	7	0,70
Mano de obra disponible	0,10	5	1,00	8	1,60	6	1,20
Totales	1,00		5,50		6,05		5,35

Tabla 10.1: Método cualitativo por puntos para la localización (Fuente: Sapag, 2000)

De acuerdo con este método, se escogería la localización B por tener la mayor clasificación total ponderada.

### 10.3.3. La distribución de la planta

Una buena distribución de la planta es la que proporciona condiciones de trabajo aceptables y permite la operación más económica, a la vez que mantiene las condiciones óptimas de seguridad y bienestar par los trabajadores. Según Baca (2006, p.108) los objetivos y principios básicos de una distribución de la planta son los siguientes:

1. Integración total. Consiste en integrar en lo posible todos los factores que afectan la distribución, para obtener una visión de todo el conjunto y la importancia relativa de cada factor.
2. Mínima distancia de recorrido. Al tener una visión general de todo el conjunto, se debe tratar de reducir en lo posible el manejo de materiales, trazando el mejor flujo.
3. Utilización del espacio cúbico. Aunque el espacio es de tres dimensiones, pocas veces se piensa en el espacio vertical. Esta acción es muy útil cuando se tienen espacios reducidos, su utilización debe ser máxima.

4. Seguridad y bienestar para el trabajador. Éste debe ser uno de los objetivos principales en toda distribución.
5. Flexibilidad. Se debe obtener una distribución fácilmente reajutable a los cambios que exija el medio, para poder cambiar el tipo de proceso de la manera más económica, si fuera necesario.

#### 10.3.4. El espacio físico

Se requiere entonces calcular las áreas de cada departamento o sección de planta. Sapag (2000, p.114) menciona las principales áreas que normalmente existen en una empresa.

1. Recepción de materiales y embarques del producto terminado.
2. Almacenes, para materia prima, producto en proceso y producto terminado. Se utiliza el concepto de lote económico para calcular el área de almacén de materia prima.
3. Departamento de producción.
4. Control de calidad.
5. Servicios auxiliares, tales como calderas, compresores, bancos de hielo, etc.)
6. Sanitarios, áreas para guardar ropa, y regaderas para bañarse.
7. Oficinas para la mano de obra indirecta, cuadros directivos, y de control de la empresa, así como áreas de oficinas de atención al público.
8. Mantenimiento.
9. Área de tratamiento o disposición de desechos contaminantes.

### 10.4. Aspectos organizacionales

La preparación y evaluación de un proyecto de inversión requiere, además de los aspectos estudiados hasta ahora, tomar en consideración los aspectos organizacionales de la empresa que se crearía con dicho proyecto. La subestimación y la falta de análisis de dichos aspectos puede conllevar a concluir de manera errónea sobre la rentabilidad de mismo. Cada proyecto de inversión presenta sus propias características, que definen su estructura organizativa acorde con los requerimientos propios que exija su ejecución.

El componente administrativo de la empresa debe garantizar tres variables básicas para la gestión: las unidades organizativas; los recursos humanos, materiales y financieros; y los planes de trabajo. Se debe entonces diseñar una estructura organizativa que garantice la consecución de los objetivos de la empresa. Dicha estructura se refiere a las relaciones relativamente fijas entre los puestos de una organización, y son el resultado de los procesos de la división del trabajo, departamentalización, esferas de control y delegación. Los departamentos agrupan trabajos de acuerdo con algún elemento común. La esfera de control determina el tamaño adecuado de



unidades subordinadas a cargo de un supervisor en cada uno de los niveles de la organización. La delegación deberá tomar en cuenta como distribuir la autoridad y descentralizar la toma de decisiones.

La relevancia del estudio de los aspectos organizacionales de la empresa radica en el hecho de que la estructura que se adopte tiene su impacto en el flujo de caja (egresos y costos de operación) que pueden determinar la rentabilidad o no de la inversión.

El diseño de la la estructura de la organización requiere fundamentalmente la definición de la naturaleza y contenido de cada puesto de la organización. Ello permite estimar el costo en remuneraciones.

La organización que asuma el proyecto tiene una doble influencia económica en su evaluación: un efecto en las inversiones y en los costos asociados a un tamaño específico de operación y un efecto indirecto en los costos de operación derivados de los procedimientos administrativos asociados a un tamaño, tecnología y complejidad de la estructura organizativa diseñada.

#### 10.4.1. Factores organizacionales

Los factores organizacionales más relevantes que deben tenerse en cuenta en la preparación del proyecto se agrupan en cuatro áreas decisionales específicas, de acuerdo a Sapag (2000): participación de unidades externas del proyecto (*outsourcing* administrativo); tamaño de la estructura organizativa; tecnología administrativa y complejidad de las tareas administrativas.

Todo estos factores tienen su expresión en los costos operacionales de adiminstración, los que luego deberán cuantificarse para ser incluidos en el flujo de caja del proyecto.

Casi todos los proyectos presentan dos tipos de *outsourcing* administrativo: relaciones operativas (con proveedores y clientes); y unidades coordinadoras y fiscalizadoras en la estructura organizativa del proyecto (tales como: auditorías externas, contratistas de obras, servicios contables, cursos de capacitación, mantenimiento preventivo, mantenimiento de sistemas de información) que permiten operar con una estructura menor.

El tamaño del proyecto es el factor que aparentemente tiene mayor influencia en el diseño y tamaño de la estructura organizacional. Sin embargo, es posible aprovechar las economías de escala sobre cierta magnitud.

El análisis de los aspectos organizacionales debe dar cuenta también del espacio físico requerido, del personal administrativo, del personal de apoyo, las oficinas, las instalaciones, el mobiliario, los vehículos, el sistema de control, la impresión de formularios, el despacho de correspondencia, el material de oficina, etc.

No se debe olvidar que la estructura administrativa de una empresa puede ser tan dinámica como la empresa misma, sin embargo, suele suponerse para efectos de estimaciones que dicha es-

estructura permanecerá en el tiempo. Claro está, si se prevé un crecimiento, podría, por ejemplo, sustituir algún servicio externo que se justifique su realización por la misma empresa (piénsese en empresas que disponen de sus propios departamentos de comercialización o de RRHH, como PDVSA ó P&G).

Una vez que se haya elegido la estructura más conveniente para la organización inicial, se procede a elaborar un organigrama general de la empresa, que muestra como quedarían los puestos y jerarquía dentro de la empresa.

## 10.5. Aspectos legales

“El análisis de los aspectos legales en la etapa del estudio de viabilidad económica no debe confundirse con la viabilidad legal. Mientras la viabilidad legal busca principalmente determinar la existencia de alguna restricción legal a la realización de una inversión en un proyecto como el que se evalúa, el estudio de los aspectos legales en la viabilidad económica pretende determinar cómo la normativa vigente afecta a la cuantía de los beneficios y costos de un proyecto que ya demostró su viabilidad legal” (Sapag, 2000, p.225).

Todo proyecto rentable, debe enmarcarse dentro del ordenamiento jurídico vigente en el país donde se lleve a cabo (Constitución Nacional, códigos de diversa índole, como el fiscal, sanitario, civil y penal). Es decir, la empresa debe observar sus derechos y respetar sus deberes establecidos en la ley y en los contratos que suscriba.

Imagínese una empresa que requiere importar insumos para la elaboración de sus productos o que pretende exportar éstos últimos. Evidentemente, debe conocer las implicaciones económicas, especialmente las tributarias y cambiarias, para poder operar correctamente y sin contratiempos que pongan en riesgo la rentabilidad del negocio.

En la formulación y evaluación de proyectos nos interesa conocer aquellos elementos de la evaluación técnica, por ejemplo, que implicarían la elaboración de contratos, escrituras, gastos notariales y otros, que conlleven costos vinculados a aspectos legales. Deben considerarse costos asociados a permisos de transporte, o tratamientos fitosanitarios en el caso de productos alimenticios, con sus respectivos costos, o contratos en el caso de empresas inmobiliarias, o los costos para compensar a terceros por las externalidades generadas por la empresa, etc. Así también, deben considerarse los costos relacionados a compra de licencias, patentes o marcas, los pagos de aranceles y permisos para la importación de maquinaria, a los gastos derivados de los contratos de trabajo y finiquito laborales (prestaciones sociales), en la inversión en implementos para la seguridad industrial que posibiliten dar cumplimiento a las normas fijadas para tales efectos.

Los aspectos económicos que se consideran con mayor frecuencia son los relacionados con el tema tributario, tales como los impuestos a la renta y al patrimonio, los gastos de previsión social y salud o el impuesto al valor agregado IVA.

La forma legal de constitución de la empresa que se crearía a partir del proyecto tiene directa relación con el marco específico que lo norma tanto en lo legal, tributario y administrativo, como en la forma de fiscalización (empresas de responsabilidad limitada, compañías anónimas, etc), así como el monto de participación extranjera, si se permitiese.

## 10.6. Ejercicio propuesto

1. Preparar el estudio técnico del proyecto seleccionado. Deberá entregarse un informe por grupo de trabajo en el cual se especifiquen los aspectos técnicos del proyecto.



# Capítulo 11

## El estudio económico

El estudio económico tiene que ver con la estimación de costos e ingresos de la empresa que se crearía con el proyecto. Los costos involucran la inversión, operación y mantenimiento, depreciaciones y/o amortizaciones.

Los estudios de mercado y técnico son los insumos fundamentales para realizar este trabajo.

### 11.1. Estimación de los costos

Iniciemos esta sección definiendo algunos conceptos de costos que el estudiante debe tener claros.

**Costo:** es el capital (inversiones y gastos) que se emplea en la unidad productiva, con el fin de generar ingresos (\$), a través de la producción de bienes.

**Costo total de producción:** es el agregado monetario de los gastos efectuados por la unidad de producción, ya sea por la adquisición y aplicación de los insumos como materia prima y demás materiales, por la contratación y pago de sueldos y salarios o mano de obra, así como aquellos que se hicieron y que se deben aplicar en forma indirecta (o gastos indirectos de producción). En este tipo de gastos indirectos de producción también se deben incluir aquellos que se aplican en forma virtual y que corresponden a la depreciación de la maquinaria y el equipo de producción, así como las amortizaciones por los gastos de instalación (Oropeza, 2003).

El costo total  $CT$  puede dividirse en **costo fijo**  $CF$  y **costo variable**  $CV$ . Los costos fijos no resultan afectados por la decisiones de producción, mientras que los costos variables son aquellos en los que se incurre por conceptos como el trabajo o las materias primas y que aumentan conforme se incrementan los niveles de producción.

$$CT = CF + CV \quad (11.1)$$

**Costos hundidos:** son costos pasados que no tienen relevancia para efectos de la evaluación.

**Costo de oportunidad:** es el valor del bien o del servicio más valioso al que se renuncia. Las decisiones tienen costo de oportunidad porque elegir una cosa en un mundo de escasez significa renunciar a otra, es decir, los recursos pueden utilizarse para otros fines (Samuelson y Nordhaus, 2002).

En la presentación de los costos de un proyecto, no debe olvidarse que se trata de estimados, por lo tanto, no tiene sentido dar precisiones de tipo contable. Es aceptado el redondeo a miles, sin que por ello se pierda validez en la evaluación económica.

Por otra parte, se suele utilizar en la evaluación de proyectos los costos absorbentes, que incluyen un agregado de los costos tratados como un porcentaje de los mismos. Por ejemplo, en el caso del cálculo del costo de la mano de obra se agrega al menos un 35 % de prestaciones sociales al costo total anual, lo que significa que no es necesario desglosar el importe específico de cada uno sino que en una sola cifra del 35 % *se absorben* todos los conceptos que esas prestaciones implican (Baca, 2006).

#### 11.1.1. Costos de producción

Veamos una lista de los principales costos de producción que deben considerarse según Baca (2006):

1. *Costos de materia prima*, que debe tomar en cuenta no sólo lo que en definitiva estará incluido en el bien producido sino las disminuciones ó mermas propias del proceso productivo, cuando las hubiese.
2. *Costos de mano de obra*, tomando en cuenta la división en mano de obra directa e indirecta. Se deben agregar sobre el sueldo base anual, los costos por seguro social, prestaciones sociales, vacaciones, aguinaldos y otros.
3. *Costo de los envases* que pueden ser de dos tipos: envases primarios, que es el que está en contacto directo con el producto; y el envase secundario, que es el contenedor que agrupa a varios productos (caja de cartón o plástico).
4. *Costos de energía eléctrica*, que incluyen los costos por alumbrado y uso de electricidad en oficinas (suelen ser pequeños en industrias manufactureras), pero fundamentalmente, los costos de electricidad utilizada por motores eléctricos, que obviamente, están ligados al tiempo de uso y a la capacidad de cada uno.
5. *Costos de agua*, que suele utilizarse como medida de referencia 150 litros, como mínimo, por trabajador. Hay procesos productivos que requieren de agua como materia prima, en cuyo caso estos costos serán variables.
6. *Costo de combustibles*, que dependiendo del proceso productivo puede ser fijo y/o variable. Se consideran todos los combustibles que se utilicen tales como gas, diesel, gasolina, etc.

7. *Costos de mantenimiento*, en caso de que se decida realizar dicha actividad dentro de la organización de la empresa (lo cual implica prever mano de obra, local, etc) o también podría decidirse contratar el servicio externo. Este tipo de costo siempre debe estar presente en una evaluación de un proyecto de inversión.
8. *Costo de Control de Calidad*, al igual que en el caso de mantenimiento, en caso de que se decida realizar dicha actividad dentro de la organización de la empresa (lo cual implica prever mano de obra especializada, locales acondicionados para tal fin, equipos, insumos como productos químicos, etc) o también podría decidirse contratar el servicio externo. Este tipo de costo siempre debe estar presente en una evaluación de un proyecto de inversión.
9. *Otros costos*, que se refieren a otros costos que se relacionan con el proceso productivo tales como detergentes, refrigerantes, uniformes de trabajo, dispositivos de seguridad y protección para los trabajadores, etc. En muchos casos, su contribución a los costos totales es pequeña si se compara con los costos de producción propiamente dichos. Por ello se les suele agrupar como otros costos.
10. *Costos para combatir la contaminación*, en aquellas empresas cuya producción de bienes y servicios implica también la producción de desechos sólidos y contaminación ambiental, para lo cual se debe contemplar equipos anticontaminantes y programas que apunten a minimizar el impacto o se deje de contaminar.

### 11.1.2. Costos de administración

Estos costos están relacionados con la función de administración de la empresa, tales como gastos en personal directivo, contadores, secretarias, etc., y gastos de oficina. En general, los costos de administración incluyen todos los gastos en los que incurre la empresa menos los de producción y venta. Por ejemplo, los gastos en investigación y desarrollo, si los hubiese, relaciones públicas, et.

### 11.1.3. Costos de promoción y venta

Estos costos están relacionados con la mercadotecnia de la empresa, es decir, al estudio de nuevos productos y como ajustarlos a los gustos y necesidades de los consumidores, al estudio de las cuotas del mercado de la competencia y de la propia empresa, la publicidad, estudios de tendencias de las ventas. Por supuesto, también se deben incluir los costos referentes a hacer llegar el producto al consumidor final.

### 11.1.4. Costos financieros

Son los intereses que se deben pagar en relación con los capitales obtenidos en préstamo. Algunas veces se colocan como gastos de administración, pero es bueno separarlos para diferenciar del resto de los gastos y, también, porque pueden cargarse como gastos deducibles de impuestos.

### 11.1.5. Inversiones

La inversión inicial comprende la adquisición de todos los activos fijos o tangibles y diferidos o intangibles necesarios para iniciar las operaciones de la empresa, excluyendo el capital de trabajo.

Se entiende por activo tangible (que se puede tocar) o fijo, los bienes propiedad de la empresa, como terrenos (su costo debe incluir además del precio del lote, las comisiones a agentes, honorarios y gastos notariales), edificios, maquinaria, equipos, mobiliario, vehículos de transporte, herramientas y otros. Se llama fijo porque la empresa no puede desprenderse fácilmente de él sin que ello ocasione problemas a sus actividades productivas.

Se entiende por activo intangible (que se no se puede tocar) el conjunto de bienes propiedad de la empresa necesarios para su funcionamiento, y que incluyen patentes de invención, marcas, diseños comerciales o industriales, nombres comerciales, asistencia técnica, transferencia de tecnología, gastos preoperativos, de instalación y puesta en marcha, contratos de servicios (como luz, agua, teléfono, internet y servicios notariales), estudios administrativos o de ingeniería, estudios de evaluación, capacitación del personal, etc.

La mayoría de los proyectos consideran un ítem especial de imprevistos para afrontar aquellas inversiones no consideradas en los estudios y para contrarrestar posibles contingencias. Su magnitud suele calcularse como un porcentaje del total de inversiones (Sapag y Sapag, 2000, p.234).

### 11.1.6. Depreciaciones y amortizaciones

Ya se ha dedicado un capítulo (el 4) a las depreciaciones y los efectos tributarios. Baste mencionar acá, que deberá agregarse a cada tipo de costo el cargo por depreciación o amortización, dependiendo del caso, de acuerdo al método utilizado para tal fin (línea recta, etc.).

Tanto depreciación como amortización tienen la misma connotación. La diferencia está en que la depreciación se aplica a activos fijos, mientras que la amortización se aplica a activos diferidos o intangibles. La amortización significa el cargo ó pérdida de valor contable en cada periodo que se hace para recuperar la inversión.

### 11.1.7. Capital de trabajo

El capital de trabajo se refiere al dinero con que hay que contar para que empiece a funcionar una empresa; esto es, hay que financiar la primera producción antes de recibir ingresos.

Aunque el capital de trabajo es también una inversión inicial, tiene una diferencia fundamental con respecto a la inversión en activo fijo y diferido, y tal diferencia radica en su naturaleza circulante. Esto implica que mientras la inversión fija y la diferida pueden recuperarse por la vía fiscal, mediante la depreciación y la amortización, la inversión en capital de trabajo no



puede recuperarse por este medio, ya que se supone que, dada su naturaleza, la empresa lo recuperará en el corto plazo (Baca, 2006).

### 11.1.8. Financiamiento

El financiamiento del proyecto puede hacerse por dos vías: Capital propio (del inversionista) y/o a través de capital en préstamo, otorgado generalmente por una institución financiera o por otras empresas.

Se debe considerar el costo del capital o tasa mínima aceptable de rendimiento (TMAR), estudiada en el Capítulo 3. Se aplican los métodos estudiados en el Capítulo 2 para calcular el pago de intereses y capital de los préstamos realizados para llevar a cabo la empresa. Las leyes tributarias permiten deducir de impuestos los intereses pagados por deudas adquiridas por la propia empresa.

#### Ejemplo 11.1.

Suponga el caso de un proyecto que para llevarlo a cabo se requiere un capital de \$200.000. El inversionista aporta 50 %, otras empresas aportan 25 %, y una institución financiera aporta el resto. Además, suponga que la inflación promedio es del 60 %. Las TMAR de cada uno son (véase el Capítulo 3):

Inversionista:  $TMAR = 60\% \text{ inflación} + 10\% \text{ premio al riesgo} + (60\%)(10\%) = 76,0\%$

Otras empresas:  $TMAR = 60\% \text{ inflación} + 12\% \text{ premio al riesgo} + (60\%)(10\%) = 79,2\%$

Institución financiera:  $TMAR = 35\%$

Con estos datos se puede calcular la TMAR del capital total, la cual se obtiene con una ponderación del porcentaje de aportación y la TMAR exigida por cada uno, así:

Accionista	% del aporte		TMAR		Ponderación
Inversionista privado	0.50	*	0.76	=	0.3800
Otras empresas	0.25	*	0.792	=	0.1980
Institución financiera	0.25	*	0.35	=	0.0875
TMAR global mixta				=	0.6655

La TMAR de 66.55 % es un promedio ponderado de los distintos aportes; esto significa que es el rendimiento mínimo que deberá ganar la empresa para pagar 76 % de interés sobre \$100000 aportado por el inversionista, 79.2 % de interés sobre \$50000 aportado por otras empresas y 35 % de interés sobre \$50000 aportado por el banco. Aquí parece más claro por qué se le llama TMAR. Si el rendimiento de esta empresa no fuera de 66.55 % (el mínimo que puede ganar) no alcanzaría a cubrir el pago de intereses a los otros accionistas ni su propia TMAR, y por eso se le llama tasa mínima aceptable (Baca, 2006, p.178).

## 11.2. Estimación de los ingresos y beneficios

Iniciemos esta sección definiendo algunos conceptos que el estudiante debe tener claros.

**Ingreso total:** Es, por definición, el precio de venta del bien o servicio ( $PV$ ) multiplicado por la cantidad vendida ( $Q$ ). También se le conoce como ventas totales. Si los consumidores compran 5 unidades a \$3 cada una, el ingreso total es de \$15 (Samuelson y Nordhaus, 2002, p.62).

**Beneficio:** En términos contables, se define como el ingreso total menos los costos que pueden atribuirse propiamente a los bienes o servicios vendidos (Samuelson y Nordhaus, 2002, p.652).

### 11.2.1. Tipos de beneficios

**Ingresos directos por ventas** tal y como lo especifica el cálculo del ingreso total.

**Venta de activos que se tenga previsto reemplazar** que debe estar reflejado en el calendario de inversiones de reemplazo.

**Ingresos por ventas de subproductos o desechos** aun cuando su cuantía no sea significativa, permite precisar la situación que podría enfrentar el proyecto.

**La recuperación del capital de trabajo** pues son parte del patrimonio del inversionista y, por lo tanto, tienen el carácter de recuperables. No está disponible para enfrentar compromisos financieros.

**Valor de salvamento o de desecho del proyecto** que puede estimarse a partir de un precio de venta, su valor contable o los beneficios futuros que podría generar desde el término del período de evaluación en adelante. No está disponible para enfrentar compromisos financieros.

### 11.2.2. Valor de salvamento o de desecho

Estimar un valor de salvamento o de desecho de un proyecto después del período de estudio es una tarea compleja y puede constituir el factor decisivo entre varias opciones de inversión.

Existen tres métodos para estimar el valor de salvamento (Sapag, 2000):

1. Método contable, que hace uso del valor en libros de los activos. Se utiliza para ello cualquiera de los métodos de depreciación estudiados (ver Capítulo 4).
2. Método comercial, que hace uso del valor de mercado o precio de venta. Es difícil estimar un valor de mercado futuro, sin embargo, se puede usar el precio de un activo similar cuyo precio de mercado es conocido.

3. Método económico, que calcula el valor presente de un flujo promedio perpetuo ( $Vs = \frac{(B-C)_k - D_k}{i}$ ) (ver Capítulos 2 y 3).

### 11.2.3. Precio

El precio se define como el costo monetario de un bien, un servicio o un activo. Se mide en unidades monetarias por unidad del bien (por ejemplo, Bs2000 por litro de leche).

Los factores que deberían tomarse en cuenta para establecer una estrategia para fijar precios son: a) la demanda, que establecerá un precio máximo posible; b) los costos, que definen el precio mínimo; c) los factores competitivos, que definirán una variabilidad que pueda subirlos o bajarlos; y d) las restricciones al precio, ya sean externas a la empresa, como regulaciones gubernamentales, o interna, como exigencias de rentabilidad mínima (Sapag, 2000, p.260).

La elasticidad precio de la demanda permite medir la sensibilidad de la demanda (los compradores) frente a cambios en el precio de un producto y se define como la variación porcentual de la cantidad demandada ( $Q$ ) dividida por la variación porcentual del precio ( $PV$ ).

$$E_D = \frac{\frac{\Delta Q}{Q}}{\frac{\Delta PV}{PV}} \quad (11.2)$$

La elasticidad ingreso de la demanda permite medir la sensibilidad de la demanda (los compradores) frente a cambios en el ingreso que éstos reciben, y se define como la variación porcentual de la cantidad demandada ( $Q$ ) dividida por la variación porcentual del ingreso ( $I$ ).

$$E_I = \frac{\frac{\Delta Q}{Q}}{\frac{\Delta I}{I}} \quad (11.3)$$

## 11.3. Construcción del flujo de caja

El flujo de caja es la representación gráfica de los cuatro elementos básicos del proyecto estudiados: la inversión inicial, los ingresos y los costos en el momento en el que éstos ocurren y el valor de salvamento ó de desecho del proyecto, cantidades todas estimadas durante el período de evaluación. Ya hemos visto en los capítulos concernientes a las herramientas de la Ingeniería Económica, ejemplos que muestran como se construyen.

Es importante, sin embargo, resaltar algunas consideraciones adicionales con respecto al flujo de efectivo. Una empresa debe prever el suficiente efectivo para hacer frente a sus compromisos de manera oportuna. En tal sentido, se conocen los *flujos de efectivo preventivos*, con el fin de disponer de efectivo de resguardo para cualquier contingencia que se presente; los *flujos de efectivo inmediatos*, con el fin de poder llevar a cabo las operaciones que requieren el efectivo y no detenerlas, finalmente, los *flujos de efectivo especulativos*.

Si la empresa contará con políticas de crédito, como indica Oropeza (2003), es importante tomarlas en cuenta y conocer en qué fechas se debe recuperar el efectivo.

“El propósito es vender, pero habrá que considerar primeramente la generación de liquidez. Si una empresa no cuenta con flujo de efectivo tendrá problemas no sólo financieros, sino de incumplimiento de compromisos, como puede ser el pago de la nómina. Cuando los procedimientos de la cobranza son deficientes e inadecuados, y aun cuando la empresa reporte utilidades, corre el riesgo de ser no solvente, pues no puede recuperar con oportunidad los créditos que existen a su favor. Tampoco tiene sentido vender grandes cantidades de productos o servicios, si los registros individuales o reportes de cobranza indican la falta de pago o rezago de dichas cuentas” (Oropeza, 2003, p.210).

Finalmente, queremos resaltar que en la actualidad, el estudiante del curso de Evaluación de Proyectos encontrará oportuno utilizar las posibilidades que ofrecen las hojas de cálculo (tales como excel de la Microsoft o cualquier otra) en la construcción del flujo de caja. Estas herramientas de cálculo permiten realizar un análisis de sensibilidad más sencillo, y obtener resultados gráficos que pueden ser incluidos en el documento final que reporta la formulación y evaluación hecha.

### 11.3.1. Punto de equilibrio

El punto de equilibrio ( $PE$ ) es el nivel de producción en el que los ingresos por ventas son exactamente iguales a los costos fijos y los variables. Visto desde los precios, se habla de punto de beneficio nulo, y se refiere al nivel de precios en el que las empresas ni pierden ni ganan, cubriendo todos los costos pero obteniendo un beneficio nulo.

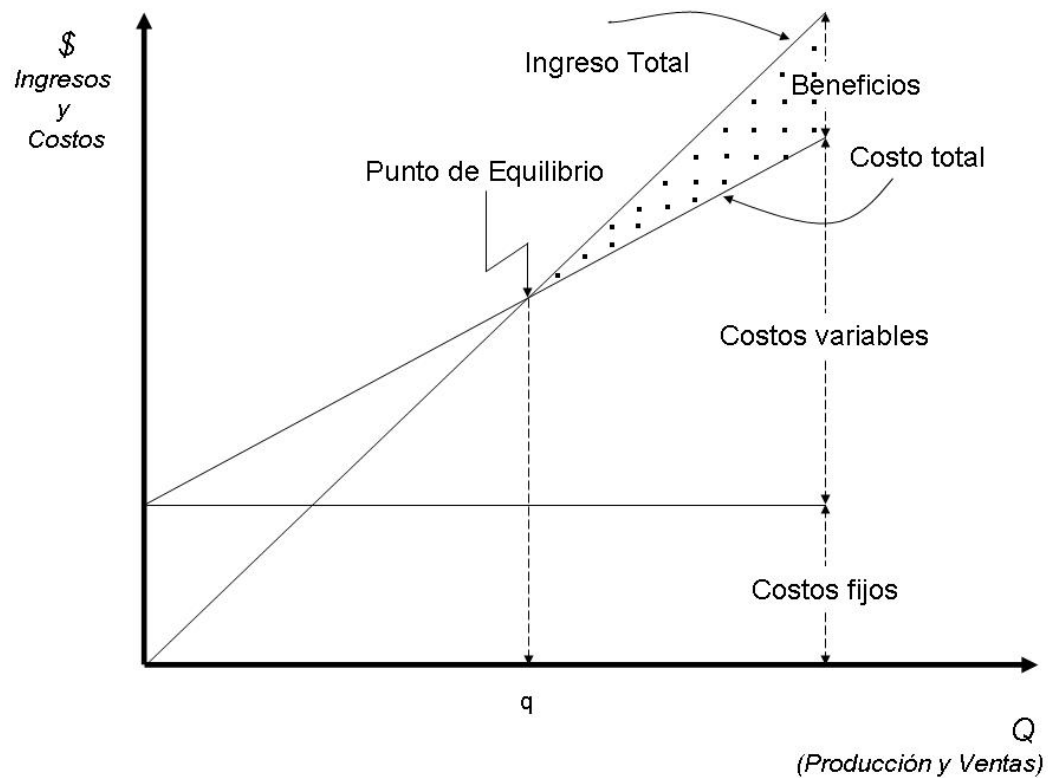
El análisis del punto de equilibrio es una técnica útil para estudiar las relaciones entre los costos fijos, los costos variables y los beneficios. No es una técnica para evaluar rentabilidad de una inversión, pues no la toma en cuenta y, además, en muchos casos es difícil delimitar con exactitud si ciertos costos se clasifican como fijos o como variables, lo cual es importante, pues mientras los costos fijos sean menores se alcanzará más rápido. La utilidad general que se le atribuye es que permite calcular fácilmente el punto mínimo de producción al que debe operarse para no incurrir en pérdidas, sin que esto signifique que aunque haya ganancias éstas sean suficientes para hacer rentable el proyecto.

La figura 11.1 muestra gráficamente como se calcula el punto de equilibrio. Matemáticamente, el punto de equilibrio corresponde al nivel de producción  $Q$  para el cual el ingreso total ( $PV * Q$ ) es igual a la suma de los costos fijos ( $Cf$ ) más los costos variable ( $Cv$ ).

$$PV * Q = Cf + Cv \quad (11.4)$$

De donde:

$$PE = Q = \frac{Cf + Cv}{PV} \quad (11.5)$$



Fuente: Baca 2005

Figura 11.1: Punto de Equilibrio

## 11.4. Ejercicio propuesto

1. Preparar el estudio económico del proyecto seleccionado. Deberá entregarse un informe por grupo de trabajo en el cual se especifiquen los aspectos económicos evaluados del proyecto.



# Capítulo 12

## Preparación y evaluación de proyectos en el sector público

En los países predominantemente capitalistas hay ciertas actividades que no se realizan en el sector privado por varios motivos: tales son (a) actividades como la producción de bienes públicos y (b) donde hay grandes economías de escala que son ejemplos de “monopolios naturales”. Para estos casos es común que el gobierno intervenga (a) como productor ó (b) como regulador de estas actividades que constituyen el sector público.

El criterio de evaluación en el sector privado es la maximización de utilidades y nace de la productividad del capital. En cambio, las actividades públicas están organizadas para producir servicios y no como las empresas para producir ganancias: generalmente si la actividad fuera rentable<sup>1</sup> la haría el sector privado. Entonces se necesita otra base para evaluar las actividades públicas y generalmente se fundamenta la evaluación en el bienestar social. Aunque parece un criterio sencillo, en la práctica resulta muy complejo.

Esta complejidad requiere que se estudien los fundamentos de la teoría y práctica de la economía del sector público. Por esto se necesita un tratamiento que queda fuera del alcance de un primer curso en la evaluación de proyectos. Por esta razón, nos restringimos a llamar la atención a las dificultades para que el estudiante se de cuenta de las limitaciones de sus conocimientos en esta área (vea también en el capítulo 3 la sección referida a la relación beneficio-costos).

### 12.1. La formulación y evaluación social de proyectos

Aunque el gobierno no está organizado como una empresa para generar ganancias, hay dos razones para hacer un análisis económico de su actividad generadora de servicios. Una es que el gobierno, sea nacional, estatal ó local, dispone de recursos limitados para los cuales hay más demanda de la que se puede cubrir y hay que tomar decisiones entre alternativas del gasto público. La otra razón surge del hecho que los beneficiarios de actividades públicas no pagan

---

<sup>1</sup>Las excepciones son monopolios naturales donde la alta renta representa un costo social que requiere intervención del Estado.

directamente el disfrute de dichos servicios en forma de precios sino indirectamente con impuestos. No existe el mecanismo del mercado para establecer oferta y calidad. Esto conduce a una presión constante de ciertos grupos en la sociedad para hacer proyectos públicos que son anti-económicos, si se toma en cuenta el punto de vista de la mayoría de la población.

Un proyecto público debe hacerse si aumenta al bienestar social. Generalmente se mide el bienestar social como los beneficios netos de un proyecto, aplicando el método de análisis beneficio-costos. Notamos en el capítulo 3 que las consecuencias favorables para el público se consideran como beneficios, mientras que las consecuencias no favorables representan beneficios negativos que son costos tanto como los costos de financiamiento realizados por el gobierno. Aunque se hayan establecido las consecuencias (directas e indirectas, éstas últimas conocidas como externalidades positivas y negativas en la literatura económica (Azqueta, 2002)), su medición puede presentar serias dificultades. Además, los valores presentes de éstos variarán según la TMAR.

## 12.2. La TMAR en proyectos sociales

No hay un acuerdo, ni siquiera a nivel filosófico, sobre el valor de la TMAR a utilizar en proyectos sociales. En proyectos públicos la tasa de interés utilizada en las evaluaciones se llama el “factor de descuento social”<sup>2</sup> (Martínez-Alier, 1995). Hay quienes argumentan que no se debe descontar valores futuros porque debemos atribuir a futuros consumidores la misma utilidad del servicio o bien público que disfrutamos nosotros, conocido como equidad intergeneracional (ver por ejemplo Jacobs (1991) y Martínez-Alier (1995)). En cambio, otros economistas recomiendan el uso de una tasa de interés igual a la tasa promedio actualmente pagada sobre préstamos de largo plazo. Dado que los beneficios y costos son funciones de la tasa de interés elegida, un proyecto puede mostrarse favorable si  $i = 0\%$  pero rechazable si  $i = 7\%$ .

## 12.3. Dificultades en la evaluación del bienestar social

Cuando se lleva a cabo una actividad pública para proveer un bien o servicio social, es muy raro que haya un acuerdo concertado de todos los miembros de una sociedad (recuérdese que cada individuo o grupo de individuos persiguen sus propios intereses). Cada propuesta tiene sus proponentes y oponentes; tiene sus consecuencias favorables para ciertos grupos y no favorables para otros grupos. Estos grupos afectados pueden ser el público de hoy ó generaciones futuras. ¿Quién va a hablar por ellos? Como se notó en el capítulo 3, se debe tomar en cuenta no sólo la diferencia entre los beneficios y costos sino también la redistribución del bienestar social ocasionado por las actividades públicas. La redistribución debe contemplar tanto a los grupos actuales como a los futuros.

Aún cuando se reconozcan y especifiquen las consecuencias de un proyecto su cuantificación con frecuencia puede resultar difícil e incluso, inconmesurable, en particular cuando se refiere

---

<sup>2</sup>También se le conoce como tasa de actualización social (Dasgupta et al., 1972)



al impacto ambiental (Martínez-Alier, 1995). Cada consecuencia puede requerir un estudio separado y, lo que a veces resulta más complicado, requiere de datos organizados que no siempre están disponibles. Por ejemplo, una consecuencia de proyectos de vías es la seguridad vial. Para estimar el efecto de varias alternativas para una carretera sobre el número de accidentes, se requiere de un buen sistema de información con datos de varios años. Sin embargo, hay ciertas consecuencias que no tienen medición en bolívares como, por ejemplo, un parque. En tales casos se puede establecer algún índice de efectividad de la inversión como, por ejemplo, la relación entre el número de personas atendidas y la inversión. Esto se llama “costo-efectividad” (véase Zulueta 2000 para una descripción del análisis costo-efectividad). Sobre un costo fijo la comparación de efectividad es evidente. Cuando los costos varían, se requiere de algún análisis incremental para comparar la efectividad de dichos costos.

## 12.4. Proyectos con objetivos múltiples

Muchos proyectos tienen más de un objetivo. Por ejemplo, un proyecto para construir una represa también puede propiciar la creación de un centro de recreación y pesca, aprovechando las instalaciones realizadas para la represa (la represa del Uribante Caparo es un ejemplo de ello). Probablemente no se justificaría la alta inversión requerida sólo para el beneficio de un grupo minoritario de aficionados a la pesca. Sin embargo, por un costo marginal moderado se puede ofrecer esta facilidad una vez hecha la represa. La cuestión es si se debe cargar todo el costo a la represa ó si se debe repartir entre ambas actividades y, si se va a repartir, ¿cómo asignar los costos a cada una?

No hay un método correcto para dividir los costos en estos casos. Ésto puede causar mucha controversia ya que el costo se utiliza como base para fijar el precio de un servicio.

El primer paso es identificar todos los costos separables y beneficios separables de los diferentes propósitos. Entonces, se tiene que decidir mediante algún método como asignar a los diferentes objetivos los costos no separables. Entre los métodos de asignación de costos mencionamos los siguientes:

1. En proporción a su contribución a los beneficios netos (beneficios-costos separables).
2. En proporción a su contribución a los costos separables.
3. En proporción a su contribución a los beneficios separables.

**Ejemplo 12.1.** *Asignación de costos en un proyecto de recursos de agua con objetivos múltiples.*

La tabla 12.1 resume los datos del caso y a la vez muestra una solución utilizando el método (1) de asignación según beneficios netos. La misma está reproducida de un manual de las Naciones Unidas (Melnick, 1958).

El caso se trata de un proyecto de manejo de los recursos hidrológicos que tiene seis objetivos. Los costos anuales son capitalizados con  $i = 4\frac{1}{2}\%$ .

Este método de asignación de costos requiere que se hagan estimados de los costos de la alternativa de hacer un proyecto de objetivo único que produjera los mismos beneficios que se espera del proyecto de objetivos múltiples. Así, en la línea (2) están los estimados de los beneficios de este proyecto y en la línea (3) el costo mínimo de la alternativa de objetivo único. En los casos de navegación y pescadería no hubo alternativas. Entonces el gasto justificable es el mínimo de las líneas (2) y (3). Evidentemente no se justifica un gasto mayor que los beneficios ni tampoco un gasto en exceso del costo de la alternativa.

La línea (5) da los estimados de los costos separables del proyecto. Por ejemplo, si se excluyera el control de inundaciones el costo de construcción sería 31.500.000 incluyendo este objetivo. Estos costos son costos indiscutiblemente asociados con cada objetivo. Sin embargo, la suma de los costos separables (29.465.000) no incluye todo el costo del proyecto (46.853.000). La diferencia no se ha atribuido a ningún proyecto y queda el problema de como hacerlo.

	Descripción	Control de Inun- daciones	Irrigación	Potencia	Aguas Resid. e Indust.	Pesca- derías	Nave- gación	Totales
1	Costos a asignar (total)							46.853
	a. Construcción							39.500
	b. O y M (Capitalizado)							7.353
2	Beneficios	10.975	54.875	12.622	16.462	1.975	2.195	99.104
3	Costos alternativos	20.000	28.000	12.622	15.600	-	-	-
4	Gastos justificables	10.975	28.800	12.622	15.600	1.975	2.195	72.167
5	Costos separables (total)	8.110	9.434	9.992	1.929	-	-	29.465
	a. Cosntrucción	8.000	6.800	6.700	1.600	-	-	23.100
	b. O y M (Capitalizado)	110	2.634	3.292	329	-	-	6.365
6	Gasto justificable restante	2.865	19.366	2.630	13.671	1.975	2.195	42.702
7	Distribución (%)	6,7 %	45,4 %	6,2 %	32,0 %	4,6 %	5,1 %	100 %
8	Costos remanentes (total)							
	asignados = (7)*[(1)-(5)]	1.165	7.894	1.078	5.564	800	887	17.388
	a. Construcción	1.099	7.446	1.017	5.248	754	838	16.400
	b. O y M (Capitalizado)	66	448	61	316	46	51	988
9	Costo (total)							
	asignado = (5)+(8)	9.275	17.328	11.070	7.493	800	887	46.853
	a. Construcción	9.099	14.246	7.717	6.848	754	836	39.500
	b. O y M (Capitalizado)	176	3.082	3.353	645	46	51	7.353

Tabla 12.1: Cálculo del Valor Presente para hallar la TIR

En este método se asigna según los gastos justificables restantes. De la línea (4), gastos justificables, se resta la línea (5) costos separables (total), atribuido a este objetivo y se obtiene en la línea (6) el gasto justificable restante. Éste se expresa en la línea (7) como un porcentaje del total del gasto justificable restante. Se procede a signar el costo no separable total, línea (1) - (línea (5) según los porcentajes establecidos en la línea (7). Por ejemplo, el costo asignado a construcción del objetivo de control de inundaciones es 6.7 % de  $(39.500 - 23.100) = 1.099$ . Entonces, el total asignado es la suma de las líneas (5) y (8).

*Observación:* Este método asigna costos según la “capacidad de pagar del proyecto”. Las objeciones al método son: que permite que un objetivo “subsidie” a otro; y tiende a justificar todos los objetivos. Por otra parte, se puede argumentar que como los costos son comunes no se pueden atribuir totalmente a un único objetivo, pues esto implicaría el caso extremo del subsidio y, tampoco se pueden ignorar, pues no se haría el proyecto. Cualquier asignación que se decida dependerá de criterios filosóficos subjetivos.

## 12.5. Elementos de un proyecto social

En lo que sigue, reproduciremos los elementos que de acuerdo a Álvarez (2006, p.56) deben estar presentes en la descripción de un proyecto social, al tomar en cuenta los requisitos que generalmente son demandados por los programas gubernamentales o instituciones que los promueven o patrocinan:

**Título** o nombre con el cual se designa el proyecto.

**Resumen del proyecto** Esta es generalmente el último que se produce en cada fase de desarrollo, pero el primero que se necesita para la toma de decisiones sobre la autorización del proyecto y la consiguiente asignación de recursos. Además, en los sistemas modernos de información siempre es requerido porque constituye el primer elemento integrado con el que trabajan. Otro uso importante del resumen de un proyecto se relaciona con la necesidad de discutirlo brevemente con quienes se pretende invitar y comprometer para participar en el desarrollo del proyecto.

**Origen y antecedentes del proyecto** Incluyen planteamientos relacionados con los antecedentes históricos e institucionales del proyecto, con las condiciones del contexto socio-económico, político y cultural en que surge el problema y con las previsiones sobre la situación previsible, si el contexto no cambia.

**Carácter del proyecto y naturaleza del problema que enfrenta** Se refiere tanto al carácter y naturaleza peculiar del proyecto, como a los elementos fundamentales del problema que se propone resolver, indicando además su localización y cobertura.

**Fundamentos o justificación del proyecto** Se trata de valorar la importancia del tema que aborda el proyecto, relacionándolo con los problemas o necesidades del sistema o de la institución y con las políticas establecidas, analizando su congruencia con el sistema institucional de valores.

**Objetivos y metas** Se refieren a los resultados que se propone lograr el proyecto y al tiempo en que éstos se lograrán (metas). En los proyectos de investigación se plantean preguntas de investigación o hipótesis.

**Cursos de acción, políticas y estrategias** Comprende: el diseño de investigación, la metodología y los instrumentos para la obtención de información. Se relacionan los objetivos con los medios. La estrategia constituye el elemento cualitativo de mayor peso en el proceso. Las políticas deben ser congruentes con las estrategias.

**Cronograma, calendario de actividades, red de actividades o ruta del camino crítico (PERT)**

Se utiliza para el control de los avances del proyecto y para lograr un mejor aprovechamiento del personal y de sus recursos. Con frecuencia los proyectos no cumplen exactamente sus metas, sobre todo cuando los recursos no están disponibles oportunamente, pero no debe olvidarse que el retraso de un día puede ocasionar que la información del proyecto llegue demasiado tarde, cuando ya se tuvo que tomar la decisión para la que se necesitaba.

**Recursos de personal, organización y recursos de infraestructura institucional disponibles**

Para el desarrollo del proyecto y el logro oportuno de sus objetivos y metas, se requiere definir claramente con qué soportes se contará.

**Previsiones para instrumentación, seguimiento, evaluación y control del proyecto**

Incluye desde elementos de logística para garantizar la operación adecuada del proyecto, hasta el establecimiento de previsiones para su evaluación.

**Análisis de costos, presupuesto y financiamiento** El presupuesto constituye una contrapartida que integra el costo de todos los medios, acciones y estrategias de un proyecto, representándolos en valores monetarios. El financiamiento se refiere a las fuentes que proveerán los recursos.

**Nombre del director o coordinador del proyecto y unidad o entidad responsable**

El director o coordinador del proyecto es el encargado directo de su desarrollo, tiene la mayor responsabilidad sobre el logro de sus objetivos y metas pero, además, comparte la responsabilidad del manejo del presupuesto con el director de la entidad o unidad administrativa en la que se realiza el proyecto. Algunas veces un director podrá considerar conveniente tomar directamente bajo su cargo un proyecto pero, en todo caso, la experiencia demuestra que si toma más de uno, difícilmente podrá entregar puntualmente los informes sobre su avance y sus resultados. De ahí la necesidad de que en la administración por proyectos el director o ejecutivo tenga que delegar autoridad efectivamente, de compartir responsabilidades con los directores o coordinadores responsables de los proyectos.

Álvarez (2006) advierte que el proceso de formulación de un proyecto no corresponde exactamente al orden en que sus diferentes elementos aparecen en el esquema propuesto. Así, por ejemplo, el resumen que se requiere, es el primero que suele aparecer en el documento del proyecto, pero el último que se produce.

Un proyecto surge realmente a partir de la identificación de un problema, analizándolo en su naturaleza y elementos, en sus antecedentes y en las relaciones con el entorno y de una idea de

solución, que se va precisando y desarrollando como en círculos concéntricos hasta lograr integrar todos los elementos requeridos para su desarrollo, ordenándolos finalmente en un esquema como el propuesto.

## 12.6. Estudio de impacto social y ambiental

Lamentablemente, por razones de tiempo, no es posible cubrir en el curso Evaluación de Proyectos todo lo relacionado a los estudios de Impacto Social y Ambiental, los cuales suelen ser de gran importancia en proyectos del sector público. Presentaremos acá, algunas consideraciones generales que debe tener en cuenta el evaluador de proyectos, del impacto que tendrá sobre la empresa en funcionamiento lo social y lo ambiental.

Las empresas son protagonistas en cuanto a la problemática ambiental que desde hace tiempo vive la humanidad. No podemos olvidar que la biosfera envuelve todo cuanto hacemos, incluso al aspecto económico de las sociedades en las que vivimos. Por lo tanto, todo proyecto de creación de una empresa nueva o que pretenda llevar a cabo mejoras en ciertas actividades “productivas” debe necesariamente tomar en cuenta el impacto que tanto desde el punto de vista social como desde el punto de vista ambiental conlleve. Muchas empresas, sin embargo, y a pesar de los avances en cuanto al impacto ambiental se refiere, no perciben y actúan en consecuencia, lo que significa la demanda social por una mejora de la calidad ambiental.

La Fundación Entorno (2001) (citada en Azqueta (2002)) clasifica las empresas, con respecto a su posicionamiento ambiental, de acuerdo a la siguiente tipología:

**Negativas** La empresa cree que el medio ambiente supone una amenaza para sus resultados económicos y considera que los problemas medioambientales son agrandados por los grupos ecologistas y los medios de comunicación.

**Pasiva-indiferente** Los problemas ambientales no preocupan de manera especial a la empresa y sólo actúa frente a ellos cuando se ve obligada a hacerlo.

**Reactiva** Este tipo de empresas actúa a favor del medio ambiente fundamentalmente para cumplir con la legislación aplicable y responder a las demandas de las Administraciones competentes.

**Proactiva** Empresa que participa activamente en los asuntos medioambientales y promueve la aplicación de técnicas de prevención y sistemas de gestión.

**Líder** La empresa ha sido, es y pretende seguir siendo pionera en su sector en la aplicación de técnicas de prevención medioambiental, sistemas de gestión y otro tipo de soluciones.

Cada una de estas actitudes adoptadas por una empresa, responde a muchas variables, entre ellas: ahorro de costos; cumplimiento de la normativa vigente; reducción de riesgos; presión de los propios clientes; una apuesta de futuro; presión de los trabajadores, etc.

### 12.6.1. Herramientas para la política ambiental de la empresa

Haremos, en lo que sigue, un resumen de lo que Azqueta (2002, pp.276-93) presenta en su obra. Existen básicamente dos tipos de instrumentos que permiten a las empresas llevar a cabo su política ambiental:

1. Los que se centran en el proceso de producción y distribución de bienes y servicios: a) Que la empresa adopte una política ambiental, declarada, con el fin de mejorar su desempeño en el campo del medio ambiente; b) Que la empresa adopte un Sistema de Gestión Ambiental (SGA), tal como la norma ISO 14001, lo cual reforzaría notablemente su compromiso ambiental; c) La auditoría ambiental, para comprobar si la empresa está haciendo lo que se supone debería hacer; y d) El ecobalance, que permite recoger, de una forma sistemática, el flujo de materias primas, energía, recursos naturales, residuos y productos en general, que entran y salen de la empresa, en un período de tiempo determinado.
2. Los que se dirigen a garantizar el desempeño ambiental del producto ofrecido: a) El análisis del ciclo de vida del producto (fase previa a la producción, producción, distribución, utilización y eliminación); b) El compás ecológico; c) La ecoetiqueta, que dará información al consumidor sobre la bondad de las características ambientales del producto ofrecido;

### 12.6.2. Los fondos de inversión éticos y ambientales

Los fondos éticos son una de las manifestaciones de la llamada inversión ética, que estaría compuesta por: a) Las cooperativas de crédito de apoyo a proyectos normalmente discriminados por la financiación convencional; b) La banca ética, que considera objetivos sociales y ambientales en todas sus operaciones; c) Los productos éticos que ofrecen las instituciones financieras convencionales, que incluyen los fondos éticos.

Según Azqueta (2002) existen dos grandes categorías de criterios que se utilizan para calificar una inversión como ética: a) Indicadores por los cuales se rechaza una empresa para que forme parte de un fondo de inversión concreto, debido a sus actuaciones contrarias al objetivo que pretende favorecer la inversión, llamados criterios negativos o excluyentes; y b) Indicadores por los cuales se valora la actuación de la empresa con respecto a la contribución real al desarrollo de los fines del fondo, llamados criterios positivos o incluyentes.

## 12.7. Críticas al Análisis Beneficio-Costo

Como se observó en el Capítulo 3, el Análisis Beneficio Costo parte de una premisa simple que un proyecto de inversión debe acometerse si todos sus beneficios pesan más que todos sus costos, pero ¿ameritan los beneficios del proyecto los costos, incluidos los ambientales y sociales? Algunas de las críticas más frecuentes descritas por Jacobs (1991) a este análisis las podemos resumir en:

- En muchas ocasiones estas decisiones obedecen a las fuerzas políticas. Como asegura Jacobs si el grupo de presión en favor del proyecto en cuestión es más poderoso que el que

está a favor de la conservación de la naturaleza, entonces se hace el proyecto, sin importar que tan fuertes sean los argumentos económicos o ambientales en su contra.

- Los costos y beneficios deben expresarse en una misma unidad de medida, el dinero, y como los costos y beneficios se dan a lo largo del tiempo, los futuros están sujetos a una tasa de descuento que los convierte en su “valor actual”. Aún reduciendo las tasas de descuento dentro del método de ABC (incluso a cero) no es la mejor manera de proteger el medio ambiente, pues haya o no descuento, el procedimiento se basa en criterios financieros, no ambientales.
- Este método, como forma de tomar decisiones, no tiene en cuenta los intereses de las personas afectadas, tanto las que vivan lejano (ultramar) como las que vivan en el futuro (por no hablar de los intereses de otros seres vivientes). Esto lo invalida como método para la toma de decisiones. Claro está, si el ABC se hiciera dentro de un marco de restricciones de sostenibilidad sería más apropiado hablar de él como una forma de análisis de efectividad del costo.
- No toma en cuenta consideraciones de equidad, pues en su forma básica, el ABC suma todos los beneficios y costos sin discriminar a quienes afecta. Claro, esto no significa que no haya lugar para el ABC, sino que el ABC solo no es suficiente para tomar decisiones. Claro está, el que la decisión última sea política, no un simple cómputo, no es razón para abandonar definitivamente la estimación sistemática de los costos y beneficios.
- El problema de la inconmesurabilidad de los problemas ambientales. El ABC trata de hacer algo imposible, sopesar valores inconmesurables. No es posible decir, por ejemplo, que una vida humana valga más que la preservación de un paisaje hermoso, ni que la preservación de la vida de los animales salvajes sea más valiosa que el mantenimiento de culturas indígenas cazadoras. La conmesurabilidad tiene que ver con la asignación de valor monetario, y la vida humana y el medio ambiente no son comprensibles en estos términos.

## 12.8. Ejercicios propuestos

1. Preparar el Capítulo 10, *Empresa y Medio Ambiente*, del libro de Azqueta (2002) para presentarlo ante la clase. Esta asignación se hará por grupos.
2. Preparar el Capítulo 16, *Toma de decisiones ambientales (1): Límites del análisis de costos y beneficios*, del libro de Jacobs (1991) para presentarlo ante la clase. Esta asignación se hará por grupos.
3. Preparar el Capítulo 17, *Toma de decisiones ambientales (2): Valuación monetaria del medio ambiente*, del libro de Jacobs (1991) para presentarlo ante la clase. Esta asignación se hará por grupos.





# Bibliografía

- Álvarez, I. (2006). *Planificación y Desarrollo de Proyectos Sociales y Educativos*. LIMUSA, Noriega Editores, México, D.F., primera edición.
- Azqueta, D. (2002). *Introducción a la Economía Ambiental*. McGraw Hill Profesional, Madrid, primera edición.
- Baca, G. (2006). *Formulación y evaluación de proyectos informáticos*. McGraw-Hill, México, primera edición.
- Blank, L. y Tarquin, A. (2000). *Ingeniería Económica*. McGraw Hill, Santafé de Bogotá, cuarta edición.
- Bonet, J. (2000). *La Matriz Insumo-Producto del Caribe Colombiano*. Banco de La República de Cartagena de Indias. N° 15, Centro de Estudios Económicos Regionales, primera edición.
- Dasgupta, P., Sen, A., y Marglin, S. (1972). *Pautas para la evaluación de proyectos*. Naciones Unidas, Viena, primera edición.
- Espasa (2005). *Nuevo Espasa Ilustrado*. McGraw-Hill, Lima, primera edición.
- Freund, J., Williams, F., y Perles, B. (1990). *Estadística para la Administración*. Prentice Hall, México, quinta edición.
- Grant, E. y Ireson, W. (1976). *Principles of Engineering Economy*. Ronald Press Company, New York, sexta edición.
- Haynes, L. (1979). *Apuntes y Casos de Ingeniería Económica*. Facultad de Ingeniería de la Universidad de Los Andes, Mérida, primera edición.
- Jacobs, M. (1991). *Economía Verde, Medio Ambiente y Desarrollo Sostenible*. Ediciones Unidas, Bogotá, primera edición.
- Leontief, W. (1953). *The Structure of American Economy, 1919-1939: An empirical application of equilibrium analysis*. Oxford University Press, Nueva York, second edición.
- Martínez-Alier, J. (1995). *Curso de Economía Ecológica*. PNUMA, Quito, primera edición.
- Melnick, J. (1958). *Manual de Proyectos de Desarrollo Económico*. Naciones Unidas, México, D. F., primera edición.

- Oropeza, H. (2003). *Costos. Curso Básico*. Trillas, Madrid, primera edición.
- Samuelson, P. y Nordhaus, W. (2002). *Economía*. McGraw Hill, Madrid, desimoséptima edición.
- Sapag, N. y Sapag, R. (2000). *Preparación y Evaluación de Proyectos*. McGraw-Hill, Santiago de Chile, cuarta edición.
- Schuschny, A. (2005). *Tópicos sobre el Modelo de Insumo-Producto: teoría y aplicaciones*. Estudios Estadísticos y prospectivos, Publicación de las Naciones Unidas, primera edición.
- Zulueta, G. (2000). *Evaluación de Proyectos y Desarrollo Sustentable*. CENDES UCV, Caracas, primera edición.