

## Árbol\_B+

17/4/98	Especificación Arbol_B+	
1	<b>Sintáctica:</b> creaArbol_B+(Entero+) Arbol_B+, insArbol_B+(Arbol_B+, Reg) Arbol_B+, eliArbol_B+(Arbol_B+, TipoClave) Arbol_B+, conArbol_B+(Arbol_B+, TipoClave) TipoResto, rango(Arbol_B+, TipoClave, TipoClave) ListaEnl[Reg], orden(Arbol_B+) Entero+, altura(Arbol_B+) Entero+, vacíoArbol_B+(Arbol_B+) Lógico, destruyeArbol_B+(Arbol_B+) .	<b>-creaArbol_B+():</b> Crea un árbol_B+ vacío de orden m. <b>-insArbol_B+():</b> Ingresa un nuevo registro al árbol_B+ en la posición que le corresponde según el orden ascendente de su clave. <b>-eliArbol_B+():</b> Elimina el registro de clave dada en el árbol_B+, si existe. Si está vacío no hace ninguna eliminación. <b>-destruyeArbol_B+():</b> Destruye el árbol_B+. <b>-vacíoArbol_B+():</b> Regresa Verdadero si el árbol_B+ está vacío. <b>-conArbol_B+():</b> Devuelve el resto del registro si él está en el árbol_B+, de lo contrario regresa {TipoRestoNoDef}. <b>-rango():</b> Devuelve una lista de registros que están en el rango solicitado. <b>-orden():</b> Regresa el orden del árbol_B+. <b>-altura():</b> Regresa la altura actual.
2	<b>Declaraciones:</b> Reg: r Entero+ : o TipoClave: c TipoResto: {TipoRestoNoDef}	
3	<b>Semántica:</b> vacíoArbol_B+(creaArbol_B+(o)) = Verdadero vacíoArbol_B+(insArbol_B+(creaArbol_B+(o), r)) = Falso conArbol_B+(creaArbol_B+(o), c) = {TipoRestoNoDef} eliArbol_B+(creaArbol_B+(o)) = creaArbol_B+(o) altura(creaArbol_B+(o)) = 0 orden(creaArbol_B+(o)) = 0	

Arbol_B+		
Clases: Entero+, Lógico, ApuntadorA, NodoB, TipoClave, TipoResto, Reg, ElePila, PilaEnl[ElePila]		
1	<b>Estructura:</b> privado: h : Entero+ = 0 nc : Entero+ = 0 m : Entero+ raiz : ApuntadorA NodoB = Nulo	- <b>h.</b> Altura actual del árbol_B+ - <b>nc.</b> Número actual de claves en el árbol. - <b>m.</b> Orden del árbol_B+ - <b>raiz:</b> Apuntador al nodo raíz. - <b>Arbol_B+()</b> . <i>Constructor.</i> Crea un árbol vacío de orden m. - <b>~Arbol_B+()</b> . <i>Destructor.</i> Destruye el árbol .

<p>2 <b>Operaciones:</b> público:          Arbol_B+(Entero+: orden)          ~Arbol_B+()          insArbol_B+(Reg: r)          eliArbol_B+(TipoClave: cl)          conArbol_B+(TipoClave: cl): TipoResto          rango(TipoClave: vi, vf): ListaEnl[Reg]          vacíoArbol_B+(): Lógico          numClaves(): Entero+          altura(): Entero+          orden(): Entero+          despliegue()  <b>privado:</b>          limpiarArbol_B+(ApuntadorA NodoB: pa)          recorrer(ApuntadorA NodoB: pa,                  PilaEnl[ElePila]: p, TipoClave: cl): Lógico          DividirNodo(ApuntadorA NodoB: pa, ph,                          TipoClave: clp): Lógico          propagarFision(ApuntadorA NodoB: pa,                  ph, TipoClave: clp, PilaEnl[ElePila]: p)          compactarNodo(ApuntadorA NodoB: pa,                          PilaEnl[ElePila]: p)          Redistribucion(ApuntadorA NodoB: pa, pp,                          phi, phd, Entero+: p,c)</p>	<p>-<b>insArbol_B+()</b>. <i>Transformador</i>. Ingresa una nueva entrada en la posición que le corresponde según el orden ascendente de sus claves.          -<b>eliArbol_B+()</b>. <i>Transformador</i>. Elimina una entrada de clave = cl, si el árbol no está vacío.          -<b>conArbol_B+()</b>. <i>Observador</i>. Regresa el resto de la entrada si la clave existe.          -<b>rango()</b>. <i>Observador</i>. Regresa la lista de las entradas <math>\in [vi, vf]</math>          -<b>vacíoArbol_B+()</b>. <i>Observador</i>. Regresa Verdadero si el árbol está vacío.          -<b>numClaves()</b>. <i>Observador</i>. Regresa el número actual de claves.          -<b>altura()</b>. <i>Observador</i>. Regresa la altura actual de la estructura.          -<b>orden()</b>. <i>Observador</i>. Regresa el orden del árbol_B+.          -<b>despliegue()</b>. <i>Observador</i>. Despliega el contenido del árbol.          -<b>limpiarArbol_B+()</b>. <i>Transformador</i>. Devuelve todos los nodos.          -<b>recorrer()</b>. <i>Observador</i>. Desciende en el árbol hasta encontrar la hoja donde debe ser insertado r, regresando el camino de descenso en la pila y la dirección del nodo hoja en pa.          -<b>dividirNodo()</b>. <i>Observador</i>. Divide un nodo en dos nodos hermanos, devolviendo el nodo fisionado en pa, su hermano en ph y la clave promocionada en clp.          -<b>propagarFision()</b>. <i>Observador</i>. Inserta la clave promocionada en el nodo padre, si éste desborda llama a dividirNodo() hasta que no haya desborde, regresando el nodo actual en pa.          -<b>compactarNodo()</b>. <i>Observador</i>. Compacta un nodo semi-vacío.          -<b>redistribucion()</b>. <i>Observador</i>. Redistribuye las entradas luego de una eliminación.</p>
--	--

Implantación de la clase Arbol\_B+

Reg		
Clases: TipoClave, TipoResto		
1	<b>Estructura:</b> privado: clave: TipoClave resto : TipoResto	- <b>clave:</b> Clave del registro. - <b>resto:</b> Resto del registro.
2	<b>Operaciones:</b> público: Reg() Reg(TipoClave: cl, TipoResto: r) Clave(): TipoClave Clave (TipoClave: cl) Resto(): TipoResto Resto(TipoResto: r) despliegue()	- <b>Reg().</b> <i>Constructor.</i> Crea un registro con su información definida. - <b>Clave().</b> <i>Observador y transformador.</i> Manejo de las claves del nodo. - <b>Resto().</b> <i>Observador y transformador.</i> Manejo del resto del registro. - <b>despliegue().</b> <i>Observador.</i> Despliega el contenido del registro.

TipoClave debe soportar todos los operadores relacionales { = , ≠ , < , ≤ , > , ≥ }

ElePila		
Clases: Entero+, ApuntadorA NodoB		
1	<b>Estructura:</b> privado: apu: ApuntadorA NodoB sub : Entero+	- <b>apu:</b> Puntero en la entrada. - <b>sub:</b> Posición de la entrada en el nodo.
2	<b>Operaciones:</b> público: ElePila() Apu(): ApuntadorA NodoB Apu (ApuntadorA NodoB: p) Sub(): Entero+ Sub(Entero+: s)	- <b>ElePila().</b> <i>Constructor.</i> Crea un elemento de la pila. - <b>Apu().</b> <i>Observador y transformador.</i> Manejo de los punteros. - <b>Sub().</b> <i>Observador y transformador.</i> Manejo del subíndice.

NodoB		
Clases: Entero+, ApuntadorA, ArregloDe, TipoClave		
1	<b>Estructura:</b> privado: pro: Entero+ = 0 ne : Entero+ = 0 pIzq : ApuntadorA NodoB=Nulo pDer : ApuntadorA NodoB= Nulo cl : Arreglo[2m+1]De TipoClave p : Arreglo[2m+1]De ApuntadorA SinTipo	<b>-pro:</b> Profundidad del nodo. <b>-ne:</b> Número actual de entradas en el nodo. <b>-pIzq:</b> Dirección del hermano izquierdo. <b>-pDer:</b> Dirección del hermano derecho. <b>-m:</b> Orden del árbol_B+. <b>-cl:</b> Conjunto de claves del nodo. <b>-p:</b> Conjunto de apuntadores a los registros si pro = 0, ó a los nodos hijos si pro > 0.
2	<b>Operaciones:</b> público: NodoB() Pro(): Entero+ Pro(Entero+: p) Ne(): Entero+ Ne(Entero+: n) PIzq(ApuntadorA NodoB: izq) PIzq() : ApuntadorA NodoB PDer(ApuntadorA NodoB: der) PDer(): ApuntadorA NodoB Clave(Entero+: si): TipoClave Clave (Entero+: si, TipoClave: cl) Puntero(Entero+: si): ApuntadorA SinTipo Puntero(Entero+: si, ApuntadorA SinTipo: ptr)	<b>-NodoB().</b> Constructor. Crea un nodo vacío. <b>-Pro().</b> Observador y transformador. Manejo de la profundidad del nodo en el árbol. <b>-Ne().</b> Observador y transformador. Manejo del número actual de entradas en el nodo. <b>-PIzq().</b> Observador y transformador. Manejo del apuntador al hermano izquierdo. <b>-PDer().</b> Observador y transformador. Manejo del apuntador al hermano derecho. <b>-Clave().</b> Observador y transformador. Manejo de las claves del nodo. <b>-Puntero().</b> Observador y transformador. Manejo de los apuntadores del nodo.

Implementación de la clase NodoB.

27/6/98		
Arbol_B+(Entero+: orden)		
{pre: orden $\neq$ 0 } {pos: h = 0 $\wedge$ nc = 0 $\wedge$ m > 0 $\wedge$ raiz = Nulo }		
1	h, nc, m, raiz = 0, 0, orden, Nulo	<b>-h, nc, m, raiz.</b> Definidos en Arbol_B+.

Constructor vacío. O(1).

27/6/98		
~Arbol_B+()		
{pre: nc $\geq$ 0 $\wedge$ m > 0 }		
1	Si (raiz $\neq$ Nulo) entonces limpiarArbol_B+(raiz) fsi	<b>-raiz, limpiarArbol_B+().</b> Definidos en Arbol_B+.

Destruye el Arbol\_B+. O(n).

27/6/98		
limpiarArbol_B+( ApuntadorA NodoB: pna)		
{pre: nc $\geq$ 0} {pos: h = 0 $\wedge$ nc = 0 $\wedge$ raiz = Nulo }		
1	(pna $\rightarrow$ Ne() $\geq$ 0 $\wedge$ pna $\rightarrow$ Pro() $\neq$ 0) [limpiarArbol_B+(pna $\rightarrow$ Puntero(pna $\rightarrow$ Ne())) pna $\rightarrow$ Ne(pna $\rightarrow$ Ne() - 1) ]	<b>-limpiarArbol_B+().</b> Definido en Arbol_B+.
2	r = pna	<b>-Ne(), Pro(), Puntero().</b> Definidos en NodoB.
3	DevuelvaDir r	<b>-r.</b> ApuntadorA NodoB. Variable auxiliar.
4	h, nc, raiz = 0, 0, Nulo	

Devuelve todos los nodos del Arbol\_B+. O(n).

27/6/98

insArbol\_B+(Reg: r)

{pre:  $r \neq \{\text{RegNoDef}\} \wedge nc \geq 0$ }

{pos:  $nc \geq 0$ }



1	<p>Si ( raiz = Nulo ) entonces</p> <p>    raiz = NuevaDir NodoB[m*LON +4]      / creación de la 1era. raíz</p> <p>    Si (raiz = Nulo) entonces    regrese</p> <p>    fsi</p> <p>    raiz → Pro(0)</p> <p>    raiz → Ne(1)</p> <p>    raiz → PIzq(Nulo)</p> <p>    raiz → PDer(Nulo)</p> <p>    raiz → Clave(0, r.Clave( ))</p> <p>    raiz → Puntero(0, DireccionDe r)</p> <p>    nc = nc + 1</p> <p>sino</p> <p>    pa, enc, clp = raiz, Falso, r.Clave()</p> <p>    Si (pa → Pro() ≠ 0) entonces enc = recorrer(pa, cd, clp)</p> <p>    fsi</p> <p>    Si (enc) entonces    regrese</p> <p>    fsi</p> <p>    i = 0</p> <p>    (r.Clave() &lt; pa → Clave(i) ∧ i &lt; pa → Ne() ) [ i = i + 1 ]</p> <p>    Si (i &lt; pa → Ne()) entonces</p> <p>        [pa → Clave( j, pa → Clave( j – 1))</p> <p>        pa → Puntero( j, pa → Puntero( j – 1 )) ] j = pa → Ne(), i + 1, -1</p> <p>    fsi</p> <p>    pa → Clave( i, r.Clave() )</p> <p>    pa → Puntero( i, DireccionDe r)</p> <p>    pa → Ne(pa → Ne() + 1)</p> <p>    Si (pa → Ne() ≥ 2m) entonces</p> <p>        enc = dividirNodo(pa, ph, clp)      / El nodo está lleno</p> <p>        propagarFision(pa, ph, clp, cd)</p> <p>        Si (pa = raiz) entonces      / Crecimiento del árbol</p>	<p><b>-pa, ph:</b> ApuntadorA NodoB. Apuntador al nodo actual y al nodo hermano, respectivamente.</p> <p><b>-Clave(), Puntero(), PDer(), PIzq(), Pro(), Ne():</b> Definidos en la clase NodoB.</p> <p><b>-nc, h, m, raiz, recorrer(), dividirNodo(), propagarFision():</b> Definidos en Arbol_B+.</p> <p><b>-clp:</b> TipoClave. Clave promocionada.</p> <p><b>-DireccionDe.</b> Regresa la dirección de memoria de la variable.</p> <p><b>-NuevaDir.</b> Regresa una nueva dirección de memoria.</p> <p><b>-enc:</b> Lógico. Variable auxiliar para detectar si la clave del nuevo registro está en el árbol.</p> <p><b>-i, j.</b> Entero+. Subíndices para recorrer los arreglos.</p> <p><b>-MAXCLAVE:</b> TipoClave. Constante con un valor más grande que el de cualquier otra clave.</p> <p><b>-LON:</b> Entero. Longitud en bytes de una entrada conformada por la clave y un apuntador.</p>
---	--	--

Inserta un nuevo registro en el Arbol\_B+.  $O(\lg(n))$ .

27/6/98	vacíoArbol_B+(): Lógico	
	{pre: nc ≥ 0}	{pos: nc ≥ 0}
1	Regresa ( nc = 0 )	- <b>nc</b> . Definido en Arbol_B+.

Verifica si el Arbol\_B+ está vacío. O(1).

27/6/98	numClaves(): Entero+	
	{pre: nc ≥ 0}	{pos: nc ≥ 0}
1	Regresa nc	- <b>nc</b> . Definido en Arbol_B+.

Devuelve el número de elementos actuales en el Arbol\_B+. O(1).

27/6/98	altura(): Entero+	
	{pre: nc ≥ 0}	{pos: nc ≥ 0}
1	regrese h	- <b>h</b> . Definido en Arbol_B+.

Devuelve la altura actual del Arbol\_B+. O(1).

27/6/98	orden(): Entero+	
	{pre: nc ≥ 0}	{pos: nc ≥ 0}
1	regrese m	- <b>m</b> . Definido en Arbol_B+.

Devuelve el orden del Arbol\_B+. O(1).

27/6/98		
recorrer(ApuntadorA NodoB: pa, PilaEnl[ElePila]: cd, TipoClave: clp): Lógico {pre: $nc \geq 0$ } <span style="float: right;">{pos: <math>nc \geq 0</math>}</span>		
1	$[ i = 0$ $(clp > pa \rightarrow Clave(i) \wedge i < pa \rightarrow Ne() - 1) [ i = i + 1 ]$ Si ( $clp = pa \rightarrow Clave(i)$ ) entonces regrese Verdadero fsi ElePila ep ep.Apu(pa) ep.Sub( i ) cd.insElePila(ep) $pa = pa \rightarrow Puntero(i) ] j = 0, h$	<b>-Apu(), Sub().</b> Definidos en ElePila. <b>-Pro(), Clave(), Ne(), Puntero().</b> Definidos en NodoB. <b>-ep:</b> ElePila. Elemento nuevo para ingresar a cd. <b>-insElePila().</b> Definido en PilaEnl[ElePila]. <b>-i.</b> Entero+. Subíndice
2	regrese Falso	

Recorre el Arbol\_B+.  $O(2m * h)$ .

27/6/98	<div> <div>dividirNodo(ApuntadorA NodoB: pa, ph, TpoClave: clp): Lógico</div> <div> <div>{pre: nc ≥ 0}</div> <div>{pos: nc ≥ 0 }</div> </div> </div>		
	<table> <tr> <td data-bbox="346 370 1113 1260"> <pre> 1 nepa = pa → Ne() 2 neph = Si (mod(nepa, 2) = 0) entonces  1 + nepa/2       sino  nepa/2       fsi 3 clp = pa → Clave(nepa - 1) 4 ph = NuevaDir  NodoB[m*LON+4] 5 Si (ph ≠ Nulo) entonces   ph → Pro( pa → Pro())   ph → Plzq(pa)   ph → PDer(pa → PDer())   j = nepa   [ ph → Clave(i, pa → Clave( j ))     ph → Puntero(i, pa → Puntero( j ))     j = j + 1  ] i = 0, neph - 1   pa → Ne(nepa)   ph → Ne(neph)   pa → PDer(ph)   regrese Verdadero   fsi 6 regrese Falso </pre> </td><td data-bbox="1113 370 1873 1260"> <p><b>-Ne(), Clave(), Pro(), NodoB, Plzq(), PDer(), Puntero().</b> Definidos en la clase NodoB.</p> <p><b>-LON:</b> Entero. Longitud en bytes de una entrada conformada por la clave y un apuntador.</p> <p><b>-NuevaDir.</b> Regresa una nueva dirección de memoria.</p> <p><b>-nepa, neph:</b> Entero+. Número de entradas que quedarán en el nodo desbordado y en su nodo hermano, respectivamente.</p> <p><b>-i, j.</b> Entero+. Subíndices para recorrer los arreglos.</p> </td></tr> </table>	<pre> 1 nepa = pa → Ne() 2 neph = Si (mod(nepa, 2) = 0) entonces  1 + nepa/2       sino  nepa/2       fsi 3 clp = pa → Clave(nepa - 1) 4 ph = NuevaDir  NodoB[m*LON+4] 5 Si (ph ≠ Nulo) entonces   ph → Pro( pa → Pro())   ph → Plzq(pa)   ph → PDer(pa → PDer())   j = nepa   [ ph → Clave(i, pa → Clave( j ))     ph → Puntero(i, pa → Puntero( j ))     j = j + 1  ] i = 0, neph - 1   pa → Ne(nepa)   ph → Ne(neph)   pa → PDer(ph)   regrese Verdadero   fsi 6 regrese Falso </pre>	<p><b>-Ne(), Clave(), Pro(), NodoB, Plzq(), PDer(), Puntero().</b> Definidos en la clase NodoB.</p> <p><b>-LON:</b> Entero. Longitud en bytes de una entrada conformada por la clave y un apuntador.</p> <p><b>-NuevaDir.</b> Regresa una nueva dirección de memoria.</p> <p><b>-nepa, neph:</b> Entero+. Número de entradas que quedarán en el nodo desbordado y en su nodo hermano, respectivamente.</p> <p><b>-i, j.</b> Entero+. Subíndices para recorrer los arreglos.</p>
<pre> 1 nepa = pa → Ne() 2 neph = Si (mod(nepa, 2) = 0) entonces  1 + nepa/2       sino  nepa/2       fsi 3 clp = pa → Clave(nepa - 1) 4 ph = NuevaDir  NodoB[m*LON+4] 5 Si (ph ≠ Nulo) entonces   ph → Pro( pa → Pro())   ph → Plzq(pa)   ph → PDer(pa → PDer())   j = nepa   [ ph → Clave(i, pa → Clave( j ))     ph → Puntero(i, pa → Puntero( j ))     j = j + 1  ] i = 0, neph - 1   pa → Ne(nepa)   ph → Ne(neph)   pa → PDer(ph)   regrese Verdadero   fsi 6 regrese Falso </pre>	<p><b>-Ne(), Clave(), Pro(), NodoB, Plzq(), PDer(), Puntero().</b> Definidos en la clase NodoB.</p> <p><b>-LON:</b> Entero. Longitud en bytes de una entrada conformada por la clave y un apuntador.</p> <p><b>-NuevaDir.</b> Regresa una nueva dirección de memoria.</p> <p><b>-nepa, neph:</b> Entero+. Número de entradas que quedarán en el nodo desbordado y en su nodo hermano, respectivamente.</p> <p><b>-i, j.</b> Entero+. Subíndices para recorrer los arreglos.</p>		

Divide un nodo.  $O(2m/2)$ .

27/6/98		
propagarFision(ApuntadorA NodoB: pa, ph, TipoClave: clp, PilaEnl[ElePila]: cd) {pre: nc ≥ 0} {pos: nc ≥ 0 }		
1	<pre> (pa ≠ raiz ) [ ep = cd.conPila()                cd.eliElePila()                pa = ep.Apu()                p = ep.Sub()                [ pa → Clave(i + 1, pa → Clave( i ))                  pa → Puntero(i + 1, pa → Puntero( i ))                ] i = pa → Ne(), p + 1, -1                pa → Clave(p + 1, clp)                pa → Clave(p + 1, ph)                pa → Ne(pa → Ne() + 1)                Si (pa → Ne() &gt; 2m) entonces                  dividirNodo(pa, ph, clp)                fsi ] </pre>	<p><b>-Ne(), Clave(), Puntero().</b> Definidos en la clase NodoB.</p> <p><b>-m, raiz, dividirNodo().</b> Definidos en la clase Arbol_B+.</p> <p><b>-ep:</b> ElePila. Elemento de la pila cd.</p> <p><b>-conPila(), eliElePila().</b> Definidos en PilaEnl[ElePila].</p> <p><b>-i, p.</b> Entero+. Subíndice y punto de inserción, respectivamente.</p> <p><b>-Apu(), Sub().</b> Definidos en ElePila.</p>
2	regrese	

Propaga la división de nodo hacia arriba del Arbol\_B+. O(2m\*h).

27/6/98		
conArbol_B+(TipoClave: cl): TipoResto		
{pre: $nc \geq 0$ }		{pos: $nc \geq 0$ }
1	<p>Si (raiz <math>\neq</math> Nulo ) entonces</p> <p>    pa = raiz</p> <p>    (pa <math>\rightarrow</math> Pro() <math>\neq</math> 0) [ i, ne = 0, pa <math>\rightarrow</math> Ne()      / Descenso hasta la hoja</p> <p>        (i &lt; ne <math>\wedge</math> cl &gt; pa <math>\rightarrow</math> Clave( i )) [ i = i + 1 ]</p> <p>        pa = pa <math>\rightarrow</math> Puntero ( i )</p> <p>    ]</p> <p>    i = 0</p> <p>    ( i &lt; pa <math>\rightarrow</math> Ne() <math>\wedge</math> cl <math>\neq</math> pa <math>\rightarrow</math> Clave( i )) [ i = i + 1 ]</p> <p>    Si (cl = pa <math>\rightarrow</math> Clave( i )) entonces</p> <p>        regrese ContenidoDe pa <math>\rightarrow</math> Puntero( i )</p> <p>    fsi</p>	<p><b>-raiz.</b> Definido en la clase Arbol_B+.</p> <p><b>-Ne(), Pro(), Clave(), Puntero().</b> Definidos en la clase NodoB.</p> <p><b>-i, ne.</b> Entero+. Subíndice y número de entradas del nodo actual, respectivamente.</p> <p><b>-ContenidoDe.</b> Regresa el contenido de la variable apuntada.</p>
2	<p>fsi</p> <p>regrese {TipoRestoNoDef}</p>	

Consulta al registro que contiene la clave.  $O(2m \cdot h)$ .

27/6/98	<div>rango(TipoClave: vi, vf): ListaEnl[Reg]</div> <div>{pre: nc ≥ 0}</div>	<div></div> <div>{pos: nc ≥ 0}</div>
<div>2</div> <div>1</div> <div>3</div>	<div>Si (raiz ≠ Nulo ) entonces</div> <div>    pa = raiz</div> <div>    (pa → Pro() ≠ 0) [ i, ne = 0, pa → Ne()      / Descenso hasta la hoja</div> <div>        (i &lt; ne ∧ vi &gt; pa → Clave( i )) [ i = i + 1 ]</div> <div>        pa = pa → Puntero ( i )</div> <div>    ]</div> <div>    i = 0</div> <div>    ( i &lt; pa → Ne() - 1 ∧ vi ≠ pa → Clave( i )) [ i = i + 1 ]</div> <div>    Si (vi = pa → Clave( i )) entonces</div> <div>        lr.insLis(ContenidoDe pa → Puntero( i ) )</div> <div>        lr.cursorAlProximo()</div> <div>        (vf &gt; pa → Clave( i )) [ (i &lt; pa → Ne() - 1 ∧ vf &gt; pa → Clave( i ))</div> <div>            [ i = i + 1</div> <div>                lr.insLis(ContenidoDe pa → Puntero( i ) )</div> <div>                lr.cursorAlProximo()</div> <div>            ]</div> <div>        pa, i = pa → PDer( ), 0    ]</div> <div>    fsi</div> <div>fsi</div> <div>ListaEnl[Reg] lr</div> <div>regrese lr</div>	<div><b>-raiz.</b> Definido en la clase Arbol_B+.</div> <div><b>-Ne(), Pro(), Clave(), Puntero().</b> Definidos en la clase NodoB.</div> <div><b>-i, ne.</b> Entero+.</div> <div>Subíndice y número de entradas del nodo actual, respectivamente.</div> <div><b>-ContenidoDe.</b> Regresa el contenido de la variable apuntada.</div> <div><b>-lr.</b> ListaEnl[Reg]. Lista de registros que responden a la consulta por rango de claves.</div> <div><b>-insLista(), cursorAlProximo().</b> Definidos en la clase ListaEnl[TipoEle].</div>

Devuelve la lista de registros cuyas claves están entre vi y vf. O(2m\*h\*nc).



27/6/98		
eliArbol_B+ (TipoClave: cl)		
{pre: nc ≥ 0}		{pos: nc ≥ 0}
1	pa = raiz	<b>-pa.</b> ApuntadorA NodoB. Variable auxiliar para indicar el nodo actual. <b>-cd.</b> PilaEnl[ElePila]. Pila que contiene el camino de descenso. <b>-Ne(), Pro(), Clave(), Puntero().</b> Definidos en la clase NodoB. <b>-m, nc, raiz, recorrer(), compactarNodo():</b> Definidos en Arbol_B+. <b>-r.</b> Reg. Variable auxiliar para guardar el registro eliminado. <b>-ContenidoDe.</b> Regresa el contenido de la variable apuntada. <b>-devuelvaDir:</b> Regresa la dirección a la memoria disponible. <b>-i, j:</b> Entero+. Subíndices.
2	Si (¬ recorrer(pa, cd, cl) ) entonces regrese fsi	
3	i = 0 / pa es una hoja	
4	(cl > pa → Clave( i ) ∧ i < pa → Ne( )) [ i = i + 1]	
5	Reg r	
6	r = ContenidoDe pa → Puntero( i )	
7	[pa → Clave(j, pa → Clave( j + 1)) pa → Puntero(j, pa → Puntero( j + 1) ) ] j = i, pa → Ne( ) - 1	
8	pa → Ne(pa → Ne( ) - 1)	
9	nc = nc - 1	
10	Si (pa → Ne( ) < m + 1) entonces / El nodo tiene menos entradas que compactarNodo(pa, cd) / las permitidas fsi	
11	Si (pa = raiz ∧ pa → Puntero( 0 ) = Nulo ) entonces raiz = Nulo / Vaciado del árbol devuelvaDir pa h = h - 1	
12	fsi regrese	

Elimina una entrada del árbol\_B+. O(2m\*h).

27/6/98

compactarNodo(ApuntadorA NodoB: pa, PilaEnl[ElePila]: cd)	
{pre: nc $\geq$ 0}	{pos: nc $\geq$ 0}
<pre> 1 ep = cd.conPila() 2 cd.eliElePila() 3 pp = ep.Apu() 4 pos = ep.Sub() 5 Si (pos = 0 ) entonces     phd, c = pp <math>\rightarrow</math> Puntero(pos + 1), 1 sino Si (pos = pp <math>\rightarrow</math> Ne() - 1) entonces     phi, c = pp <math>\rightarrow</math> Puntero(pos - 1), 2     sino         phi, phd, c = pp <math>\rightarrow</math> Puntero(pos - 1), pp <math>\rightarrow</math> Puntero(pos + 1), 3     fsi fsi 6 eli = redistribucion(pa, pp, phi, phd, pos, c) 7 Si (eli) entonces     [ pp <math>\rightarrow</math> Clave(j, pp <math>\rightarrow</math> Clave(j + 1))       pp <math>\rightarrow</math> Puntero(j, pp <math>\rightarrow</math> Puntero(j + 1)) ] j = pos, pp <math>\rightarrow</math> Ne() - 1     pp <math>\rightarrow</math> Ne(pp <math>\rightarrow</math> Ne() - 1)     Si (pp <math>\rightarrow</math> Ne() &lt; m + 1 <math>\wedge</math> pp <math>\neq</math> raiz) entonces         compactarNodo(pp, cd)     fsi 8 fsi    regrese </pre>	<p><b>-ep:</b> ElePila. Elemento de la pila cd.</p> <p><b>-conPila(), eliElePila().</b> Definidos en PilaEnl[ElePila].</p> <p><b>-j, pos.</b> Entero+. Subíndice y punto de eliminación, respectivamente.</p> <p><b>-Apu(), Sub().</b> Definidos en ElePila.</p> <p><b>-compactarNodo(), redistribución().</b> Definidos en Arbol_B+.</p> <p><b>-Puntero(), Clave(), Ne().</b> Definidos en NodoB.</p> <p><b>-pp, phi, phd.</b> ApuntadorA NodoB. Nodo padre, nodo hermano izquierdo y nodo hermano derecho, respectivamente.</p> <p><b>-c.</b> Entero+. Variable auxiliar para indicar el caso de redistribución.</p>

Recorre recursivamente el Arbol\_B+ mientras haya que compactar.  $O(2m \cdot h)$ .

27/6/98

redistribucion(ApuntadorA NodoB: pa, pp, phi, phd, Entero+: p, c)

{pre:  $nc \geq 0$ }

{pos:  $nc \geq 0$ }

<p>En caso que c =</p> <p>1: na, nhd = pa → Ne(), phd → Ne() / Solo hermano derecho</p> <p>Si (na + nhd ≤ 2m) entonces / Eliminación de pa</p> <p>[phd → Clave(j + na - 1, phd → Clave(j - 1))</p> <p>phd → Puntero(j + na - 1, phd → Puntero(j - 1)) ] j = nhd, 1, -1</p> <p>[phd → Clave(j, pa → Clave(j))</p> <p>phd → Puntero(j, phd → Puntero(j)) ] j = 0, na</p> <p>phd → Ne(na + nhd)</p> <p>devuelvaDir pa</p> <p>regrese Verdadero</p> <p>sino / Equilibrio en número de claves,</p> <p>ned = (na + nhd)/2 / sin eliminación de pa</p> <p>Si ((na + nhd) mod 2 = 0 ) entonces / na + nhd par</p> <p>[pa → Clave(j, phd → Clave(j - na))</p> <p>pa → Puntero(j, phd → Puntero(j - na)) ] j = na, ne</p> <p>pa → Ne(ned)</p> <p>[phd → Clave(j, phd → Clave(j + na))</p> <p>phd → Puntero(j, phd → Puntero(j + na)) ] j = 0, na</p> <p>phd → Ne(ned)</p> <p>sino / na + nhd impar</p> <p>ne = ned + 1</p> <p>[pa → Clave(j, phd → Clave(j - na))</p> <p>pa → Puntero(j, phd → Puntero(j - na)) ] j = na, ne</p> <p>pa → Ne(ne)</p> <p>[phd → Clave(j, phd → Clave(j + ne - na))</p> <p>phd → Puntero(j, phd → Puntero(j + ne - na)) ] j = 0, na</p> <p>phd → Ne(ned)</p> <p>fsi</p>	<p><b>-pp, phi, phd.</b> ApuntadorA NodoB. Nodo padre, nodo hermano izquierdo y nodo hermano derecho, respectivamente.</p> <p><b>-c.</b> Entero+. Variable auxiliar para indicar el caso de redistribución.</p> <p><b>-Puntero(), Clave(), Ne()</b>. Definidos en NodoB.</p> <p><b>-j, p.</b> Entero+. Subíndice y punto de eliminación, respectivamente.</p> <p><b>-posordenArbol_B+()</b>. Definido en Arbol_B+.</p> <p><b>-Info(), Plzq(), PDer()</b>. Definidos en NodoB.</p>
--	---

Redistribuye las claves del nodo actual entre sus hermanos.  $O(6m)$ .

27/6/98		despliegue ()	
{pre: nc ≥ 0}		{pos: nc ≥ 0}	
1	Si ( nc = 0 ) entonces Despliegue “El árbol_B+ está vacío” sino Despliegue “Elementos del árbol_B+” pa = raiz → PIzq( ) (pa ≠ Nulo) [ [ pa → Puntero( i ) → despliegue() ] i = 0, pa → Ne() – 1 pa = pa → PDer() ] fsi		- <b>nc, raiz.</b> Definidos en la clase Arbol_B+. - <b>PIzq(), Ne(), PDer(), Puntero()</b> . Definidos en la clase NodoB. - <b>pa.</b> Apuntador A NodoB. Dirección del nodo actual. - <b>i.</b> Entero+. Subíndice. - <b>despliegue().</b> Definida en la clase Reg.
2	regrese		

Despliega todos los registros indexados con el árbol. O(nc)