

CAPITULO II

ANALISIS DE LA ESTABILIDAD Y DEL SOPORTE MEDIANTE ANCLAJES EN TALUDES ROCOSOS CONSIDERANDO ROTURA PLANAR

2.1.- INTRODUCCION

Aplicando el criterio de falla de Mohr-Coulomb, conjuntamente con las ecuaciones de equilibrio estático, se ha desarrollado una expresión analítica al minimizar el factor de seguridad (FS), en la cual se determina la inclinación más crítica de la superficie potencial de deslizamiento para el caso particular de rotura planar en taludes rocosos.

A la vez se analiza la estabilidad del talud considerando la fuerza sísmica y el efecto de la presión intersticial actuando sobre el plano de discontinuidad.

Con el apoyo de ejemplos sencillos se aprecia la importancia de esta nueva metodología, de gran utilidad en el diseño del soporte artificial mediante tirantes anclados.

Adicionalmente, a través de gráficos también se hace hincapié, sobre la variación del coeficiente de seguridad en función de los parámetros más influyentes en el cálculo de la estabilidad de la masa rocosa.

Por otro lado, al utilizar esta técnica es posible distinguir tres aspectos fundamentales en el diseño de taludes en macizos rocosos:

1.- Permite diseñar excavaciones estables para un factor de seguridad previamente conocido.

2.- Aplicando una simple expresión matemática, se determina el plano potencial de falla más crítico, y por ende el mínimo factor de seguridad correspondiente a la mencionada superficie de discontinuidad.

3.- En el caso particular que el talud rocoso sea inestable o con un coeficiente de seguridad de baja confianza, se obtiene la fuerza de anclaje por unidad de longitud de talud, tanto para el caso activo como pasivo, con la finalidad de elevar el mínimo factor de seguridad previamente determinado, a un nuevo coeficiente que garantice la estabilidad del macizo rocoso, tal como se podrá apreciar en detalle en el presente capítulo a través de las ecuaciones desarrolladas y con la ayuda de ejemplos numéricos.

2.2.- GENERALIDADES

Como se sabe el mecanismo de falla relacionado con la estabilidad de taludes en macizos rocosos está controlado por estructuras geológicas tales como diaclasas, foliación, estratificación, así como otras discontinuidades que conjuntamente con las anteriores son las causantes de que existan deslizamientos al llevarse a cabo excavaciones en obras civiles y mineras, tanto en la construcción de presas y obras viales como en las explotaciones a cielo abierto y subterráneas, con el resultado lamentable en muchas circunstancias de la pérdida de vidas humanas, además del costo horario adicional que representan las interrupciones y demoras, conjuntamente con las inversiones cuantiosas que deben realizar las empresas y organismos competentes encargados de la remoción de bloques y fragmentos de roca y de la ulterior estabilización del macizo rocoso en caso de que se requiera.

Lógicamente lo dicho anteriormente indica que el ingeniero geotécnico juega un papel preponderante en la toma de decisiones con la finalidad de poder garantizar la seguridad de las excavaciones en macizos rocosos.

En estas condiciones, es de fundamental interés conocer los modos de rotura que ocurren en la roca cuyo movimiento está controlado por discontinuidades geológicas, las cuales pueden dividirse en tres tipos:

- a) Deslizamiento planar, ver figura (2.1).

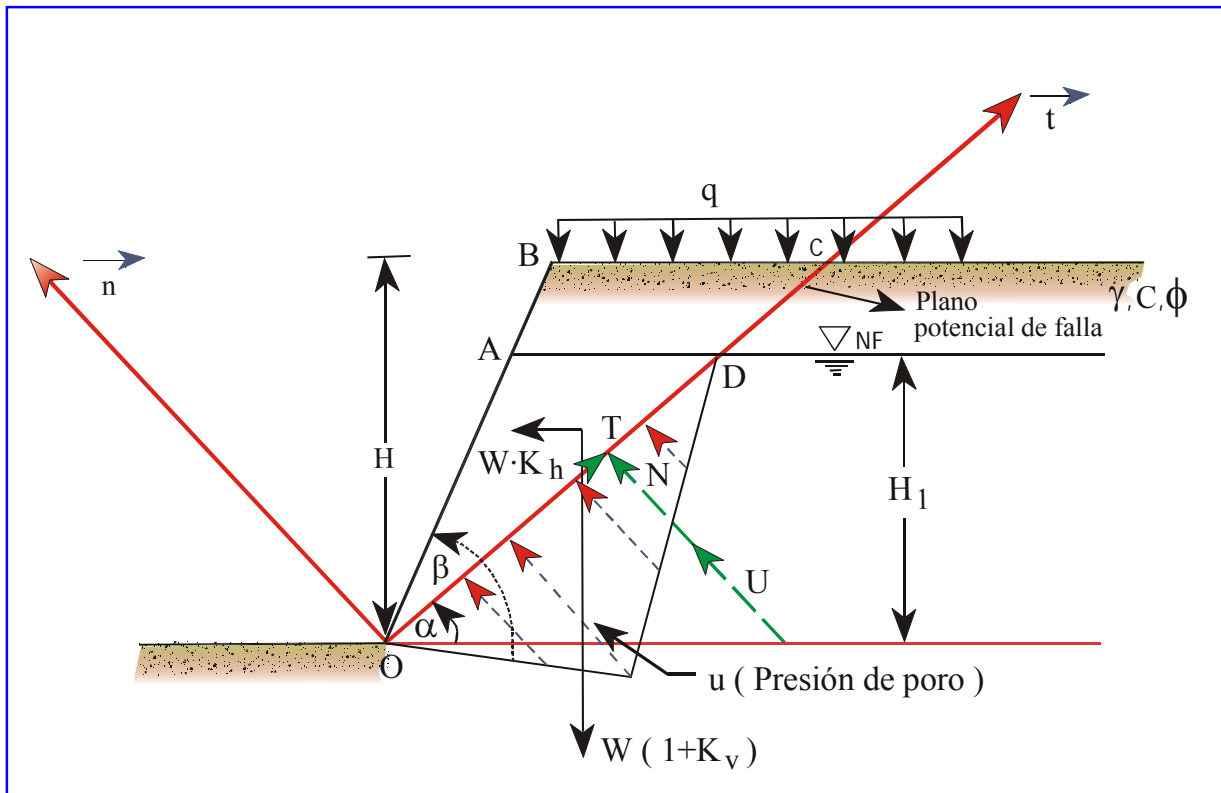


Figura 2.1 Geometría del talud mostrando las fuerzas y el plano potencial de deslizamiento (método bidimensional)

b) Rotura por cuña ocasionada a través de dos planos de discontinuidad dispuestos oblicuamente al plano del talud, en el cual el desplazamiento está gobernado por la inclinación y dirección de la recta de intersección de los dos planos, ver figura (2.2)

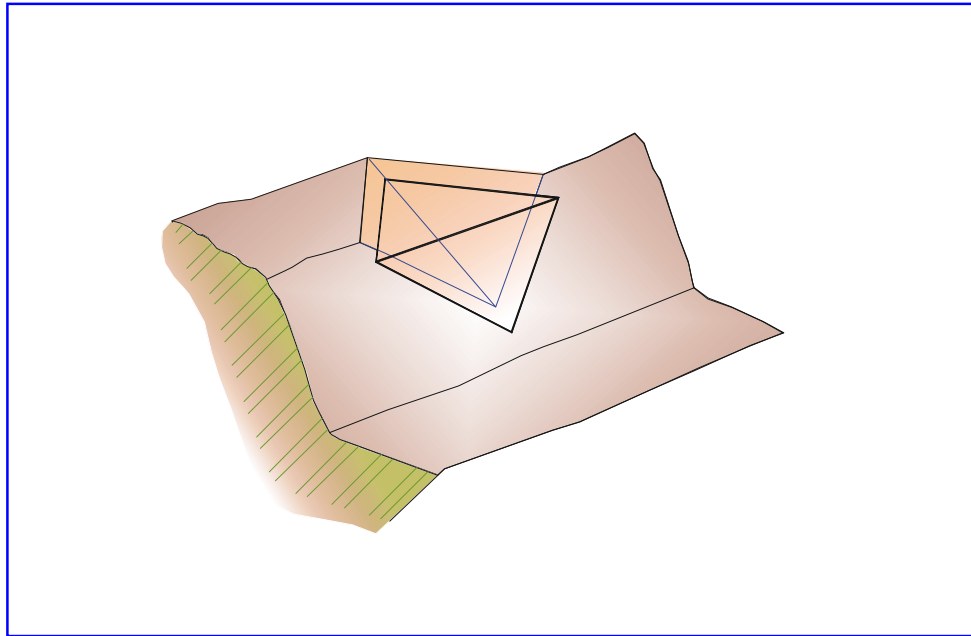


Figura 2.2 Rotura por cuña

c) Vuelco

Este tipo de rotura se caracteriza por una rotación de la columna o bloque de roca sobre su base, bajo el efecto de la acción de la gravedad y de las fuerzas desarrolladas por las rocas adyacentes o en ciertos casos debido al empuje del agua al penetrar en las discontinuidades (véase figura 2.3).

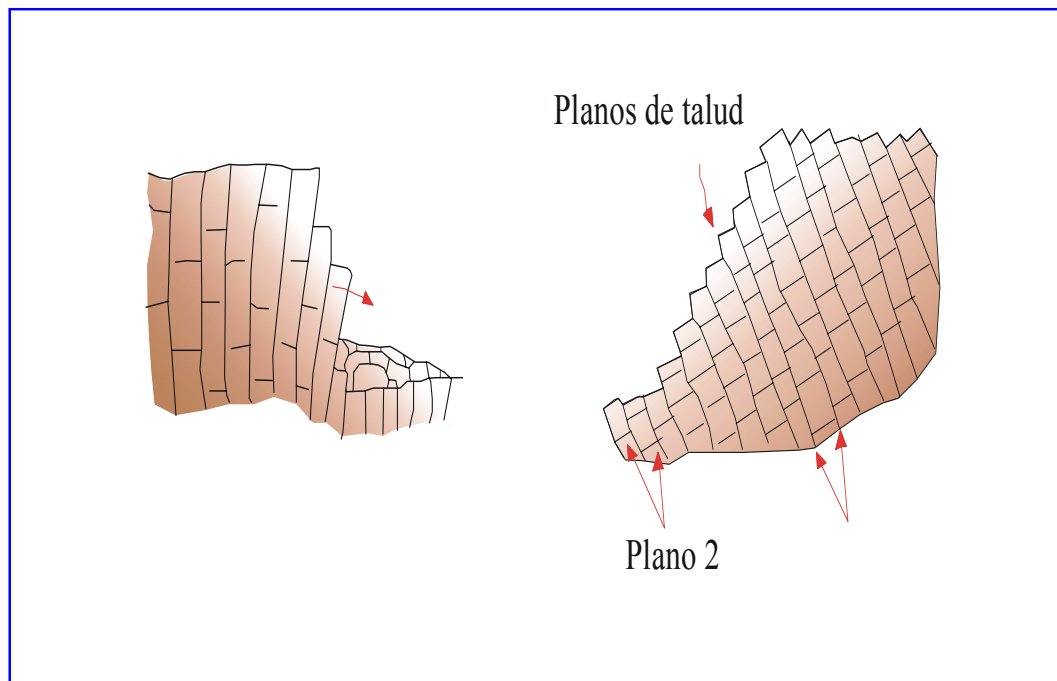


Figura 2.3 Disposición de discontinuidades en rotura por vuelco de bloques

En el caso particular de la rotura planar, el bloque de roca se desliza sobre una superficie de fractura. Es la más simple de las formas de rotura, y se produce cuando existe una discontinuidad dominante en la roca, buzando en sentido desfavorable.

Las condiciones geométricas para la ocurrencia de la falla son las siguientes, tal como lo indican Hoek y Bray [1].

$$1) \quad \phi < \alpha < \beta$$

Donde:

α = ángulo que forma el plano de falla con la horizontal (buzamiento de la discontinuidad)

β = inclinación de la cara del talud con la horizontal

$\phi = \phi_j$ = ángulo de fricción interna del macizo rocoso en la superficie de deslizamiento.

2) El plano de falla debe tener un rumbo aproximadamente paralelo ($\pm 20^\circ$) con relación al plano del talud.

Es importante indicar, tal como lo menciona Salcedo [2], que el término falla es aplicado para este caso en particular en el sentido ingenieril, en lo referente a movimientos o corrimientos del macizo rocoso, y no a fallas geológicas.

Por otra parte, en la condición específica que no se considere el efecto sísmico y la presión de poro, se demuestra analíticamente que la altura crítica del talud corresponde cuando $\alpha=1/2(\beta+\phi)$, y por supuesto cuando $\beta = \pi/2$, se obtiene la bien conocida expresión $\alpha=(\pi/4+ \phi/2)$. Igualmente cuando se diseñan anclajes como sistemas de estabilización puede demostrarse según Barron et al [3],

que el esfuerzo cortante excedente τ_e es un máximo cuando $\alpha = 1/2 (\beta + \phi)$, al

tomar en cuenta $\left[\frac{\partial \tau_e}{\partial \alpha} \right] = 0$.

Para la condición en la cual exista sobrecarga, fuerzas sísmicas y la presión intersticial Ucar [4], determinó recientemente que el valor τ_e es máximo en el caso de deslizamiento planar cuando:

$$\tan(\beta - \alpha) = \left[\frac{\Omega \cdot (\text{sen} \alpha - \cos \alpha \cdot \tan \phi) + k_h \cdot (\cos \alpha + \text{sen} \alpha \cdot \tan \phi) + \Omega_1 \cdot \sec \alpha \cdot \tan \phi}{\Omega \cdot (\cos \alpha + \text{sen} \alpha \cdot \tan \phi) + k_h \cdot (\cos \alpha \cdot \tan \phi - \text{sen} \alpha) + \Omega_1 \cdot \text{sen} \alpha \cdot \tan \phi \cdot \sec^2 \alpha} \right] \quad (2.1)$$

Dicha fórmula expresada en una forma más simple es:

$$\cos \alpha \cdot \text{sen}(\beta + \phi - 2\alpha - \varepsilon) + \tan \alpha \cdot \text{sen}(\beta - \alpha) \cdot \text{sen} \phi \cdot \frac{\psi_1}{K \cdot \psi} = 0$$

Se observa claramente para el caso particular que $H_1 = 0$ ($\psi_1 = 0$) y $K_h = 0$ ($\varepsilon = 0$), el ángulo crítico de falla $\alpha = 1/2 (\beta + \phi)$.

Siendo:

K_h = coeficiente sísmico horizontal

$\Omega = (1 \pm K_v)$ $\therefore K_v$ = coeficiente sísmico vertical

$\Omega_1 = \psi_1 / \psi$

$\psi_1 = \gamma_w H_1^2 / 2$ $\therefore H_1$ = altura del nivel freático (ver figura 2.1)

$\psi = [q \cdot H + \gamma (H^2 - H_1^2) / 2] + \gamma_{\text{sat}} \cdot H_1^2 / 2$, kN/m

H = altura del talud, m

q = sobrecarga, kN/m^2

$$k = \left[k_h^2 + (1 + k_v)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$\tan \varepsilon = \frac{k_h}{(1 + k_v)}$$

γ = peso unitario del macizo rocoso (condición natural), kN/m^3

γ_{sat} = peso unitario saturado, kN/m^3

Los cálculos obtenidos en el presente estudio se basan en que la cuña de roca se considera como un cuerpo rígido, analizándose el sistema de fuerzas aplicando el concepto de equilibrio límite, conjuntamente con el bien conocido criterio de rotura de Mohr- Coulomb

Por otro lado, en el mencionado análisis no se ha tomado en cuenta el efecto del vuelco, es decir no hay momentos que generen rotación del bloque por cuanto se considera que todas las fuerzas pasan por el centro de gravedad de la cuña potencial de falla. En este sentido Hoek y Bray [1] estiman que el error es pequeño al ignorar los momentos, sin embargo los mencionados autores juzgan conveniente que el análisis de estabilidad en taludes rocosos con fuertes pendientes y planos de discontinuidad con buzamiento elevados, se deber aplicar la condición de momentos.

En relación a las fallas por vuelco previamente mencionadas, se presentan en taludes con planos de discontinuidades que tienen buzamiento muy grande en sentido contrario al frente del talud.

De acuerdo a Ayala et al [5] en muchos casos se aprecia la existencia de otra familia de discontinuidades de buzamiento muy suave en el mismo sentido que el talud y aproximadamente perpendicular a la otra discontinuidad previamente mencionada, demarcando los bloques y configurando la superficie de deslizamiento basal por donde ocurre la rotación o deslizamiento.

El movimiento comprende el vuelco (toppling) de bloques de rocas que tratan de doblarse y caer por su propio peso, conjuntamente con los empujes debidos a otros bloques inestables.

La estabilidad puede mejorarse utilizando anclajes en una determinada dirección lográndose minimizar la fuerza del tirante.

Finalmente es necesario mencionar aunque sea brevemente, la rotura circular (ver figura 2.4), la cual se caracteriza por aproximarse bastante bien a una superficie cilíndrica cuya sección transversal se asemeja a un arco de círculo. Esta clase de deslizamiento ocurre con frecuencia en suelos o macizos rocosos altamente fracturados sin direcciones predominantes de los planos de discontinuidad.

Adicionalmente debe cumplirse que las partículas de suelo o roca deben tener un tamaño muy pequeño en comparación con las dimensiones del talud.

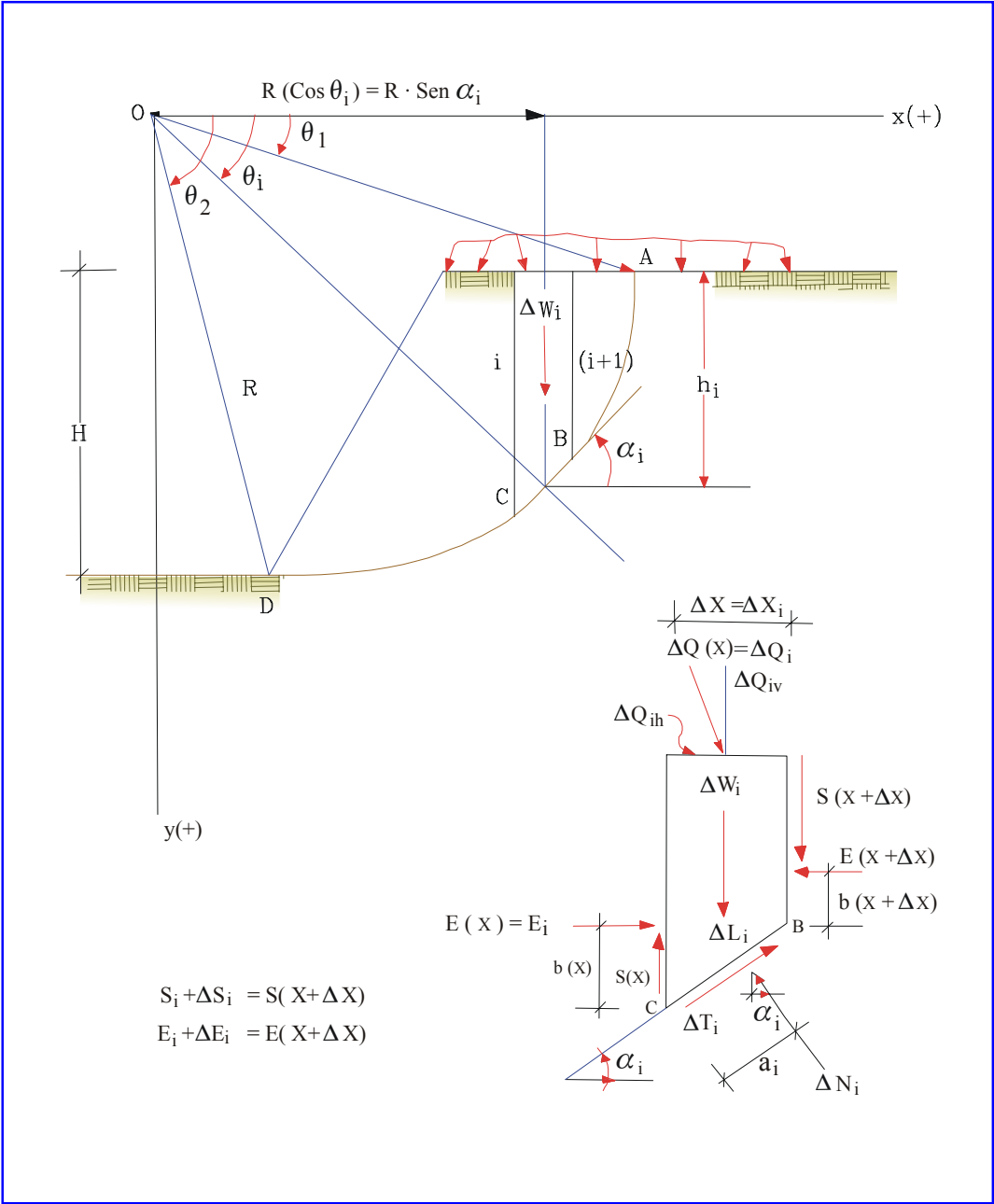


Figura 2.4 Rotura Circular

2.3. DESARROLLO ANALITICO - ROTURA PLANAR

A continuación se describe el procedimiento para determinar la superficie crítica de deslizamiento y el mínimo coeficiente de seguridad al tomar en cuenta el peso de la cuña W_T , las fuerzas sísmicas F_h y F_v , conjuntamente con la resultante U de las presiones intersticiales que actúan sobre la superficie potencial de rotura, la sobrecarga q y los parámetros $C = C_j$ y $\phi = \phi_j$ que gobiernan la resistencia al corte en el plano de discontinuidad.

Dichas fuerzas pueden expresarse como sigue:

$$\left. \begin{aligned} \text{Fuerza Sísmica Horizontal} &= F_h = m \cdot a_h = \frac{W_T}{g} a_h = W_T \cdot k_h \\ \text{Fuerza Sísmica Vertical} &= W_T \cdot k_v \end{aligned} \right\} \quad (2.2)$$

Adicionalmente $k_h = \frac{a_h}{g}$ y $k_v \approx \frac{1}{2}k_h$ a $\frac{3}{4}k_h$ (dependiendo de la distancia epicentral)*

$$U = \frac{H_1^2}{2} \gamma_w (\cot \alpha - \cot \beta) \sec \alpha$$

U = Fuerza total debida al agua actuando sobre el plano de discontinuidad

$$U = \psi_1 (\cot \alpha - \cot \beta) \sec \alpha = \psi_1 \cdot \left[\frac{\text{sen}(\beta - \alpha)}{\text{sen} \alpha \cdot \text{sen} \beta} \right] \sec \alpha \quad (2.3)$$

* A. Malaver (1995), "Sismos Destruidores en Venezuela en el Período 1970-1990", Instituto de Materiales y Modelos Estructurales, Universidad Central de Venezuela, Vol. 33, No. 3, pp. 25-34.

$$\text{Siendo } \psi_1 = \frac{\gamma_w \cdot H_1^2}{2} \quad (2.4)$$

El peso total de la cuña de falla de acuerdo a la figura (2.1) es:

$$W_T = \frac{\gamma_{sat}}{2} \cdot H_1^2 (\cot \alpha - \cot \beta) + \frac{1}{2} (\overline{AD} + \overline{BC}) \cdot (H - H_1) \gamma + q \cdot H (\cot \alpha - \cot \beta) \quad (2.5)$$

Observándose además que:

$$\overline{AD} = H_1 (\cot \alpha - \cot \beta) \quad \text{y} \quad \overline{BC} = H (\cot \alpha - \cot \beta) \quad (2.6)$$

Sacando factor común a $(\cot \alpha - \cot \beta) = \frac{\text{sen}(\beta - \alpha)}{\text{sen} \beta \cdot \text{sen} \alpha}$, resulta:

$$W_T = (\cot \alpha - \cot \beta) \cdot \left\{ \frac{\gamma_{sat}}{2} \cdot H_1^2 + \frac{1}{2} \cdot (H^2 - H_1^2) \gamma + q \cdot H \right\} \quad (2.7)$$

$$W_T = \frac{\text{sen}(\beta - \alpha)}{\text{sen} \beta \cdot \text{sen} \alpha} \cdot \left\{ \frac{\gamma_{sat}}{2} \cdot H_1^2 + \frac{1}{2} \cdot (H^2 - H_1^2) \gamma + q \cdot H \right\}$$

Es decir:

$$W_T = \left[\frac{\text{sen}(\beta - \alpha)}{\text{sen} \beta \cdot \text{sen} \alpha} \right] \cdot \psi \quad (2.8)$$

Siendo:

$$\psi = \frac{\gamma_{sat}}{2} \cdot H_1^2 + \frac{1}{2} \cdot (H^2 - H_1^2) \gamma + q \cdot H, \text{ kN/ m (Factor de peso)} \quad (2.9)$$

Al aplicar la condición de equilibrio, se obtiene:

$$\Sigma F_n = 0 \implies N + U - R \cdot \cos(\alpha + \varepsilon) = 0 \quad (2.10)$$

$$\Sigma F_t = 0 \implies T - R \cdot \sin(\alpha + \varepsilon) = 0 \quad (2.11)$$

A través de la figura (2.5) la inclinación (ε) que forma la resultante (R) con la vertical se determina mediante la fórmula:

$$\tan \varepsilon = \frac{k_h}{(1 + k_v)} \quad (2.12)$$

A la vez, la expresión que define el coeficiente de seguridad al aplicar el criterio de rotura de Mohr-Coulomb es:

$$FS = \frac{\frac{C \cdot H}{\sin \alpha} + N \cdot \tan \phi}{T} = \frac{\text{Fuerza máxima resistente}}{\text{Fuerza movilizada}} = \frac{\lambda_1}{\lambda_3} \quad (2.13)$$

Al sustituir (2.10) y (2.11) en (2.13) resulta:

$$FS = \frac{\frac{C.H}{\text{sen}\alpha} + [R \cos(\alpha + \varepsilon) - U] \cdot \tan \phi}{R \text{sen}(\alpha + \varepsilon)} = \frac{\lambda_1}{\lambda_3} \quad (2.14)$$

Siendo R la resultante de las fuerzas actuantes

$$R^2 = W_T^2 \left[k_h^2 (1 + k_v)^2 \right] \quad (2.15)$$

$$R = W_T \cdot \sqrt{k_h^2 + (1 + k_v)^2} = W_T \cdot k \quad (2.16)$$

$$k = \left[k_h^2 + (1 + k_v)^2 \right]^{1/2} \quad (2.17)$$

$C = C_j$, es la cohesión, o resistencia al corte cuando tensión normal es nula, medida en el plano de discontinuidad.

Al dividir por R la ecuación (2.14), se obtiene:

$$FS = \frac{\left(\frac{C.H}{R \text{sen}\alpha} \right) + \left[\cos(\alpha + \varepsilon) - \frac{U}{R} \right] \tan \phi}{\text{sen}(\alpha + \varepsilon)} \quad (2.18)$$

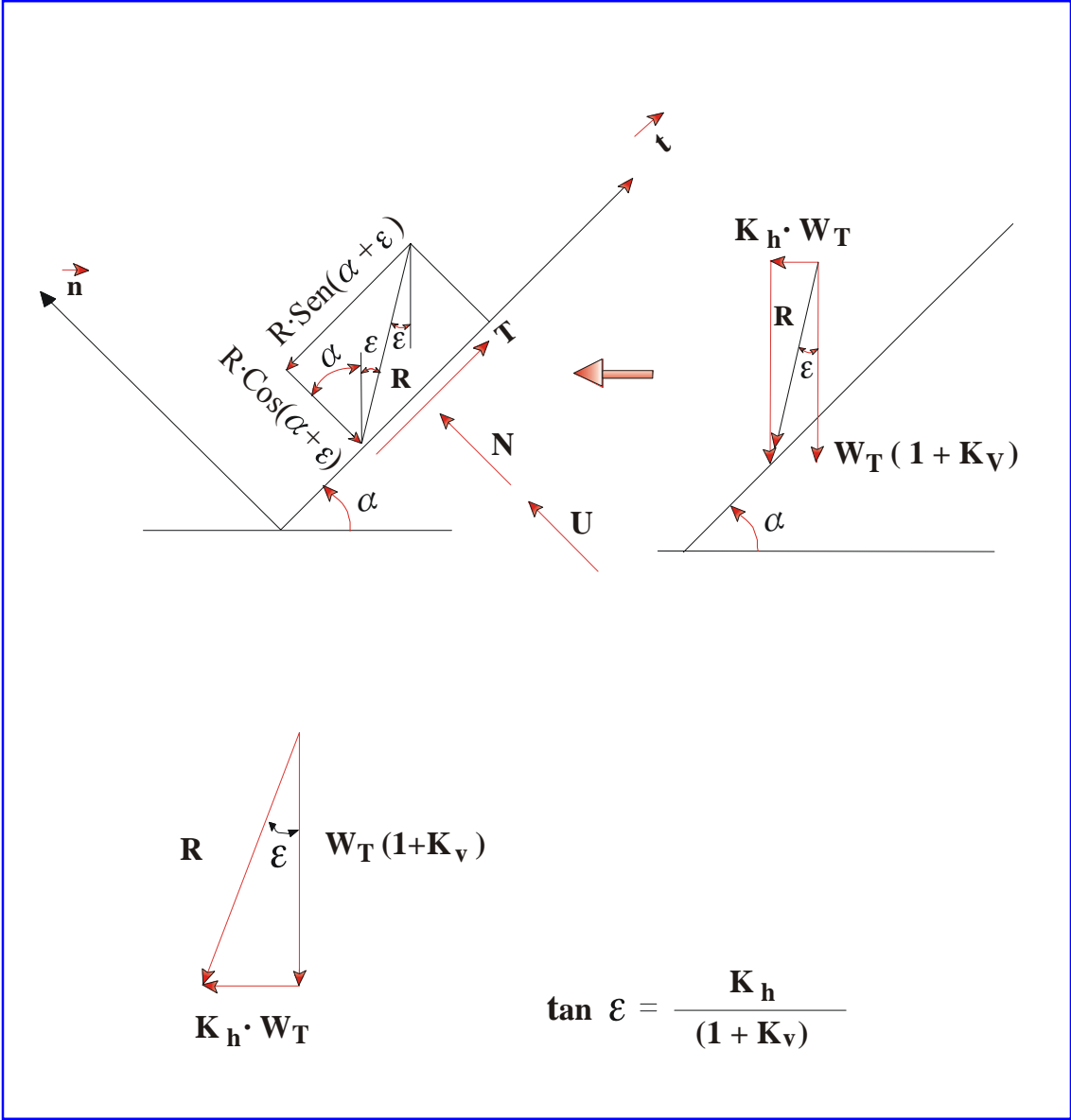


Figura 2.5 Fuerzas sísmicas actuando sobre la superficie potencial de rotura

Al reemplazar (2.8) en (2.16) queda:

$$R = \left[\frac{\text{sen}(\beta - \alpha)}{\text{sen } \beta \cdot \text{sen } \alpha} \right] \cdot \psi \cdot k \quad (2.19)$$

Por otro lado, como previamente se ha indicado, la fuerza debida al agua corresponde:

$$U = \left[\frac{\text{sen}(\beta - \alpha)}{\text{sen } \beta \cdot \text{sen } \alpha} \right] \cdot \text{sec } \alpha \cdot \psi_1 \quad (2.20)$$

y

$$\psi_1 = \frac{\gamma_w \cdot H_1^2}{2} \quad (\text{Factor debido al agua}) \quad (2.21)$$

Reemplazando R y U/R en la ecuación (2.18) se obtiene:

$$FS = \frac{\frac{C.H \text{ sen } \beta}{\text{sen}(\beta - \alpha) \cdot \psi \cdot k} + \left[\cos(\alpha + \varepsilon) - \text{sec } \alpha \cdot \frac{\psi_1}{k \cdot \psi} \right] \tan \phi}{\text{sen}(\alpha + \varepsilon)} \quad (2.22)$$

Llamando:

$$k_1 = \frac{\psi_1}{k \cdot \psi} \quad \text{y} \quad k_2 = \frac{C.H}{\psi.k} \cdot \text{sen } \beta$$

La ecuación anterior se transforma:

$$FS = \frac{\frac{k_2}{\text{sen}(\beta - \alpha)} + [\cos(\alpha + \varepsilon) - k_1 \cdot \text{sec } \alpha] \cdot \tan \phi}{\text{sen}(\alpha + \varepsilon)} \quad (2.23)$$

En este punto es importante resaltar, tal como lo menciona Salcedo [6], que al analizar la estabilidad de taludes en macizos rocosos, es fundamental caracterizar la roca en función de los factores geológicos y los procedimientos de campo conjuntamente con los ensayos de laboratorio, tales como las pruebas de corte directo a lo largo de las discontinuidades.

Adicionalmente es primordial entender los criterios de resistencia al corte bajo el entorno de esfuerzos establecidos, definiendo a la vez los mecanismos de rotura para la utilización de los métodos de análisis correspondientes.

Este análisis detallado permitirá conocer:

- a) La resistencia al corte de las discontinuidades planas lisas.
- b) La resistencia al corte de las discontinuidades rugosas.
- c) La resistencia al corte de discontinuidades rellenas de suelo.

En la práctica, lo importante es determinar la resistencia al cizallamiento del macizo rocoso, tomando en cuenta que la rotura se producirá en un gran porcentaje a través de estructuras geológicas o planos de debilidad, y en otra parte menor por los "puentes de roca" que producirán una cohesión.

La determinación de esta cohesión dependerá del número de familias que presentan planos de fracturas y su continuidad, la cual es fundamental y difícil de determinar.

Muchas veces juega un papel preponderante el criterio y la experiencia, y la ayuda en muchos casos de un análisis regresivo o retrospectivo en taludes fallados.

Por otro lado, existen también procedimientos que permiten cuantificar en una forma aproximada su resistencia sin efectuar ensayos de corte en el macizo rocoso, válidos para cálculos de estabilidad de taludes, considerándolos globalmente en toda su extensión, permitiendo así calcular los parámetros que gobiernan la resistencia al corte $C = C_j$ y $\phi = \phi_j$.

Estos métodos son empíricos y su forma de aplicación para caracterizar la roca en el campo es sencilla a través de los índices de calidad de la roca basados en la

clasificación geomecánica, tales como el índice RMR (rock Mass Rating) de Bieniawski [7], del South Council for Scientific and Industrial Research, y el índice Q de Barton, et al [8], del Norwegian Geotechnical Institute.

Recientemente Hoek y Brown [9] han desarrollado una metodología para calcular gráficamente la resistencia al corte en macizos rocosos a través del índice GSI (Geological Strength Index) y los parámetros m y s del bien conocido criterio de rotura propuesto por lo mencionados investigadores [10], en el cual determinan los parámetros de corte equivalentes C y ϕ (ver apéndice A).

A la vez Ucar [11] explica en dicho apéndice un procedimiento analítico con la finalidad de obtener con mayor exactitud los parámetros equivalentes y por ende la resistencia al cizallamiento de la roca para un conocido campo de tensiones utilizando la envolvente de falla no lineal obtenida por Ucar [12] conjuntamente con el criterio empírico de rotura de Hoek y Brown [10].

Cabe destacar, que todas las clasificaciones geomecánicas determinan la calidad de la roca dividiéndola en dominios estructurales, es decir, en sectores delimitados por discontinuidades geológicas, dentro de las cuales la estructura puede considerarse aproximadamente homogénea.

La estructura del macizo toma en cuenta el conjunto de fallas, diaclasas, pliegues, foliación y demás defectos mecánicos que caracterizan una determinada región, en la que existen geológicamente diferentes dominios estructurales claramente definidos y diferenciados entre sí.

En este sentido, se recomienda leer los libros “Discontinuity Analysis for Rock Engineering” por S. Priest [13] y “Mohr Circles, Stress Paths and Geotechnics por R. Parry [14].

Igualmente dos artículos presentados por A. Palmstrøm [15] sobre caracterización de macizos rocosos empleando el índice de masa rocosa R_{Mi} (The Rock Mass Index). En resumen los parámetros involucrados en las fórmulas (2.22) y (2.23) se especifican en la tabla anexa:

TABLA No. 2.1

PARAMETROS INVOLUCRADOS PARA DETERMINAR (FS)

$$k = \left[k_h^2 + (1 + k_v)^2 \right]^{1/2}, \quad R = W_T \cdot k$$

$$\psi_1 = \frac{\gamma_w \cdot H_1^2}{2}, \quad W_T = \left[\frac{\text{sen}(\beta - \alpha)}{\text{sen} \beta \cdot \text{sen} \alpha} \right] \cdot \psi, \quad k_1 = \frac{\psi_1}{k \cdot \psi}$$

$$\psi = \left\{ \frac{\gamma_{sat}}{2} \cdot H_1^2 + \frac{1}{2} (H^2 - H_1^2) \gamma + q \cdot H \right\}, \quad k_2 = \frac{C \cdot H}{\psi \cdot k} \text{sen} \beta$$

$$\tan \varepsilon = \frac{k_h}{(1 + k_v)}, \quad K_v = \text{negativo cuando la fuerza sísmica es hacia arriba}$$

La ecuación (2.23) puede también expresarse de la forma siguiente:

$$FS = \frac{k_2}{\text{sen}(\beta - \alpha) \cdot \text{sen}(\alpha + \varepsilon)} + \frac{\tan \phi}{\tan(\alpha + \varepsilon)} - k_1 \cdot \tan \phi \frac{\sec \alpha}{\text{sen}(\alpha + \varepsilon)} \quad (2.24)$$

El mínimo factor de seguridad se obtendrá al considerar $\frac{\partial FS}{\partial \alpha} = 0$, es decir:

$$\begin{aligned} & \frac{-k_2 \cdot [\cos(\alpha + \varepsilon) \text{sen}(\beta - \alpha) - \text{sen}(\alpha + \varepsilon) \cos(\beta - \alpha)]}{\text{sen}^2(\beta - \alpha) \cdot \text{sen}^2(\alpha + \varepsilon)} - \frac{\tan \phi \cdot \sec^2(\alpha + \varepsilon)}{\tan^2(\alpha + \varepsilon)} \\ & - k_1 \tan \phi \cdot \left[\frac{\sec \alpha \cdot \tan \alpha \cdot \text{sen}(\alpha + \varepsilon) - \sec \alpha \cos(\alpha + \varepsilon)}{\text{sen}^2(\alpha + \varepsilon)} \right] = 0 \end{aligned} \quad (2.25)$$

Al simplificar y considerando que:

$$[\cos(\alpha + \varepsilon) \cdot \text{sen}(\beta - \alpha) - \text{sen}(\alpha + \varepsilon) \cdot \cos(\beta - \alpha)] = \{ \text{sen}[(\beta - \alpha) - (\alpha + \varepsilon)] = \text{sen}(\beta - 2\alpha - \varepsilon) \}$$

Resulta:

$$\frac{-k_2 \cdot \text{sen}(\beta - 2\alpha - \varepsilon)}{\text{sen}^2(\beta - \alpha) \cdot \text{sen}^2(\alpha + \varepsilon)} - \frac{\tan \phi}{\cos^2(\alpha + \varepsilon) \cdot \frac{\text{sen}^2(\alpha + \varepsilon)}{\cos^2(\alpha + \varepsilon)}} -$$

$$k_1 \cdot \tan \phi \cdot \sec \alpha \cdot \left[\frac{\tan \alpha \cdot \text{sen}(\alpha + \varepsilon) - \cos(\alpha + \varepsilon)}{\text{sen}^2(\alpha + \varepsilon)} \right] = 0 \quad (2.26)$$

$$-\frac{k_2 \cdot \text{sen}(\beta - 2\alpha - \varepsilon)}{\text{sen}^2(\beta - \alpha)} - \tan \phi - k_1 \cdot \tan \phi \sec \alpha \left[\frac{\text{sen} \alpha}{\cos \alpha} \text{sen}(\alpha + \beta) - \cos(\alpha + \varepsilon) \right] = 0$$

(2.27)

Quedando finalmente:

$$\left\{ \frac{k_2 \cdot \text{sen}(\beta - 2\alpha - \varepsilon)}{\text{sen}^2(\beta - \alpha)} + k_1 \cdot \tan \phi \cdot \sec^2 \alpha \cdot [\text{sen}(\alpha + \varepsilon) \cdot \text{sen} \alpha - \cos(\alpha + \varepsilon) \cdot \cos \alpha] + \tan \phi \right\} = 0$$

(2.28)

$$\frac{k_2 \text{sen}(\beta - 2\alpha - \varepsilon)}{\text{sen}^2(\beta - \alpha)} + \tan \phi - k_1 \tan \phi \sec^2 \alpha \cos(2\alpha + \varepsilon) = 0$$

(2.29)

2.3.1.- Aplicación Práctica

Ejemplo No. 1

Se desea calcular el factor de seguridad de una excavación en roca, en función de sus características geométricas y parámetros resistentes, considerando además los siguientes factores determinantes en la estabilidad del macizo rocoso como son la presiones intersticiales actuando sobre el plano potencial de deslizamiento, la sobrecarga y el efecto sísmico.

$$H = 30,00 \text{ m}$$

$$H_1 = 20,00 \text{ m}$$

$$\beta = 76^\circ$$

$$\phi = \phi_j = 30^\circ$$

$$C = C_j = 295 \text{ kN/m}^2$$

} Parámetros de corte minorados

$$\gamma = 24 \text{ kN/m}^3$$

$$\gamma_{\text{sat}} = 25 \text{ kN/m}^3$$

$$q = 300 \text{ kN/m}^2$$

$$K_h = 0,20 \quad \text{y} \quad K_v = 0,10$$

En el diseño de taludes, estructuras de retención y en los diferentes proyectos de obras de tierra es práctica común que los parámetros de corte deben ser reducidos mediante un factor de minoración tal como lo menciona Recommendations Clouterre[16].

En estas condiciones la resistencia al corte toma la forma:

$$\tau_{\alpha} = \frac{C}{\Gamma_c} + \sigma_n \cdot \frac{\tan \phi}{\Gamma_{\phi}}$$

Los factores parciales de seguridad recomendados según el Project Clouterre son:

$$\left. \begin{array}{l} \Gamma_c = 1,50 \\ \Gamma_{\phi} = 1,30 \end{array} \right\}$$

Las razones de tomar en cuenta estos factores de minoración son:

1. La existencia de desigualdades importantes entre los parámetros resistentes del suelo o roca en la zona en estudio.

2. Evitar cualquier consecuencia perjudicial para la estructura, como resultado que un sector del terreno se determinen resistencias locales inferiores al compararse con los valores característicos del material.
3. La resistencia al corte de la masa de suelo o roca es extremadamente sensitiva a los parámetros de corte, es especial la cohesión.

A través de la tabla No. 2.1 se obtiene:

$$K = 1.1180,00$$

$$K_1 = 0,0894$$

$$K_2 = 0,3840$$

$$\psi_1 = 2.000,00 \text{ kN/m,}$$

$$\varepsilon = 10,30^\circ$$

$$\psi = 20.000,00 \text{ kN/m}$$

Al utilizar la ecuación (2.29) la inclinación del plano más crítico es $\alpha \cong 45,00^\circ$, y el correspondiente mínimo factor de seguridad considerando la fórmula (2.23) es $FS=1,22$.

Igualmente, a través de la figura (2.6) se aprecia la variación del factor de seguridad en función del ángulo potencial de falla α , utilizando los parámetros arriba indicados conjuntamente con la ecuación (2.23), obteniéndose nuevamente que $(FS)_{\text{mínimo}} = 1,22$ cuando $\alpha = 45^\circ$.

Por otro lado las figuras (2.7) y (2.8) muestran la variación de FS en función de β y H, considerando el caso particular que la inclinación del plano de falla (α) permanece constante.

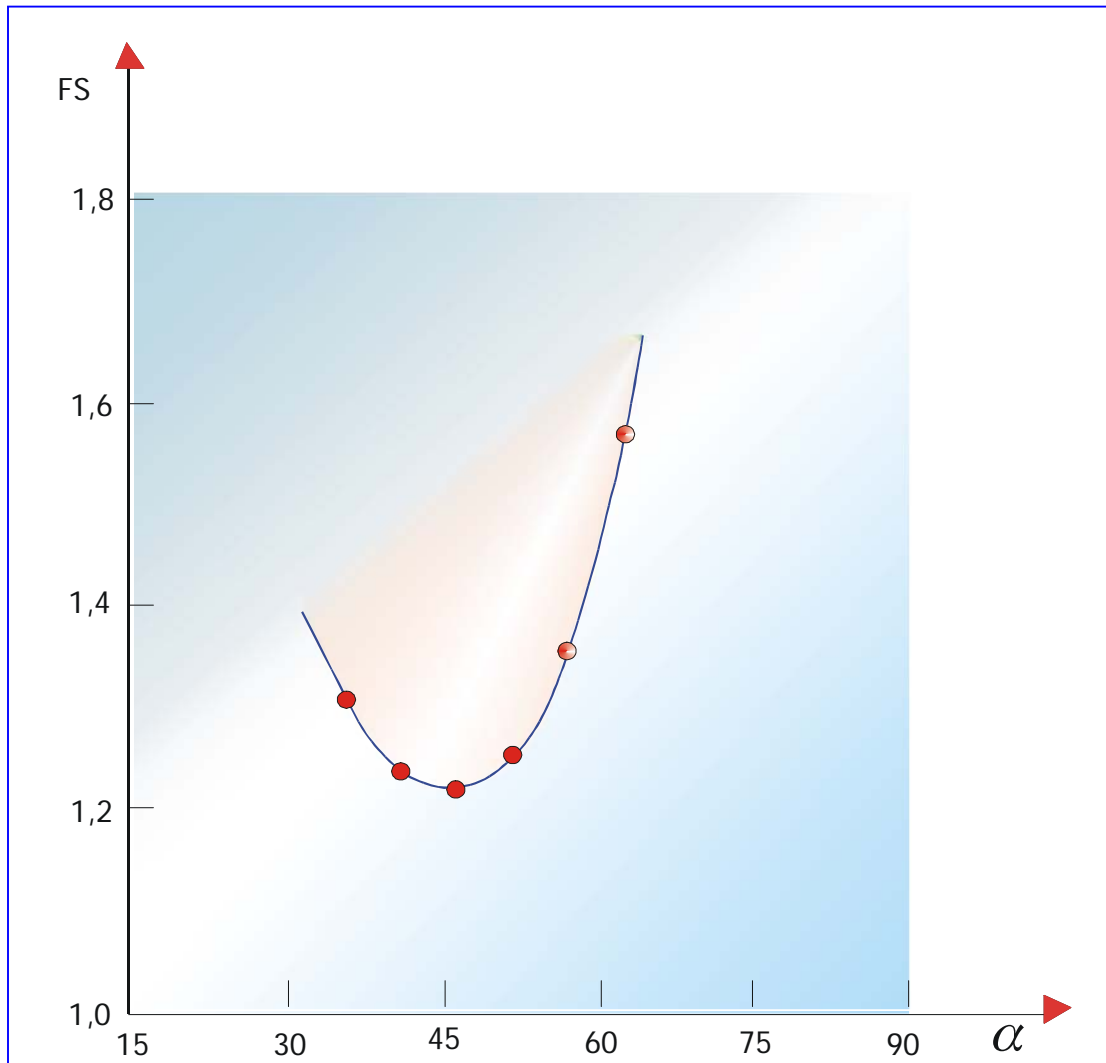


Figura 2.6 Variación del factor de seguridad (FS) en función de la inclinación del plano de falla

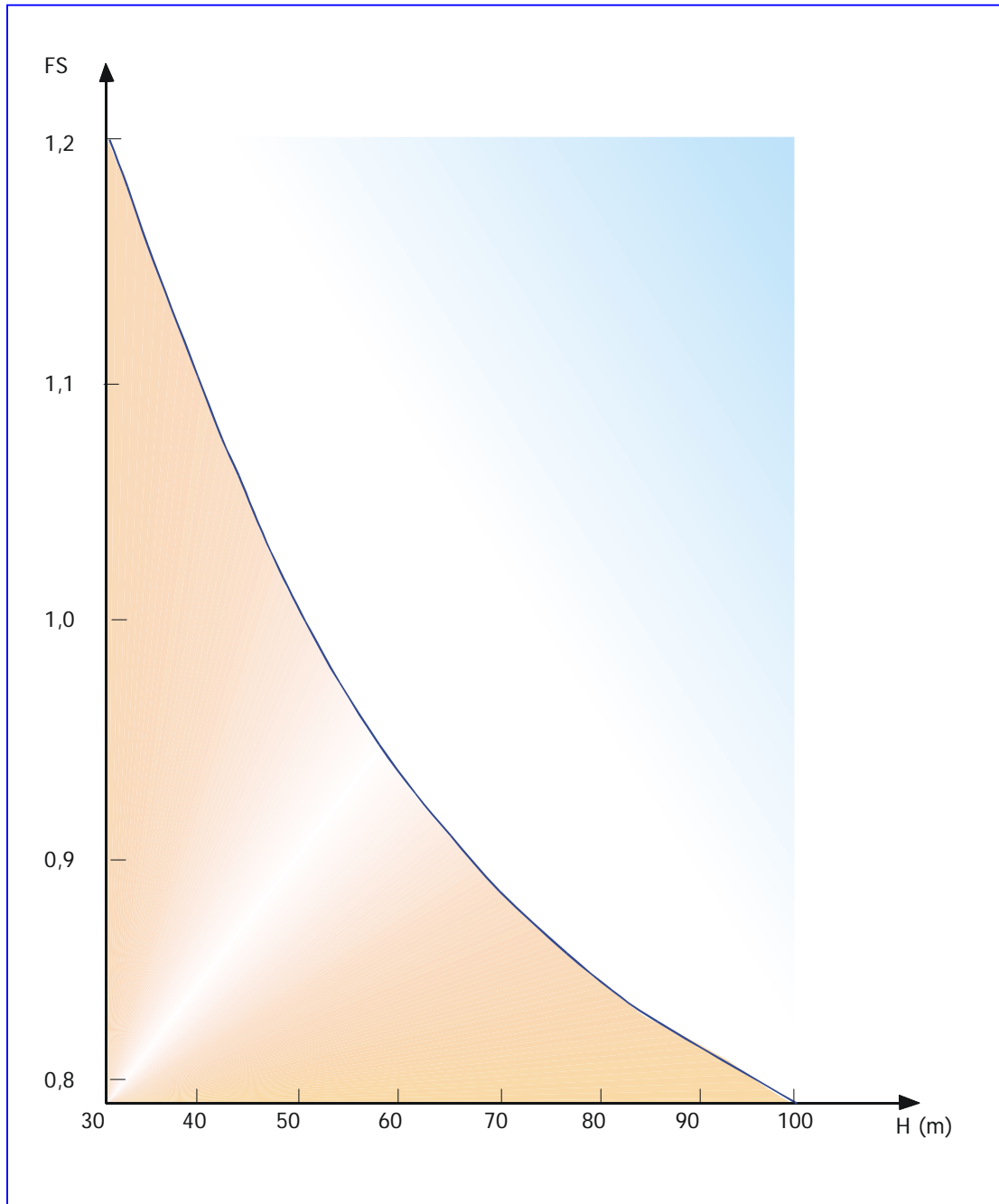


Figura 2.7 Variación del factor de seguridad (FS) en función de la altura del talud (H), considerando que la inclinación del plano de rotura α es constante.

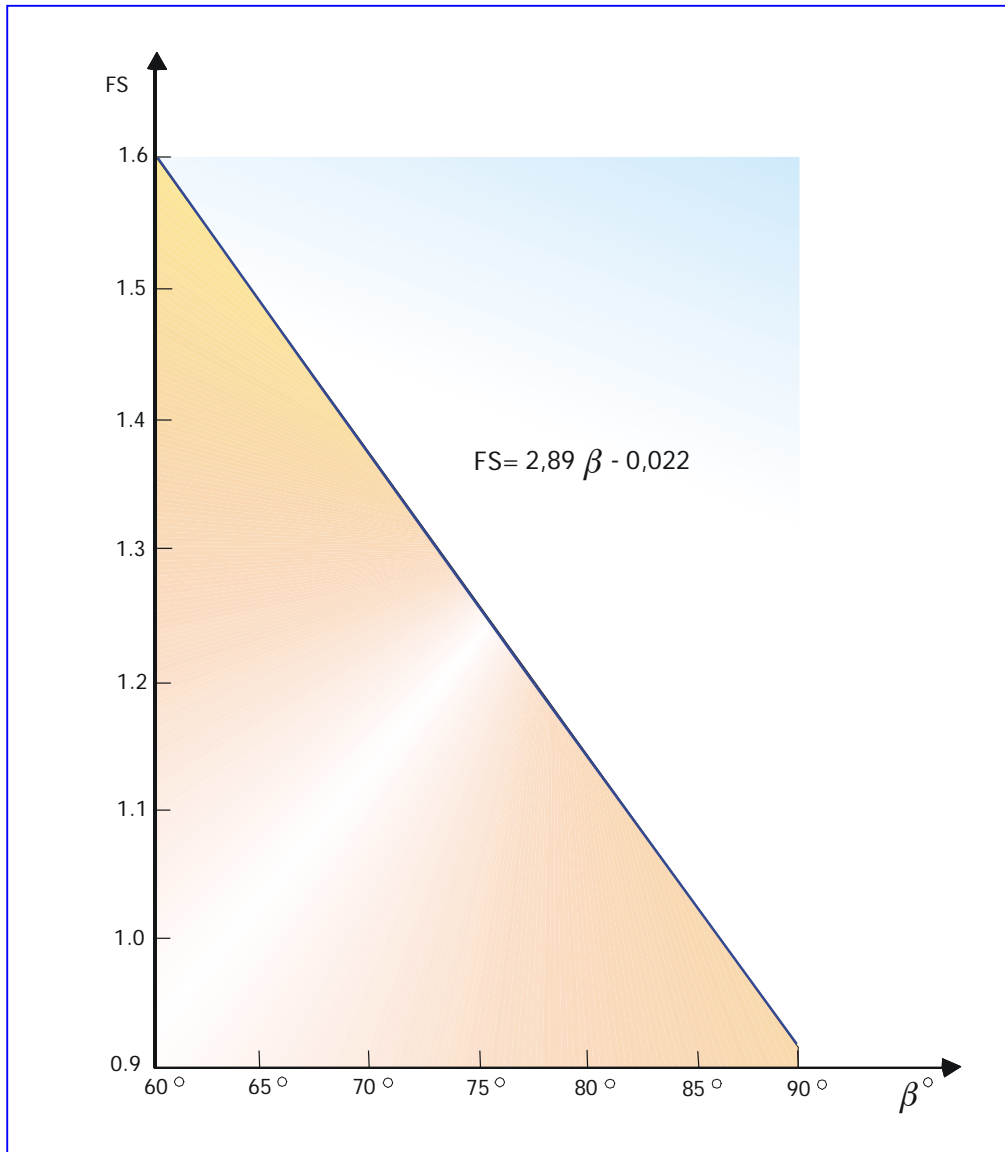


Figura 2.8 Variación del factor de seguridad (FS) en función de la inclinación del talud β , considerando que el ángulo del plano de rotura α es constante.

Ejemplo No. 2

Consideremos una sección de un talud en un importante tramo vial en el que aflora una roca arenisca la cual se caracteriza por presentar los siguientes valores:

$$H = 30,00 \text{ m} , \quad H_1 = 0,00 \text{ m}$$

$$\beta = 76^\circ , \quad \text{talud } 1/4: 1(\text{v})$$

$$\gamma = 25,00 \text{ kN/m}^3$$

$$\gamma_{\text{sat}} = 26,50 \text{ KN/m}^3$$

$$q = 0$$

$$C = C_j = 200,00 \text{ KN/m}^2$$

$$\phi = \phi_j = 35,00^\circ$$

$$K_h = 0,30 \quad \text{y}$$

$K_v = - 0,15$ (La fuerza sísmica vertical tiende a levantar la cuña potencial de falla, es decir está dirigida hacia arriba en el sentido positivo del eje de las ordenadas).

Tomando en cuenta dichos parámetros, y utilizando nuevamente la tabla (2.1), resulta:

$$K = \left[K_h^2 + (1 + K_v)^2 \right]^{1/2} = \left[0,3^2 + 0,85^2 \right] = 0,90$$

$$\psi = \frac{\gamma H^2}{2} = 11.250,00 \text{ kN / m}$$

Adicionalmente no se ha considerado la sobrecarga ($q = 0$) y la altura del nivel freático ($H_1 = 0$), por lo tanto se obtiene:

$$\psi_1 = \frac{\gamma_w H_1^2}{2} = 0$$

$$k_1 = \frac{\psi_1}{K \psi} = 0$$

$$k_2 = \frac{C.H}{\psi K} \text{sen}\beta = \frac{200,00 \text{ kN/m}^2 \cdot 30,00\text{m}}{11.250,00 \text{ kN/m} \cdot 0,90} \cdot \text{sen}76^\circ = 0,5750$$

Utilizando las ecuaciones (2.29) y (2.24) los valores de la inclinación del plano de falla más crítico y el mínimo factor de seguridad son respectivamente:

$$\alpha = \alpha_{\text{crítico}} = 40,44^\circ$$

$$(\text{FS}) = (\text{FS})_{\text{mínimo}} = 1,55 \text{ (estable)}$$

Nuevamente, otro de los aspectos que es necesario analizar, es la variación del factor de seguridad con respecto al ángulo α al aplicar la ecuación 2.23

Así, manteniendo todos los demás factores constantes y dándole diferentes valores a α , se obtiene la figura (2.9) con su respectiva tabla de datos, en el que se aprecia que el mínimo factor de seguridad, para este caso, corresponde al ángulo (α) crítico previamente calculado.

Del mismo modo, mediante gráficos, también es posible investigar la variación del coeficiente de seguridad mínimo (FS_{\min}) en función de los factores H , β , C , K y H_1 , ver figuras (2.9), (2.10), (2.11), (2.12), (2.13) y (2.14) en donde se observa que los parámetros antes mencionados no afectan en igual medida a la estabilidad del macizo rocoso, notándose una mayor sensibilidad del factor de seguridad ante la variación de la altura del talud (H), de la cohesión del macizo rocoso ($C = C_j$) y del ángulo de inclinación de la cara del talud (β).

También otra de las acotaciones que podemos hacer en relación con los gráficos son las siguientes:

- a) Al disminuir la cohesión, se aprecia un aumento de α y el correspondiente descenso del factor de seguridad (ver gráfico No. 2.12).
- b) De manera diferente es el comportamiento en el gráfico No. 2.10, en el cual se observa que al aumentar H se eleva el valor de α y disminuye el coeficiente de seguridad.
- c) En la figura (2.11) existe una relación prácticamente lineal entre FS y β , y como era de esperar al aumentar β se incrementa α , y por ende disminuye el factor de seguridad FS .

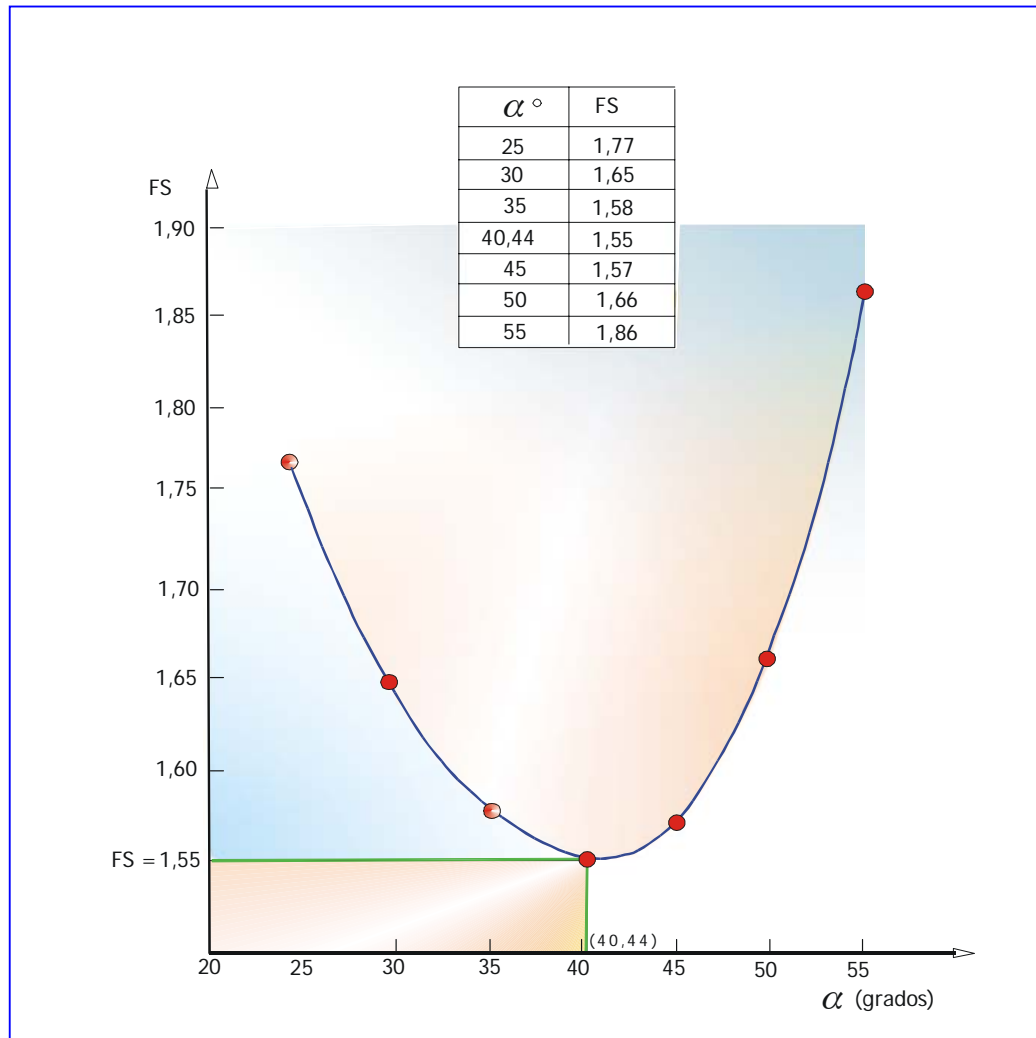


Figura 2.9 Variación del factor de seguridad en función del ángulo potencial de deslizamiento

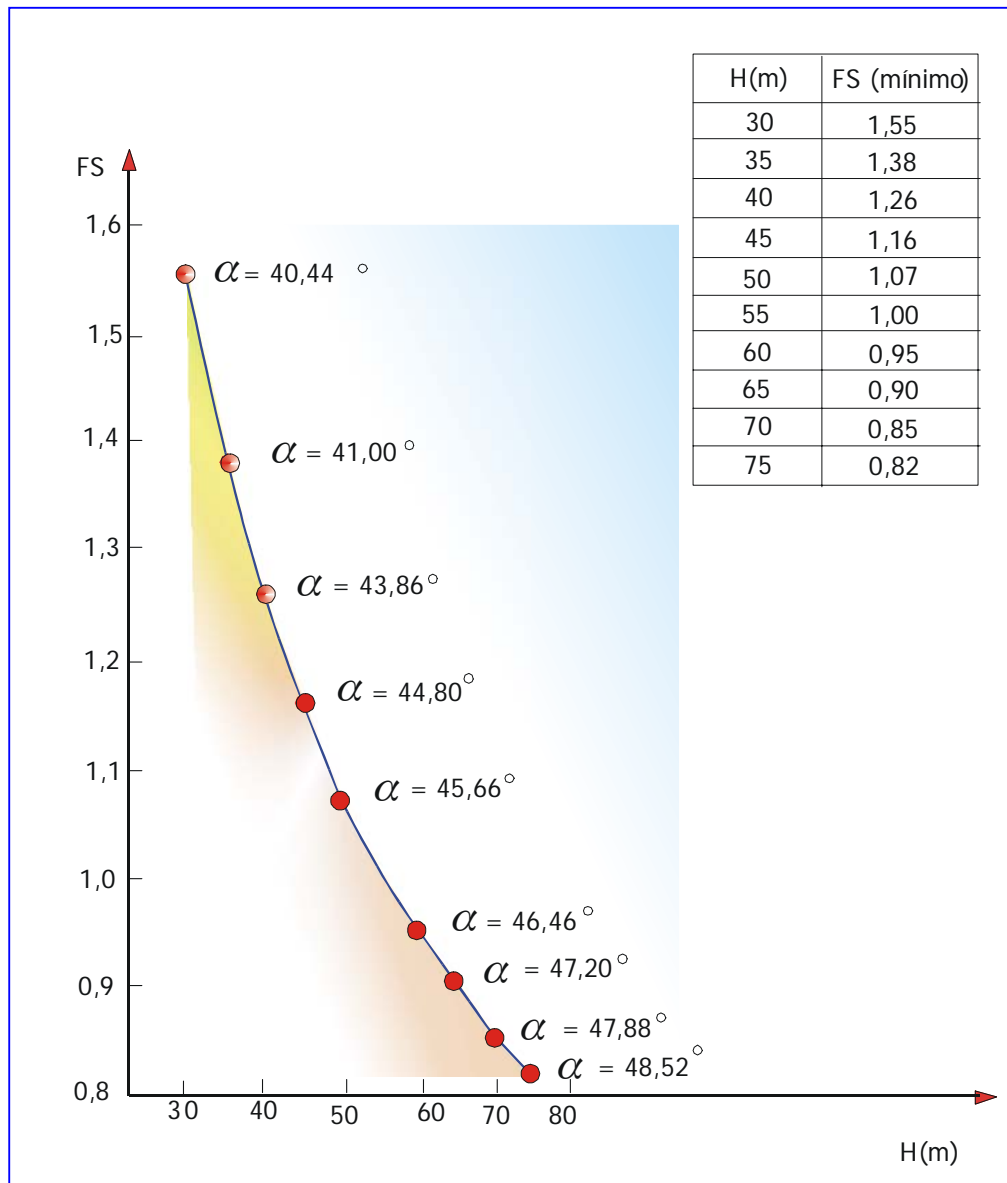


Figura 2.10 Variación del mínimo factor de seguridad en función de la altura del talud

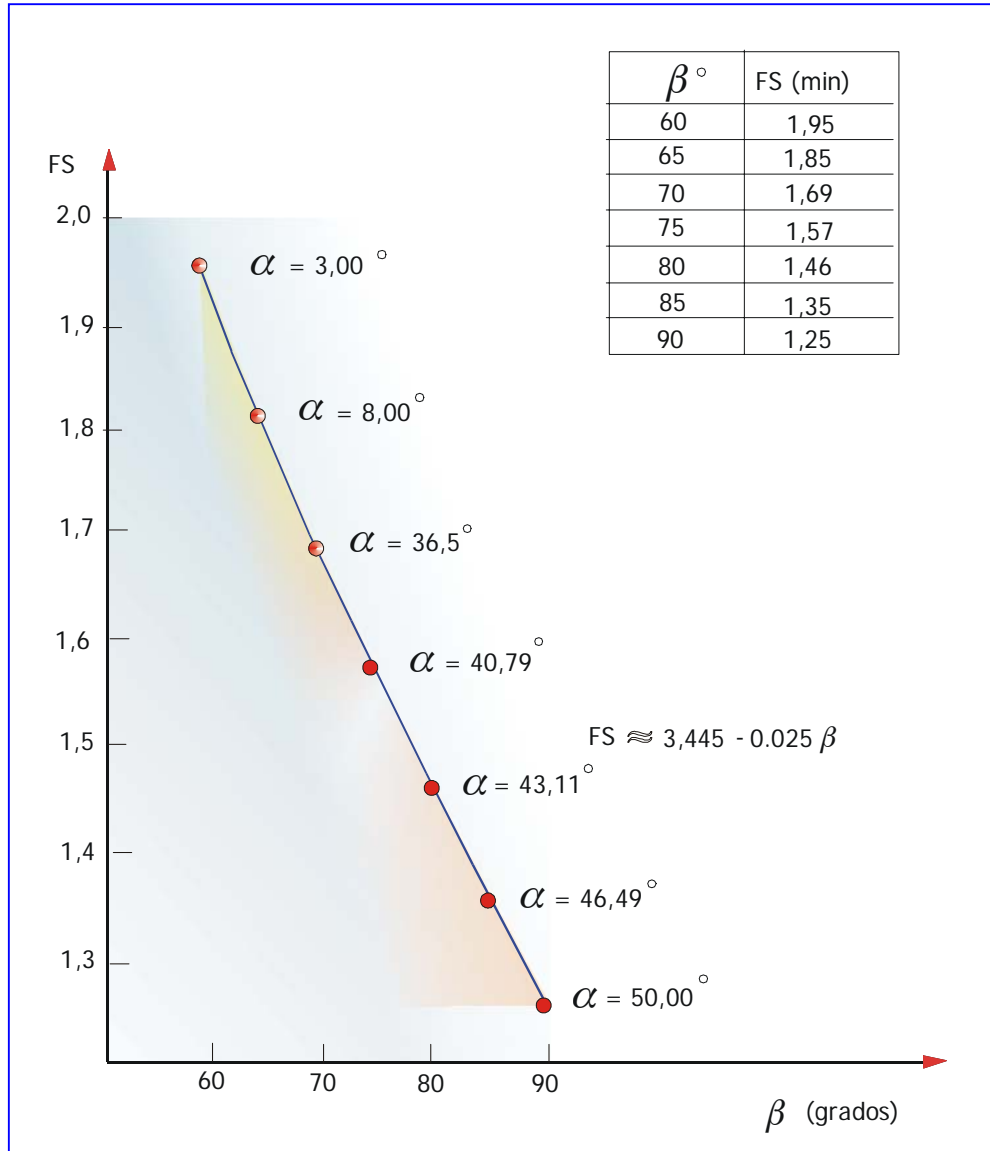


Figura 2.11 Variación del mínimo factor de seguridad en función del ángulo de inclinación de la cara del talud β

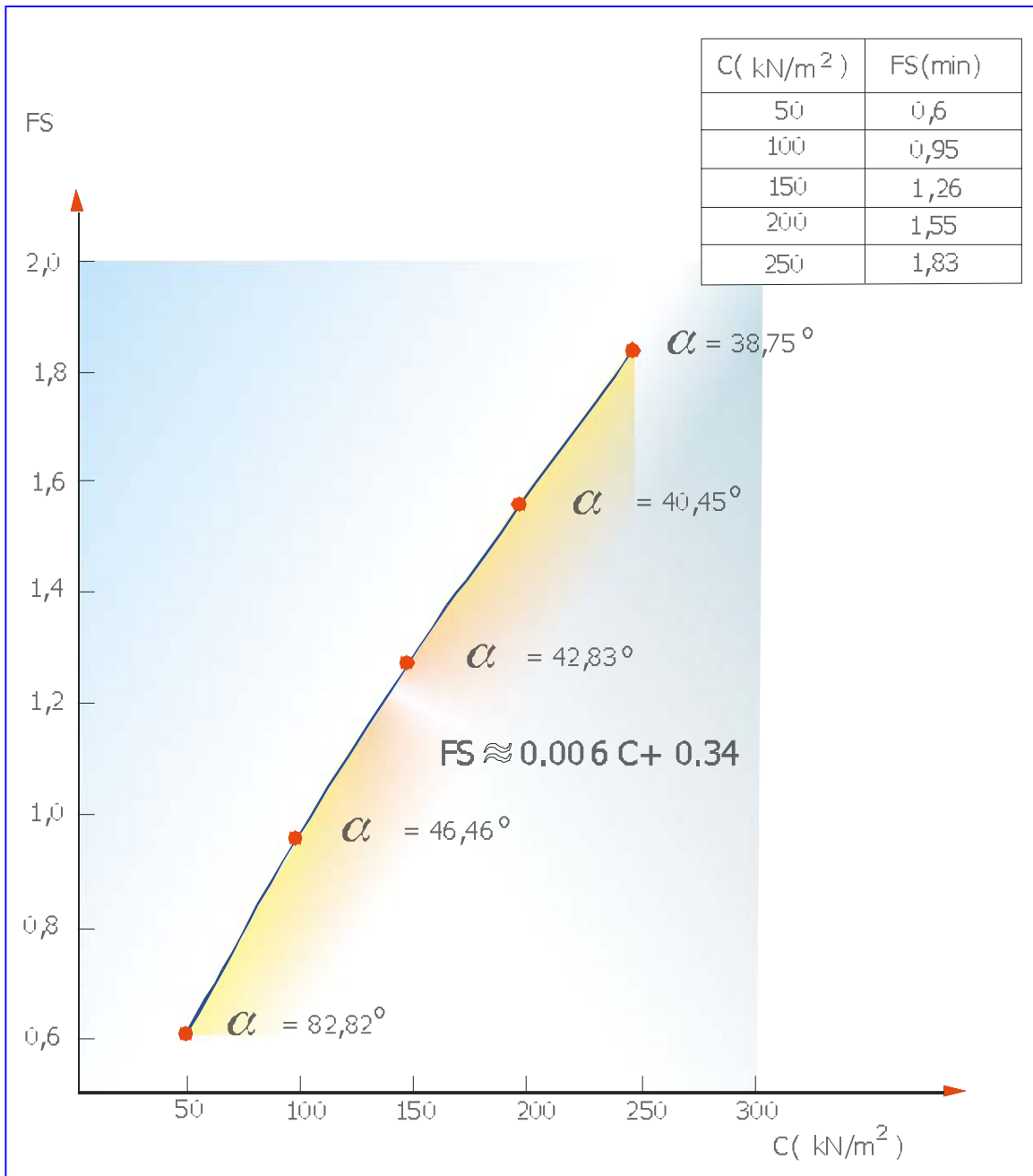


Figura 2.12 Variación del mínimo factor de seguridad respecto a la cohesión del macizo rocoso

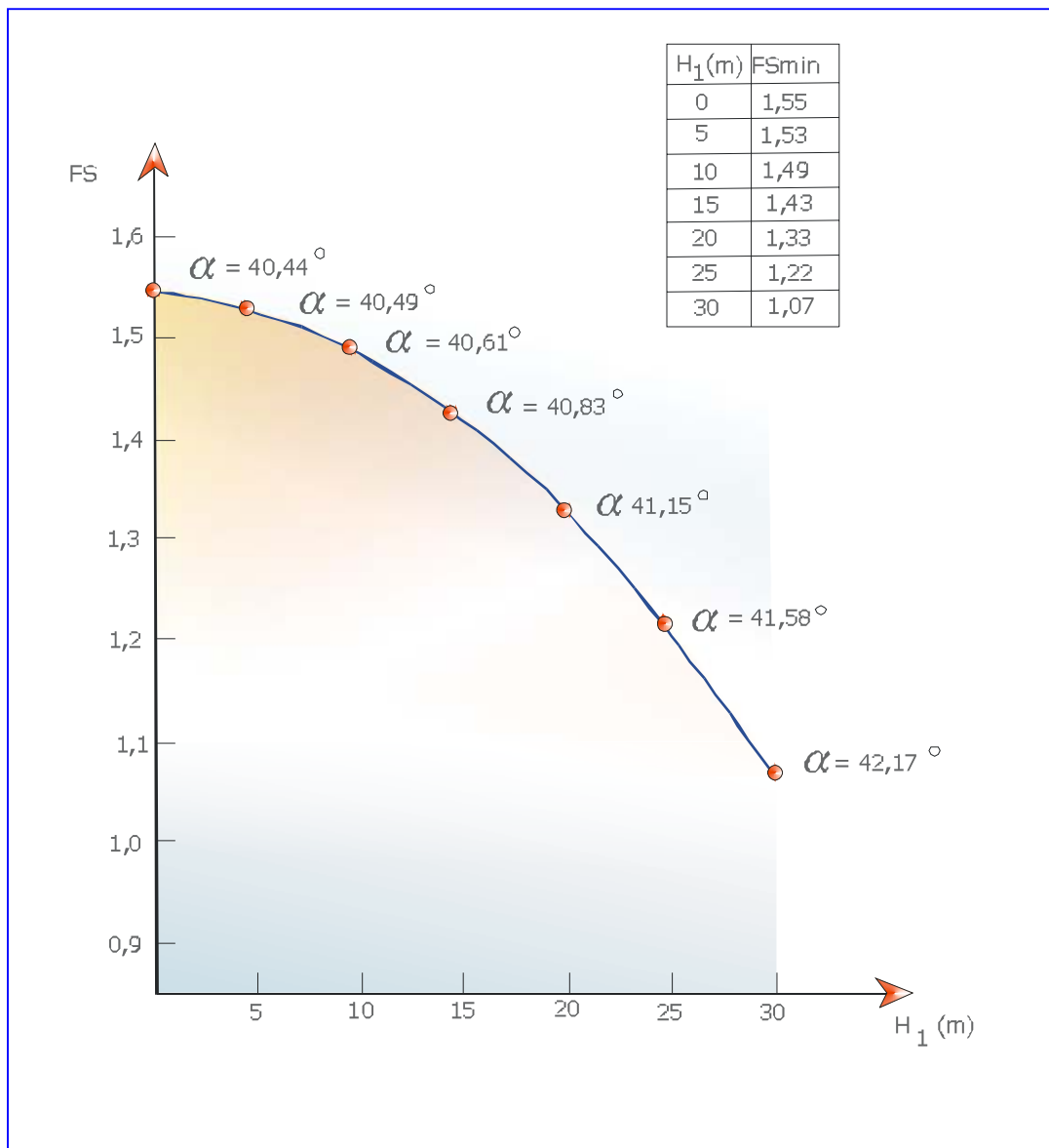


Figura 2.13 Variación del mínimo factor de seguridad en función de la altura del nivel freático H_1

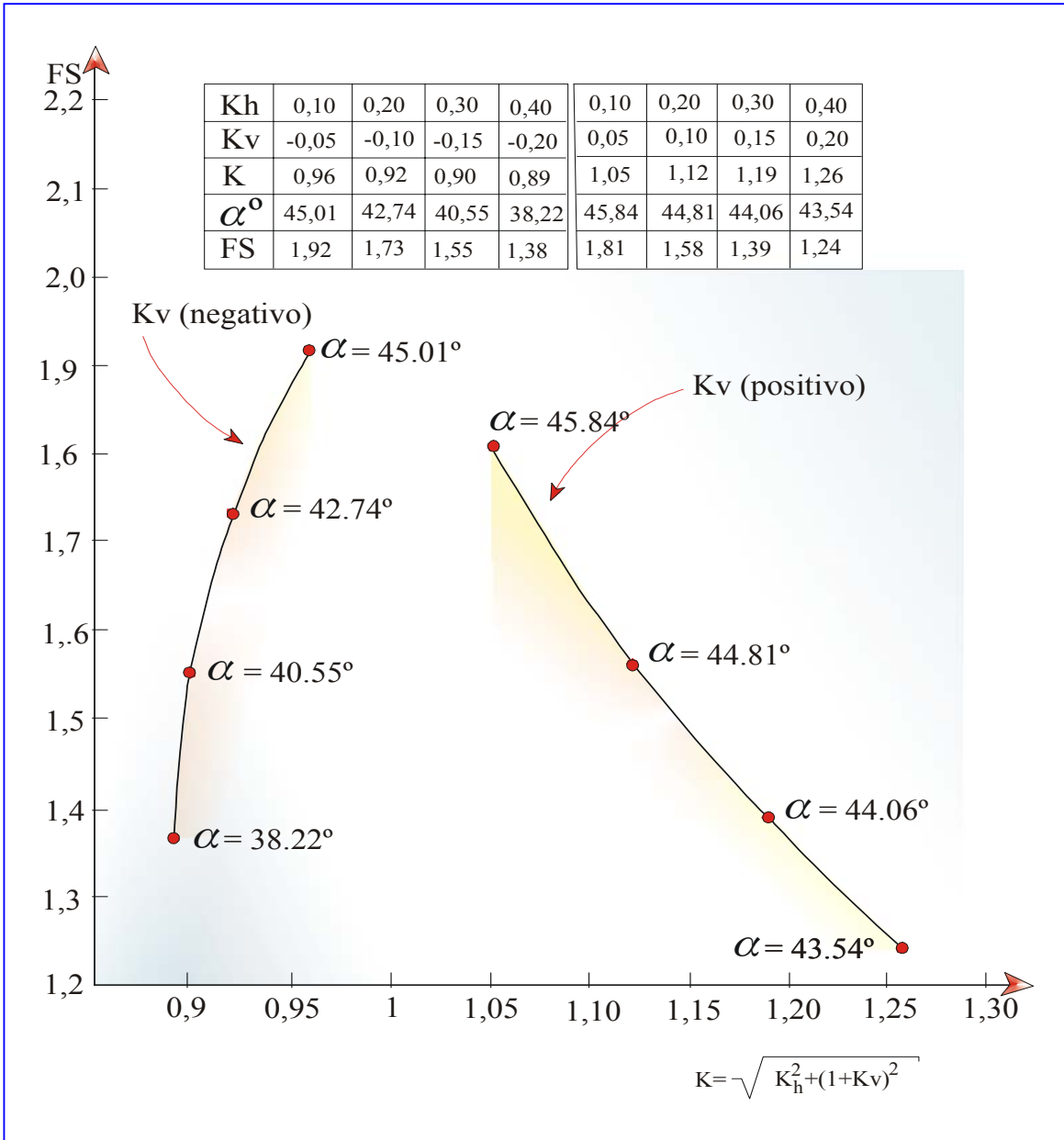


Figura 2.15 Variación del mínimo factor de seguridad en función del factor del sismo.

d) A través del gráfico (2.13) se puede distinguir que no hay una variación muy marcada del ángulo α , el cual aumenta levemente al incrementarse la altura del nivel freático H_1 . Sin embargo, el coeficiente de seguridad decrece en un 31% al pasar del estado seco a la condición más desfavorable cuando H_1 alcanza la altura del talud, es decir $H_1 = H$, y por lo tanto la fuerza U debida a las presiones hidrostáticas es máxima.

e) En cuanto a la variación de FS que se produce por el efecto sísmico actuando sobre la masa deslizante, la fuerza resultante R , cuyo valor aumenta al acrecentarse el factor sísmico K , y disminuir el ángulo α , es más influyente que

el ángulo ε , el cual forma dicha resultante $R = \left[\frac{\text{sen}(\beta - \alpha)}{\text{sen}\beta \cdot \text{sen}\alpha} \right] \psi \cdot k$, con la vertical.

En definitiva se concluye que FS, decrece más rápidamente con R que con la función $\text{sen}(\alpha + \varepsilon)$, tal como se aprecia a través del denominador de la ecuación (2.14).

Por lo tanto, la condición más desfavorable ocurre cuando la fuerza sísmica vertical (K_v) está dirigida en el mismo sentido que el peso de la masa potencial de deslizamiento. En estas circunstancias, la figura (2.14) muestra la variación de FS en función del coeficiente sísmico K , tomando en cuenta K_v positivo y negativo.

2.3.2. Análisis de la Estabilidad Aplicando el Criterio de Rotura de Hoek y Brown

En el Apéndice (B) se analiza la estabilidad de taludes aplicando el criterio de rotura de Hoek y Brown [10] conjuntamente con las ecuaciones de equilibrio estático desarrolladas en el apartado 2.3. A través de esta alternativa se determina con un aceptable rango de aproximación el coeficiente de seguridad para el caso particular de rotura planar.

Este nuevo procedimiento, el cual considera la envolvente no lineal obtenida por Ucar [11] al aplicar el mencionado criterio de rotura, permite llevar a cabo importantes comparaciones con la curva de resistencia intrínseca lineal de Mohr-Coulomb.

2.3.3. Determinación del Mínimo Factor de Seguridad en Taludes Rocosos con Grietas de Tracción.

Vista la importancia que tiene el efecto de las grietas de tracción sobre la estabilidad de taludes, se ha desarrollado una metodología (ver apéndice C), en la cual la superficie potencial de deslizamiento está constituida por dos bloques con inclinaciones diferentes. La parte superior colindante con la cresta del talud caracterizada por la presencia de una grieta de tracción la cual se ha considerado

vertical para simplificar el problema, y la parte inferior cuya geometría está formada por una superficie de discontinuidad de inclinación α con la horizontal.

En estas condiciones se obtiene la profundidad máxima de la grieta de tracción, el ángulo crítico α y el mínimo factor de seguridad del talud investigado.

Se demuestra igualmente la importancia de este método al comparar los resultados con los otros procedimientos analíticos previamente indicados en el apartado 2.3 y en el apéndice (B).

2.4.- METODO APROXIMADO PARA OBTENER EL FACTOR DE SEGURIDAD DINAMICO EN FUNCION DEL ESTATICO

En muchos casos el ingeniero necesita conocer en una forma aproximada como disminuye el coeficiente de seguridad al tomar en cuenta las fuerzas sísmicas que actúan sobre el macizo rocoso. Esto permitir analizar y tomar las medidas necesarias que garanticen la estabilidad del talud, contrarrestando así dicho efecto sísmico.

A través de la ecuación (2.22) se aprecia que el factor de seguridad dinámico puede expresarse de la forma siguiente:

$$(FS)_d = \frac{1}{K} \left\{ \frac{\frac{C H \operatorname{sen} \beta}{\psi \operatorname{sen}(\beta - \alpha)} + K \left[\cos(\alpha + \varepsilon) - \frac{\psi_1}{\psi \cdot K} \right] \cdot \tan \phi}{\operatorname{sen} \alpha \cos \varepsilon (1 + \cot \alpha \tan \varepsilon)} \right\} \quad (2.30)$$

$(FS)_d$ = factor de seguridad dinámico

$$(FS)_d = \frac{1}{K \cos \varepsilon (1 + \cot \alpha \tan \varepsilon)} \left\{ \frac{\frac{C H \operatorname{sen} \beta}{\psi \operatorname{sen}(\beta - \alpha)} + \left(\cos \alpha - \frac{\psi_1}{\psi} \sec \alpha \right) \cdot \tan \phi}{\operatorname{sen} \alpha} + \frac{[K \cos(\alpha + \varepsilon) - \cos \alpha] \tan \phi}{\operatorname{sen} \alpha} \right\} \quad (2.31)$$

Se aprecia que el primer término dentro de las llaves corresponde al factor de seguridad estático ($K = 1$). Por lo tanto es posible escribir:

$$(FS)_d = \frac{1}{K \cos \varepsilon (1 + \cot \alpha \tan \varepsilon)} \left\{ (FS)_e + \frac{[K \cos(\alpha + \varepsilon) - \cos \alpha] \cdot \tan \phi}{\operatorname{sen} \alpha} \right\} \quad (2.32)$$

Siendo $(FS)_e$ el factor de seguridad estático.

Además se observa que:

$$K = \left\{ (1 + K_v)^2 \left[\frac{K_h^2}{(1 + K_v)^2} + 1 \right] \right\}^{1/2} = \frac{(1 + K_v)}{\cos \varepsilon} \quad (2.33)$$

Tomando en cuenta esta última expresión, y realizando los correspondientes cambios trigonométricos, la ecuación del factor de seguridad dinámico se transforma:

$$(FS)_d = \frac{1}{(1 + K_v) \cdot (1 + \cot \alpha \cdot \tan \varepsilon)} \{ (FS)_e + \tan \phi [\cot \alpha (K \cos \varepsilon - 1) - K \operatorname{sen} \varepsilon] \} \quad (2.34)$$

$$(FS)_d = \frac{1}{(1 + K_v)(1 + \cot \alpha \cdot \cot \varepsilon)} \{ (FS)_e + \tan \phi [\cot \alpha (K_v - \tan \varepsilon)(1 + K_v)] \}$$

La ecuación anterior puede evaluarse tomando en cuenta la variación de (FS) en función de ε , y considerando a la vez que el ángulo α es conocido y constante.

Lógicamente $\alpha_{\text{crítico}} = f(\beta, \phi, \varepsilon, \psi_1, \psi)$, por lo tanto para determinar el mínimo factor de seguridad dinámico en función del estático, el problema se complica

por cuanto a ambos coeficientes de seguridad le corresponde un plano de falla crítico de inclinación α que difieren en magnitud.

Una forma muy aproximada y grosamente de resolver el problema es considerando que la variable $\cot\alpha$ en la ecuación del coeficiente de seguridad $(FS)_d$, se le determine su valor promedio es decir:

$$(\cot\alpha)_{promedio} = \frac{1}{\alpha_2 - \alpha_1} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \cot\alpha \cdot d\alpha$$

Tomando como límites aproximados $\alpha_1 = 30^\circ$ y $\alpha_2 = 60^\circ$ se obtiene:

$$(\cot\alpha)_{promedio} = \frac{6}{\pi} [\ln \operatorname{sen}\alpha]_{30}^{60} \approx 1$$

Resultando finalmente:

$$(FS)_d \approx \frac{1}{(1 + K_h + K_v)} \{ (FS)_e - \tan\phi \cdot [K_h - K_v] \} \quad (2.35)$$

La tabla No. 2.2 muestra los resultados utilizando la ecuación (2.35), los cuales se aproximan bastante bien al compararse con los valores correctos obtenidos a través de la ecuación (2.23).

TABLA No. 2.2

COMPARACION DE RESULTADOS ENTRE EL (FS) OBTENIDO POR METODOS APROXIMADOS MEDIANTE LA ECUACION (2.35) Y FS, SEGUN LA ECUACION (2.23), UTILIZANDO LOS DATOS DEL EJEMPLO No. 2.

K_h	K_v	K	ϵ°	$\alpha^\circ_{\text{crítico}}$	$(FS)_{\text{min}}$	$(FS)_d$
0,00	0,00	1,00	0,00	47,17	2,11=(FS)_e	- -
0,10	-0,05	0,96	6,00	45,01	1,92	1,90
0,20	-0,10	0,92	12,52	42,74	1,73	1,71
0,30	-0,15	0,90	19,44	40,55	1,55	1,53
0,40	-0,20	0,89	26,56	38,22	1,38	1,37
0,10	0,05	1,05	5,44	45,84	1,81	1,80
0,20	0,10	1,12	10,30	44,81	1,58	1,56
0,30	0,15	1,19	14,62	44,06	1,39	1,37
0,40	0,20	1,16	18,43	43,54	1,24	1,22

2.5.- CALCULO DE LA FUERZA DEL ANCLAJE CONSIDERANDO EL CASO ACTIVO Y PASIVO

Los anclajes pueden ser activos, es decir se someten a tracción antes de que ocurra o exista cualquier movimiento de la masa rocosa sobre la estructura. Esto genera la reacción inmediata de las fuerzas tangenciales resistentes de la roca adyacentes al miembro estructural (barra o cables) para resistir dicha fuerza de tracción.

Lo anterior indica que la fuerza del tirante F_a reduce las fuerzas perturbadoras o actuantes, al ejercer una acción estabilizadora desde el mismo momento de su puesta en tensión.

En el caso pasivo los anclajes no se tensan y actúan exactamente como una fuerza resistente, es decir dichos anclajes entran en acción oponiéndose al deslizamiento cuando el macizo rocoso ha comenzado a moverse.

En función de la fuerza pasiva desarrollada F_p , se deduce que la componente normal del anclaje $N_p = F_p \cdot \cos(\alpha - \Delta)$ multiplicada por su coeficiente de rozamiento interno $\mu = \tan\phi$ actúa similar a la fuerza de fricción que opone la roca sobre el plano de discontinuidad.

Adicionalmente la componente tangencial $T_p = F_p \cdot \sin(\alpha - \Delta)$ interviene en forma equivalente a la fuerza cohesiva de la roca.

Bajo estas condiciones el tirante comienza a absorber las fuerzas de tracción, justamente al iniciarse el movimiento o desplazamiento de la masa de suelo o roca.

Por otro lado, tomando en cuenta lo mencionado previamente se deducen ciertas ventajas de los anclajes activos con relación a los pasivos, tal como lo menciona Ayala et al [5].

a) Los anclajes activos permiten utilizar la resistencia intacta del terreno, por cuanto el desplazamiento de la masa rocosa conduce a una disminución de los parámetros de corte.

Adicionalmente dicho movimiento puede llegar a producir la rotura del elemento que sirve de protección al tirante contra la corrosión, justamente en el instante en que la resistencia del anclaje es completamente requerida.

b) Los anclajes pasivos entran en tracción al oponerse a la expansión o dilatación que se produce en los planos de discontinuidad del macizo rocoso cuando se inicia el desplazamiento a través de dicho planos, dependiendo a la vez de la existencia de las rugosidades.

Por consiguiente la efectividad de un anclaje pasivo dependerá principalmente de la magnitud de la dilatación, la cual está relacionada con el tamaño y las durezas de las rugosidades. Esto implica que en taludes constituidos por rocas blandas con planos de discontinuidad relativamente lisos, los anclajes pasivos son menos efectivos.

En relación a este relevante tema, es oportuno mencionar la discusión y comentarios sobre estos conceptos, que tuvieron lugar en la sesión No. 1, Design of Rock Slopes and Foundations en el "Sixteenth Symposium on Rock Mechanics y celebrado en la Universidad de Minnesota en Septiembre de 1975 [17].

Igualmente se recomienda al lector el apéndice tres, "Factor of Safety for Reinforced Rock Slopes", del excelente libro Rock Slope Engineering por Hoek y Bray [1], conjuntamente con Seegmiller, B. [18] a través del artículo "Artificial Support of Rock Slopes" (Third International Conference on Stability in Surface Mining – Society of Mining Engineers of AIME).

2.5.1.- Caso Activo

Al observar la figura (2.15) conjuntamente con la (2.5), y aplicando nuevamente las condiciones de equilibrio resulta:

$$\sum F_n = 0 , \quad N + U - R \cos(\alpha + \varepsilon) - F_a \sin(\alpha - \Delta) = 0 \quad (2.36)$$

$$\sum F_t = 0 , \quad T - R \sin(\alpha + \varepsilon) + F_a \cos(\alpha - \Delta) = 0 \quad (2.37)$$

Siendo:

F_a = fuerza activa del tirante

Δ = ángulo de inclinación del anclaje con la horizontal

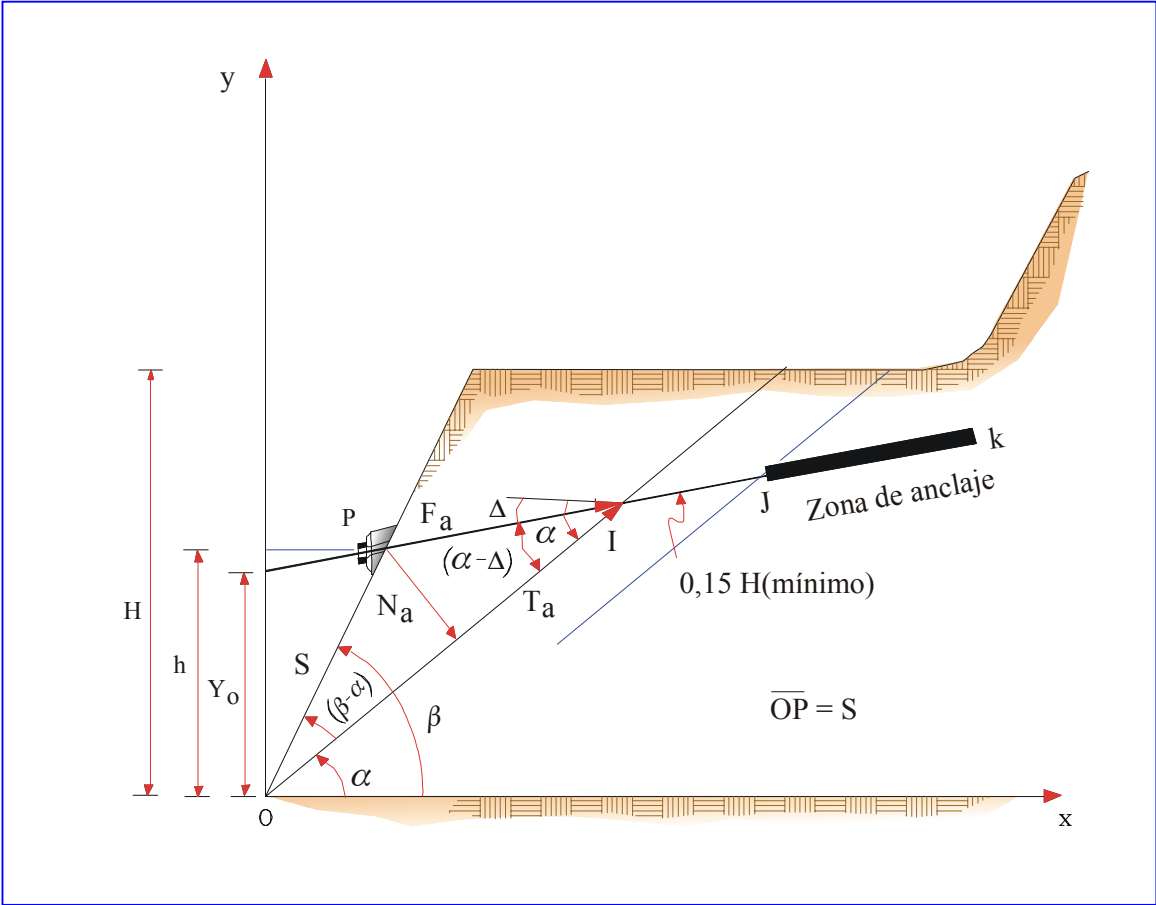


Figura 2.15

$T_a = F_a \cos(\alpha - \Delta)$ y $N_a = F_a \sen(\alpha - \Delta)$, corresponden respectivamente a la componente tangencial y normal del anclaje actuando sobre el plano de discontinuidad

Observando la disposición del anclaje indicado en la figura (2.15), y de acuerdo al sistema de ejes coordenados escogido, el cual está ubicado en el primer cuadrante, Δ es positivo cuando el barreno perforado o anclaje están dirigidos hacia arriba, y cuyo término en inglés es "up dip".

Al reemplazar N y T en la ecuación (2.13), se obtiene el factor de seguridad en la condición activa (FS), es decir:

$$(FS)_a = \frac{\frac{C.H}{\text{sen}\alpha} + [R \cos(\alpha + \varepsilon) - U + Fa \cdot \text{sen}(\alpha - \Delta)] \cdot \tan \phi}{R \text{sen}(\alpha + \varepsilon) - Fa \cos(\alpha - \Delta)} \quad (2.38)$$

Por otro lado en la fórmula (2.14) se aprecia que el factor de seguridad previo al refuerzo es:

$$FS = \frac{\lambda_1}{\lambda_3} = \frac{\frac{C.H}{\text{sen}\alpha} + [R \cos(\alpha + \varepsilon) - U] \cdot \tan \phi}{R \text{sen}(\alpha + \varepsilon)}$$

Lo anterior implica que la expresión (2.38) se transforma:

$$(FS)_a = \frac{\lambda_1 + Fa \cdot \text{sen}(\alpha - \Delta) \cdot \tan \phi}{\lambda_3 - Fa \cdot \cos(\alpha - \Delta)} \quad (2.39)$$

Al despejar F_a , queda:

$$F_a = \frac{\lambda_3 [(FS)_a - \lambda_1 / \lambda_3]}{(FS)_a \cos(\alpha - \Delta) + \text{sen}(\alpha - \Delta) \tan \phi} = \frac{\lambda_3 [(FS)_a - FS]}{f(\Delta)} \quad (2.40)$$

Siendo:

$$f(\Delta) = f(\Delta_a) = (FS)_a \cos(\alpha - \Delta) + \text{sen}(\alpha - \Delta) \cdot \tan \phi \quad (2.41)$$

Sustituyendo $\lambda_3 = R \cdot \text{sen}(\alpha + \varepsilon)$ y llamando $\delta(FS) = [(FS)_a - FS]$, la ecuación anterior indicada en forma adimensional es:

$$\frac{F_a}{R \cdot \text{sen}(\alpha + \varepsilon)} = \frac{\delta(FS)}{f(\Delta)} \quad (2.42)$$

Lógicamente habrá un valor de la función $f(\Delta)$, en la cual F_a será un mínimo, y por ende $f(\Delta)$ ser un máximo.

Efectuando $\frac{df(\Delta)}{d\Delta} = f'(\Delta) = 0$, y considerando a la vez que α , ϕ y $(FS)_a$ son

constantes resulta:

$$f'(\Delta) = (FS)_a \sin(\alpha - \Delta) - \cos(\alpha - \Delta) \cdot \tan \phi = 0 \quad (2.43)$$

Al simplificar se obtiene:

$$\tan(\alpha - \Delta) = \frac{\tan \phi}{(FS)_a} \quad (2.44)$$

De párrafos anteriores se sabe que una de las condiciones de la rotura planar es que $\alpha > \phi$, por lo tanto el valor de $\Delta = \left\{ \alpha - \arctan \left[\frac{\tan \phi}{(FS)_a} \right] \right\}$ siempre será positivo, lo que indica que la inclinación óptima del anclaje está dirigida hacia arriba en (sentido ascendente).

Desde el punto de vista práctico y constructivo se dificultan las labores de instalación de la barra o cables de acero al tratar de colocarlas dentro del barreno en contra de la gravedad, igualmente ocurre con la inyección de la lechada o mortero de cemento.

Seegmiller [18], recomienda que una forma de evitar el mencionado obstáculo es colocar el anclaje buzando hacia abajo (down dip) con valores del ángulo $\Delta = \Delta_a = -5$ a -10° de forma que la fuerza del tirante se incremente poco

con la relación a la mínima fuerza de tracción obtenido en función del ángulo óptimo $\Delta = \Delta_a$.

A pesar que no es la solución ideal el ingeniero geotécnico, prefiere esta última alternativa, la cual es fácilmente ejecutable en el campo.

Expresando $f(\Delta) = f(\Delta_a)$ en función de $\tan(\alpha - \Delta)$, se obtiene:

$$f(\Delta) = \cos(\alpha - \Delta) [(FS)_a + \tan(\alpha - \Delta) \cdot \tan \phi] \quad (2.45)$$

$$f(\Delta) = \frac{[(FS)_a + \tan(\alpha - \Delta) \cdot \tan \phi]}{[1 + \tan^2(\alpha - \Delta)]^{1/2}} \quad (2.46)$$

Por otro lado a través de la ecuación (2.44), se aprecia que el valor óptimo de Δ corresponde cuando $\tan(\alpha - \Delta) = \tan \phi / (FS)_a$, lográndose determinar el máximo valor de $f(\Delta) = f(\Delta_a)$, al reemplazar dicho valor en (2.46), por lo tanto:

$$[f(\Delta_a)]_{\max} = \frac{(FS)_a + \frac{\tan^2 \phi}{(FS)_a}}{\left[1 + \frac{\tan^2 \phi}{(FS)_a^2}\right]^{1/2}} = \left[(FS)_a^2 + \tan^2 \phi\right]^{1/2} \quad (2.47)$$

Resultando por tanto, según (2.42) :

$$\frac{(F_a)_{\text{minima}}}{R \text{sen}(\alpha + \varepsilon)} = \frac{\delta(FS)}{[(FS)_a^2 + \tan^2 \phi]^{1/2}} \quad (2.48)$$

2.5.2.- Aplicación Práctica

A través de la ecuación (2.40) se ha construido la figura No. (2.16), la cual muestra la variación de F_a en función de Δ , utilizando los datos del ejemplo No. 1, para un nuevo factor de seguridad activo $(FS)_a$.

Por lo tanto a través del mencionado ejemplo se tiene:

$FS = 1,22$ (coeficiente de seguridad previo al anclaje)

$$\alpha = \alpha_{\text{critico}} = 45^\circ$$

$$\varepsilon = 10,30^\circ, \quad K = 1,118, \quad \beta = 76^\circ, \quad \phi = 30^\circ \quad \text{y} \quad \psi = 20.000,00 \text{ kN/m}$$

$$R = \left\{ \frac{\text{sen}(\beta - \alpha)}{\text{sen}\beta \cdot \text{sen}\alpha} \right\} \psi \cdot K = \left\{ \frac{\text{sen}31^\circ}{\text{sen}76^\circ \cdot \text{sen}45^\circ} \right\} 20.000,00 \text{ kN/m} \cdot 1,118$$

$$R = 16.785,02 \text{ kN/m}$$

$(FS) = 1,50$, coeficiente de seguridad activo, el cual se incrementa debido al reparto de tensiones que se generan a través del tirante anclado dentro del macizo rocoso obteniéndose por un lado un aumento en la resistencia al cizallamiento de la roca, y por otro como consecuencia de la sustracción de las fuerzas tangenciales actuantes.

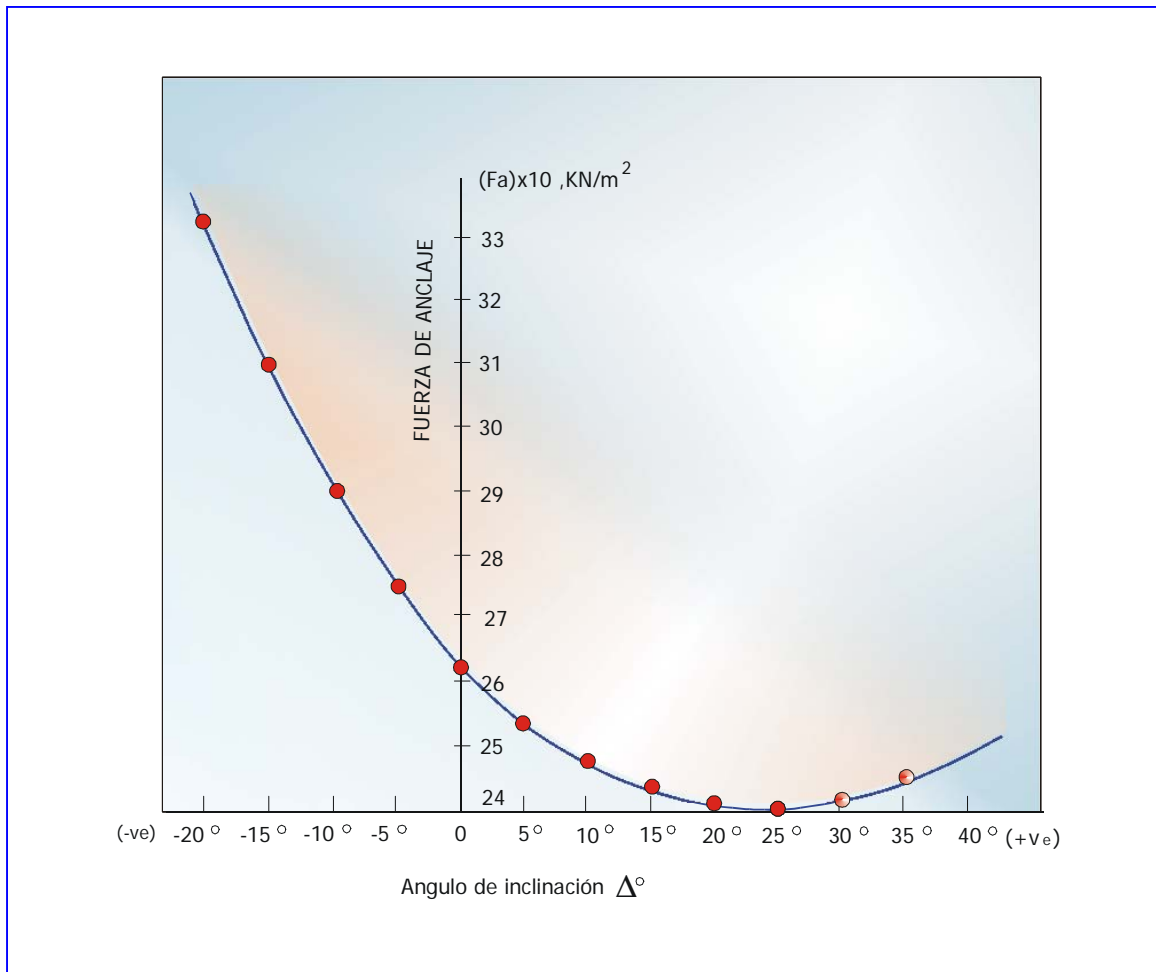


Figura 2.16 Variación de la fuerza activa F_a en función de la inclinación Δ del tirante anclado. El ángulo Δ es positivo hacia arriba (up dip)

Al tomar en cuenta (2.42) se obtiene el valor óptimo de Δ , es decir:

$$\tan(45^\circ - \Delta) = \frac{\tan 30^\circ}{1,50} = 0,385$$

$$\Delta = \Delta_a = 24^\circ$$

Utilizando la ecuación (2.42) la relación $F_a / R \cdot \text{sen}(\alpha + \varepsilon) = F_a / \lambda_3$, es la siguiente:

$$\frac{F_a}{R \text{sen}(\alpha + \varepsilon)} = \frac{0,28}{1,5 \cdot \cos 21^\circ + \text{sen} 21^\circ \cdot \tan 30^\circ} = 0,174$$

Es decir, se requiere una mínima fuerza del tirante para alcanzar un $(FS)_a = 1,50$, del 17,4% de las fuerzas tangenciales movilizadas. Por tanto:

$$F_a = 0,174 \cdot 16.785,00 \text{ kN/m} \cdot \text{sen} 55,3^\circ$$

$$F_a \approx 2.400,00 \text{ kN/m de longitud de talud}$$

Finalmente es importante destacar, que a través de la ecuación (2.38), el anclaje activo ejerce dos acciones beneficiosas para garantizar la estabilidad de la masa rocosa potencialmente deslizante.

Primeramente, su componente tangencial T_a paralela al plano de discontinuidad se resta a las fuerzas que tienden a provocarlo, y por otra parte, la componente normal a dicho plano $N_a = F_a \cdot \text{sen}(\alpha - \Delta)$ aumenta la resistencia al corte de la discontinuidad.

Por lo tanto en la expresión que define el nuevo coeficiente de seguridad activo $(FS)_a$, resulta en una disminución del denominador y en un aumento en el numerador.

La tabla 2.3, muestra igualmente la variación de F_a en función de Δ , al emplear la ecuación $F_a = R \cdot \text{sen}(\alpha + \varepsilon) \cdot (FS)/f(\Delta)$.

En la mencionada tabla se observa para el caso particular que la inclinación del anclaje $\Delta = -20^\circ$, la fuerza $:(Fa)_{\Delta=-20^\circ} = 1,388 \cdot (Fa)_{\Delta=24^\circ}$

Es decir $(Fa)_{\Delta=-20^\circ} = 1,388 \cdot 2.400,00 \text{ KN/m} \approx 3.331,00 \text{ kN/m}$.

TABLA 2.3

**VARIACION DE LA FUERZA DEL TIRANTE ANCLADO F_a EN
FUNCION DE Δ ,
UTILIZANDO LA ECUACION (2.42)**

Δ°	$(Fa)_{\text{activo}}, \text{KN/m}$	$f(\Delta_{\text{óptimo}})/f(\Delta)$
40	2.508,00	1,045
35	2.446,00	1,019
30	2.414,00	1,006
$\Delta = \Delta_a = 24 (\Delta_{\text{óptimo}})$	2.400,00 = $(Fa)_{\text{mínima}}$	1,000
20	2.414,00	1,006
15	2.431,00	1,013
10	2.477,00	1,032
5	2.542,00	1,059
0	2.628,00	1,095
-5	2.741,00	1,142
-10	2.897,00	1,100
-15	3.091,00	1,288
-20	3.331,00	1,388

2.5.3.- Determinación de la Separación entre Anclajes Requerida para Garantizar la Estabilidad.

El área de acción de cada tirante anclado, así como el número requerido para estabilizar la masa rocosa, se determinan partiendo del hecho que se conocen las características del anclaje tales como diámetro, tipo de acero, carga admisible o tracción admisible T_a , (service load o design load). Igualmente el límite elástico del acero T_g ($T_a = 0,6T_g$) que corresponde al 0,1% de deformación, y la tensión de bloqueo T_b , ($T_a = T_b$ - pérdidas por relajación del acero, deformación del suelo o roca, etc.).

Bajo estas condiciones, el número de anclajes N en función de la longitud total del talud L_t , F_a y T_a , se obtiene mediante la siguiente igualdad:

$$F_a \cdot L_t = N \cdot T_a \quad (2.49)$$

Para F_a en kN/m, L_t en m y T_a en kN

$$N = \left(\frac{F_a \cdot L_t}{T_a} \right) \quad (2.50)$$

Al mismo tiempo, es posible escribir en función del área del talud a estabilizar, la expresión:

$$(S_c \cdot S_f) \cdot N = L_t \cdot (H/\text{sen}\beta) \quad (2.51)$$

Siendo S_c la separación en metros de los anclajes entre una misma hilera (separación lateral entre columnas) y S_f la distancia en metros entre filas.

Eliminado (N) a través de (2.50) y (2.51) y considerando además que $S = S_c = S_f$ resulta:

$$S^2 \cdot \left(\frac{F_a \cdot L_t}{T_a} \right) = L_t \left(\frac{H}{\text{sen}\beta} \right) \quad (2.52)$$

Por tanto:

$$S = \left(\frac{H}{\text{sen}\beta} \cdot \frac{T_a}{F_a} \right) \quad (2.53)$$

Tomando en cuenta nuevamente el problema No. 1, en el cual $H = 30,00 \text{ m}$, $\beta=76^\circ$, $F_a = 2.400,00 \text{ kN/m}$ y sabiendo además que $T_a = 410 \text{ kN}$, barra $\phi 32\text{DY}$, ST 85/105, se obtiene:

$$S = \left[\frac{30,00\text{m}}{\text{sen}76^\circ} \cdot \frac{410,00 \text{ kN}}{2.400,00 \text{ kN/m}} \right]^{1/2} = 2,30\text{m}$$

De dicho resultado y análisis se aprecia que los anclajes deben colocarse sobre una cuadrícula de $2,30 \text{ m}$ por $2,30 \text{ m}$, con una carga admisible de trabajo igual a $T_a = 410,00 \text{ kN}$.

2.5.4.- Caso Pasivo

Tal como se mencionó en el párrafo (2.6), en los anclajes pasivos no se pretensa la armadura metálica posterior a su instalación.

El anclaje reacciona al entrar en tracción al iniciarse el movimiento del terreno, produciendo un incremento de los esfuerzos normales sobre la superficie potencial de rotura, y por ende un aumento de la resistencia al corte en dicha superficie.

En base a lo previamente mencionado, tanto la componente de la fuerza normal del anclaje $N_p = F_p \cdot \text{sen}(\alpha - \Delta)$ como la correspondiente componente tangencial $T_p = F_p \cdot \text{cos}(\alpha - \Delta)$ son dependientes de la fuerza pasiva F_p , la cual justamente se desarrolla al ocurrir el movimiento de la masa rocosa, generando a

la vez un aumento de volumen, el cual está relacionado con la presencia de rugosidades.

En estas condiciones, la ecuación (2.14) que representa el factor de seguridad $FS = \lambda_1 / \lambda_3$ previo al refuerzo, se transforma para el caso pasivo como sigue:

$$(FS)_p = \left[\frac{\lambda_1 + T_p + N_p \cdot \tan \phi}{\lambda_3} \right] \quad (2.54)$$

Reemplazando T_p y N_p por su valor, queda:

$$(FS)_p = \frac{\lambda_1 + F_p [\cos(\alpha - \Delta) + \text{sen}(\alpha - \Delta) \cdot \tan \phi]}{\lambda_3} \quad (2.55)$$

Al despejar F_p , se obtiene:

$$F_p = \frac{\lambda_3 [(FS)_p - \lambda_1 / \lambda_3]}{\cos(\alpha - \Delta) + \text{sen}(\alpha - \Delta) \cdot \tan \phi} = \frac{\lambda_3 [(FS)_p - FS]}{f(\Delta)} \quad (2.56)$$

Siendo:

$$f(\Delta) = f(\Delta_p) = \cos(\alpha - \Delta) + \text{sen}(\alpha - \Delta) \cdot \tan \phi \quad (2.57)$$

Sustituyendo $\lambda_3 = R \cdot \text{sen}(\alpha + \varepsilon) \cdot \delta(FS) = [(FS)_p - FS]$ y expresando en forma adimensional la ecuación (2.56), resulta:

$$\frac{F_p}{R \cdot \text{sen}(\alpha + \varepsilon)} = \frac{\delta(FS)}{f(\Delta)} \quad (2.58)$$

Nuevamente el mínimo valor de F_p se obtendrá al considerar $\frac{df(\Delta)}{d\Delta} = 0$, es

$$\text{decir: } f'(\Delta) = \text{sen}(\alpha - \Delta) - \cos(\alpha - \Delta) \cdot \tan \phi = 0$$

$$(2.59)$$

Simplificando (2.59) se transforma:

$$\tan(\alpha - \Delta) = \tan \phi \quad (2.60)$$

Por lo tanto,

$$(\alpha - \Delta) = \phi \quad (2.61)$$

y

$$\Delta = \Delta_p = (\alpha - \phi) \quad (2.62)$$

Al reemplazar el óptimo valor de $\Delta = \Delta_p = (\alpha - \phi)$ en la ecuación previamente conocida $f(\Delta) = \cos(\alpha - \Delta) + \text{sen}(\alpha - \Delta)\tan\phi$, resulta:

$$[f(\Delta_p)]_{\text{máximo}} = f(\alpha - \phi) = \cos \phi + \frac{\text{sen}^2 \phi}{\cos \phi} = \frac{1}{\cos \phi}$$

Esto implica que la mínima fuerza a desarrollarse en el anclaje para el caso pasivo

se obtiene al reemplazar $[f(\Delta) = f(\Delta_p)]_{\text{máximo}} = \frac{1}{\cos \phi}$ en la ecuación (2.56), es

decir:

$$\frac{(F_p)_{\text{mínima}}}{R \text{sen}(\alpha + \varepsilon)} = \cos \phi \cdot \delta(FS) \quad (2.63)$$

Con el objeto de equiparar ambos casos, se tomará en cuenta nuevamente el ejemplo No. 1, para determinar la mínima fuerza para el caso pasivo F_p .

Al considerar $\alpha = 45^\circ$ y $\phi = 30^\circ$, el ángulo Δ óptimo que forma el anclaje con la horizontal es según (2.62) $\Delta_p = (\alpha - \phi) = 15^\circ$, y al considerar (2.63):

$$\frac{(F_p)_{\text{mínima}}}{R \text{sen}(\alpha + \varepsilon)} = \cos 30^\circ \cdot 0,28 = 0,242$$

Esto implica, al compararse con el caso activo que la fuerza requerida es 1,39 veces mayor.

Por otro lado, si se examina la relación entre F_a y F_p a través de las ecuaciones (2.42) y (2.58), se obtiene:

$$\frac{F_a}{F_p} = \left[\frac{f(\Delta_p)}{f(\Delta_a)} \right] = \left\{ \frac{\cos(\alpha - \Delta_p) + \text{sen}(\alpha - \Delta_p) \cdot \tan \phi}{(FS)_a \cdot \cos(\alpha - \Delta_a) + \text{sen}(\alpha - \Delta_a) \cdot \tan \phi} \right\} \quad (2.64)$$

Al observar dicha ecuación se aprecia que para valores de $\Delta_a = \Delta_p$, se obtiene que $f(\Delta_a) > f(\Delta_p)$, y por lo tanto F_a será menor que F_p , lo que resulta en una economía al considerar el caso activo, pues implica menos perforación, menos armadura metálica, reducción en la lechada de cemento, etc.

Por supuesto la resistencia desarrollada por los anclajes pasivos es más difícil de interpretar que los activos debido a la expansión o dilatación que se produce en la discontinuidad.

En este sentido el Canadá Centre for Mineral and Energy Technology (CANMET) en el capítulo 6 del Pit Slope Manual [19] explica que la fuerza desarrollada en la barra o cordones de acero como consecuencia de la dilatación al utilizar la conocida Ley de Hooke es $F_p = E \cdot A \cdot \left(\frac{e}{L} \right)$, siendo A, el área de la armadura metálica, E, su módulo de elasticidad ($\approx 200 \times 10^6$ kPa), e corresponde a la expansión y L la longitud tensionada como resultado de la dilatación.

Lógicamente se aprecia lo complicado y difícil de calcular e y L con precisión. Por el contrario la resistencia suministrada por los anclajes activos está mucho más definida, proporcionando una fuerza definida a través de un soporte más seguro y eficaz.

2.6.- DETERMINACION DE LA LONGITUD DEL ANCLAJE

La longitud de un anclaje inyectado se determina conociendo la longitud de intersección entre el anclaje y la superficie potencial de deslizamiento de la masa de suelo o roca, que corresponde al tramo \overline{PI} de la figura (2.15).

Adicionalmente debe considerarse la longitud mínima \overline{IJ} que garantice que la zona de anclaje se encuentre localizada en la roca estable, es decir toda su longitud debe quedar por detrás de la zona potencial de rotura. Esta condición es de gran importancia, sobre todo en los anclajes inferiores.

De acuerdo al Canadian Foundation Engineering Manual [20], esta longitud medida a lo largo de la perforación es de un 15% de la profundidad de la excavación o altura del talud (H).

En base a lo previamente indicado la longitud $L_L = (\overline{PI} + \overline{IJ})$ corresponde a la zona libre, y es la parte en que la armadura se encuentra independizada del terreno que la rodea, de forma que pueda deformarse con plena libertad al ponerse en tensión.

Por otro lado a través de la figura (2.15) se observa que la longitud libre del anclaje es la distancia entre la cabeza del anclaje y el inicio del tramo inyectado.

Finalmente la zona de anclaje $\overline{JK} = L_S$, es la parte solidaria a la masa de suelo o de roca, encargada de transferir los esfuerzos al terreno, y corresponde a la longitud del miembro inyectado del anclaje.

De acuerdo a la mencionada figura se observa:

$$\frac{\overline{PI}}{\text{sen}(\beta - \alpha)} = \frac{\overline{OP}}{\text{sen}(\alpha - \Delta)} \quad (2.65)$$

$$\overline{OP} \text{sen } \beta = h$$

Es decir:

$$\overline{PI} = \frac{h}{\text{sen } \beta} \left[\frac{\text{sen}(\beta - \alpha)}{\text{sen}(\alpha - \Delta)} \right] \quad (2.66)$$

Quedando por tanto:

$$L = (L_L + L_S) = \left[\frac{h}{\text{sen } \beta} \cdot \frac{\text{sen}(\beta - \alpha)}{\text{sen}(\alpha - \Delta)} + 0,15H \right] + L_S \quad (2.67)$$

Siendo h , la cota del anclaje en metros, medida a partir del pie del talud, ver figura (2.15).

Como se sabe la longitud de la zona del anclaje viene definida por la adherencia cemento - acero y cemento - roca (o suelo), escogiéndose para fines de diseño la de mayor longitud.

Si se considera la condición más crítica el contacto cemento - roca, la cual corresponde al caso más general, tal como se analizó en el capítulo anterior, la longitud del bulbo o del anclaje L_S viene expresada a través de la ecuación

$$L_S = \left[\frac{\Gamma_q \cdot F}{\pi \cdot \phi_p \cdot \tau_u / \Gamma_r} \right] \quad (2.68)$$

Siendo:

$\Gamma_q = 1,40$ a $2,00$ = factor de mayoración de la carga aplicada (varía dependiendo del tipo de riesgo y si es temporal o permanente).

F = fuerza de tracción en el anclaje, kN

Tomando en cuenta que es necesario obtener la mayor economía en el soporte, es aconsejable aplicar en el diseño la condición en la cual $F = T_a$ (tracción admisible).

ϕ_p = diámetro de perforación (barreno), m

τ_u = resistencia al corte en la interfase cemento - roca (adhesión + fricción), la cual para fines prácticos se considera uniformemente distribuida, MPa.

Muchos autores se refieren como resistencia adherente o "Bond" (término en inglés).

Γ_r = factor de seguridad, el cual actúa como elemento de minoración o reducción con respecto a la resistencia al corte en el contacto bulbo-terreno. Dicho valor varía entre 1,30 a 1,50 dependiendo de la categoría del anclaje (temporal o permanente).

Ballivi y Martin [21], mencionan que las normas canadienses recomiendan

$\tau_u = \frac{1}{10} \sigma_c$ o f_c' (el que resulte menor), siendo σ_c y f_c' la resistencia a la

compresión de la roca (condición intacta) y de la lechada de cemento respectivamente.

Considerando que la roca del ejemplo No. 1, se encuentra muy diaclasada (con separación entre 10 – 15 cm) y meteorizada, siendo además la resistencia

promedio $\sigma_c = 8,00$ MPa, el valor de L_S empleando un coeficiente mayoración de $\Gamma_q = 1,80$, $\phi_p = 7,50$ cm, $T_a = 410$ kN y un factor de minoración $\Gamma_r = 1,5$, resulta por lo tanto de acuerdo a la ecuación (2.68):

$$L_S = \frac{1,80 \cdot 410,00 \text{ kN}}{\pi \cdot 0,075 \text{ m} \left(\frac{8,00}{15,00} \right) \cdot 10^3 \text{ kN/m}^2} = 5,87 (\approx 6,00 \text{ m})$$

Utilizando la primera hilera de anclajes se observa a través de la figura 2.15 que la separación $\overline{OP} = S = 2,30$ m con respecto al pie del talud, siendo la ordenada analizada igual a $h = S \cdot \text{sen}\beta = 2,30 \cdot \text{sen}76^\circ = 2,23$ m.

Por lo tanto, la longitud total de la mencionada hilera al considerar los valores de $\beta = 76^\circ$; $\alpha = 45^\circ$; $\Delta = -10^\circ$ y $H = 30$ m, se obtiene según la ecuación (2.67) como a continuación se indica:

$$L = \left[\frac{2,23 \text{ m}}{\text{sen}76^\circ} \cdot \frac{\text{sen}(76^\circ - 45^\circ)}{\text{sen}(45^\circ + 10^\circ)} + 0,15 \cdot 30,00 \text{ m} + 6,00 \right]$$

$$L = (1,45 + 4,50 + 6,00) \text{ m} \approx 12,00 \text{ m (primera hilera)}$$

REFERENCIAS

- 1.- HOEK, E. y BRAY, J. (1981), "Rock Slope Engineering", The Institution of Mining and Metallurgy, London 358 p.
- 2.- SALCEDO, D. (1978), "El Uso de las Proyecciones Hemisféricas como Técnica de Predicción y Análisis de Problemas Relativos a Estabilidad de Taludes en Macizos Rocosos", Escuela de Geología y Minas, Facultad de Ingeniería, U.C.V., 78 p.
- 3.- BARRON, K. COATS, F. y GYENGE, M., (1971), "Artificial Support of Rock Slopes", Department of Energy, Mines and Resources Mines Branch, Ottawa, 144 p.
- 4.- UCAR, R. (1988), "New Design Methods of Ground Anchoring", PhD Thesis, Mc Gill University, Montreal, Canada, 288 p.
- 5.- AYALA, L. et al (1987), "Manual de Taludes", Instituto Geológico y Minero de Espada, 450 p.
- 6.- SALCEDO, D., (1983), "Macizos Rocosos: Caracterización, Resistencia al Corte y Mecanismos de Rotura", Conferencia 25 Aniversario Sociedad Venezolana de Mecánica de Suelos e Ingeniería de Fundaciones, pp 143-215.
- 7.- BIENIAWSKI, Z. T., (1976), "Rock Mass Clasification in Rock Engineering", Proceedings of The Symposium on Exploration for Rock Engineering, Vol. 1, A.A. Balkema, Rotterdam, pp 97-106.
- 8.- BARTON, N. LIEN, R. y LUNDE, J., (1974), "Engineering Clasification of Rock Masses for the Design of Tunnel Support", Rock Mechanics, Vol. 6, No. 4, pp 189-236.
- 9.- HOEK, E. Y BROWN, T. (1998) "Practical Estimates of Rock Mass Strength", International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, Volume 34, No. 8, pp 1165-1186.
- 10.- HOEK, E. y BROWN, T. (1986), "Empirical Strength Criterion for Rock Masses", Journal of the Geotechnical Engineering Division, Vol 106, pp 1.013-1.035.

- 11.- UCAR, R. (2000), "Diseño del Sostenimiento de Túneles a través de la Energía de Distorsión Almacenada en el Terreno", Ingeo Túneles, Volumen 3, Entorno Gráfico, S.L, Madrid, España.
- 12.- UCAR, R. (1986), "Determination of Shear Failure Envelope in Rock Masses", Journal of the Geotechnical Engineering Division, Vol 112, No. 3, pp 303-315.
- 13.- PRIEST, S. (1993), "Discontinuity Analysis for Rock Engineering", Chapman & Hall, 473 p.
- 14.- PARRY, R. (1995), "Mohr Circles, Stress Paths and Geotechnics", E & FN SPON, 230 p.
- 15.- PALMSTRØM, A. (1998), "Characterizing Rock Masses by the RMI for Use in Practical Rock Engineering", Tunnelling and Underground Space Technology, Part 1: The Development of the Rock Mass Index (RMI), Volumen II, No. 2, pp 175-188, Part 2: Some Practical Applications of the Rock Mass Index (RMI), Volume II, No. 3, pp 287-304.
- 16.- Recommendations Clouterre (English Translation) (1991), "Soil Nailing Recommendations for Design, Calculating, Constructing and Support Systems Using Soil Nailing", Report No. FHWA-SA-93-026, Federal Highway Administration, Washington DC, 302 p.
- 17.- DESIGN METHODS IN ROCK MECHANICS, (1975), "Session 2, Slopes and Foundations, General Discussion, Proceedings, Sixteenth Symposium on rock Mechanics, Published by American Society of Civil Engineers, pp 63-68.
- 18.- SEEGMILLER, B. L., 1982, "Artificial Support of Rock Slopes". 3rd Int. Conf. on Stability in Surface Mining, Soc. of Mining Engineers, AIME, pp 249-288.
- 19.- CANADA CENTRE FOR MINERAL AND ENERGY TECHNOLOGY, CANMET, (1977), Pit Slope Manual, Capítulo 6, Mechanical Support, 111 p.
- 20.- CANADIAN GEOTECHNICAL SOCIETY, 1985, "Canadian Foundation Engineering Manual", 2nd Edition, Vancouver, 3.c, 460 p.
- 21.- BALLIVY, G. y MARTIN, A., (1984). "The Dimensioning of Grouted Anchors" Proceedings of the Int. Symposium on Rock Bolting, Edited by Ove Stephansson, A.A. Balkema, Rotterdam, pp.353-365.

APÉNDICES

APENDICE A

1. DETERMINACION DE LA RESISTENCIA AL CORTE EN MACIZOS ROCOSOS APLICANDO EL CRITERIO EMPIRICO DE ROTURA DE HOEK Y BROWN

A continuación se describe la nueva hipótesis de rotura propuesta por Hoek y Brown tanto en roca intacta como en macizos que exhiben características predominantes de diaclasamiento y meteorización.

A través de innumerables ensayos de laboratorio, conjuntamente con los fundamentos teóricos que existen sobre fractura y propagación de grietas en roca, Hoek y Brown [1], hallaron una nueva hipótesis empírica de rotura estableciendo la siguiente relación entre los esfuerzos principales σ_1 y σ_3 , es decir:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1 &= \sigma_3 + \sigma_c \left[m \cdot \frac{\sigma_3}{\sigma_c} + s \right]^{1/2} \\ \text{En forma adimensional} \\ \frac{\sigma_1}{\sigma_c} &= \frac{\sigma_3}{\sigma_c} + \left[m \cdot \frac{\sigma_3}{\sigma_c} + s \right]^{1/2} \end{aligned} \right\} \quad (\text{A.1})$$

Donde:

σ_1 = esfuerzo principal mayor en la rotura

σ_3 = esfuerzo principal menor en la rotura

σ_c = resistencia a la compresión simple de la roca “intacta”

m, s = constantes que dependen de las propiedades de la roca

El parámetro (m) controla la curvatura entre los esfuerzos principales, mientras que (s) regula la localización de la curva entre σ_1 y σ_3 .

En la tabla A.1, se pueden apreciar los diferentes valores de m y s , dependiendo del grado de diaclasamiento y de meteorización del macizo.

La resistencia a la compresión simple de la roca intacta σ_c se obtiene al tomar en cuenta que no existe confinamiento lateral ($\sigma_3 = 0$), y que además $s = 1$, resultando a través de (A.1) que $\sigma_1 = \sigma_c$.

Cuando el macizo presenta planos de fracturas, $s < 1$. Por lo tanto la resistencia a la compresión de la masa rocosa σ_{cm} es una fracción de σ_c , como podrá apreciarse más adelante.

Elevando al cuadrado ambos lados de la ecuación (A.1) y despejando σ_3 resulta:

$$\sigma_3 = \left[\sigma_1 + \frac{m}{2} \cdot \sigma_c \right] \pm \frac{1}{2} \left(m^2 \cdot \sigma_c^2 + 4 \cdot m \sigma_1 \cdot \sigma_c + 4 \cdot s \cdot \sigma_c^2 \right)^{1/2} \quad (\text{A.2})$$

Tomando la raíz no positiva de $\left(m^2 \cdot \sigma_c^2 + 4 \cdot m \sigma_1 \cdot \sigma_c + 4 \cdot s \cdot \sigma_c^2 \right)$ ya que σ_3 corresponde al esfuerzo principal menor, se tiene por tanto:

$$\sigma_3 = \left[\sigma_1 + \frac{m}{2} \cdot \sigma_c \right] - \frac{1}{2} \left(m^2 \cdot \sigma_c^2 + 4 \cdot m \sigma_1 \cdot \sigma_c + 4 \cdot s \cdot \sigma_c^2 \right)^{1/2} \quad (\text{A.3})$$

La resistencia de la tracción σ_t se determina al considerar $\sigma_1 = 0$, así la ecuación anterior toma la forma:

$$\sigma_3 = \sigma_t = \frac{\sigma_c}{2} \cdot \left[m - \left(m^2 + 4 \cdot s \right)^{1/2} \right] \quad (\text{A.4})$$

A través de (A.1) y (A.4) se aprecian los límites de s , es decir:

$$s = 1, \quad \sigma_1 = \sigma_c \quad \therefore \quad \text{roca intacta}$$

$$s = 0, \quad \sigma_3 = \sigma_t = 0 \quad \therefore \quad \text{roca muy fracturada}$$

De lo anterior resulta, que para otros estados intermedios del macizo rocoso, (s) se encontrara dentro del entorno $0 < s < 1$.

El valor de m en roca intacta puede hallarse midiendo el ángulo α que forma la superficie de falla con la dirección del esfuerzo principal menor σ_3 .

Como se observa en la figura (A.2) la magnitud de (α) se determina mediante la siguiente expresión:

$$\tan \alpha = \left[\frac{\partial \sigma_1}{\partial \sigma_3} \right]^{1/2} = \left\{ 1 + \frac{m}{2 \left(m \cdot \frac{\sigma_3}{\sigma_c} + s \right)^{1/2}} \right\}^{1/2} \quad (\text{A.5})$$

Considerando que:

$$s = 1 \quad \therefore \quad \text{roca intacta}$$

$$\sigma_3 = 0 \quad \therefore \quad \text{ensayo de compresión sin confinar}$$

Resulta:

$$\tan^2 \alpha = \left(1 + \frac{m}{2} \right) \quad (\text{A.6})$$

$$m = 2 (\tan^2 \alpha - 1) \quad (\text{A.7})$$

Por otra parte, Ucar [2] aplicando dicho criterio, determinó analíticamente la solución exacta de la envolvente de rotura, es decir la ecuación que gobierna la

resistencia al corte τ_α , conjuntamente la tensión normal σ_n tal como se especifica a continuación:

$$\tau_\alpha = \frac{m}{8} \cdot \sigma_c \left[\frac{1 - \text{sen} \phi_i}{\tan \phi_i} \right] \quad (\text{A.8})$$

ϕ_i = inclinación de la envolvente de falla. Se conoce también como ángulo de fricción interna instantáneo (ver figura A.1).

$$\alpha = \left[\frac{\pi}{4} + \frac{\phi_i}{2} \right] = \text{ángulo entre la superficie de falla y la dirección del esfuerzo}$$

principal menos σ_3 .

$$\sigma_n = \frac{m}{8} \sigma_c \left[\frac{1}{2 \cdot \text{sen}^2 \phi_i} + \text{sen} \phi_i \right] - \sigma_c \left[\frac{3 \cdot m}{16} + \frac{s}{m} \right] \quad (\text{A.9})$$

Los valores de m y s en función de RMR, pueden obtenerse de acuerdo a Hoek y Brown [3] mediante la siguiente expresión cuando la roca ha sido correctamente excavada mediante voladura controlada (sin ser perturbada), y cuando ha sido perturbada.

$$m = m_i \exp\left[\frac{RMR - 100}{14I_m}\right] \therefore I_m = \begin{cases} 1,00 \text{ (roca perturbada)} \\ 2,00 \text{ (roca no perturbada)} \end{cases} \quad (\text{A.10})$$

m_i = valor de m en la condición “intacta”, ver tabla anexa.

$$s = \exp\left[\frac{RMR - 100}{6I_s}\right] \therefore I_s = \begin{cases} 1,00 \text{ (roca perturbada)} \\ 1,50 \text{ (roca no perturbada)} \end{cases} \quad (\text{A.11})$$

Recientemente dichos autores [4], han propuesto determinar m y s en función de un nuevo índice de calidad de la roca, conocido como índice de resistencia geológica GSI (Geological Strength Index), por considerar que se obtienen valores más reales (véase tabla A.2).

Al tomar en cuenta este nuevo índice resulta:

$$\left. \begin{aligned} m &= m_i \cdot \exp\left[\frac{GSI - 100}{28}\right] \\ s &= \exp\left[\frac{GSI - 100}{9}\right] \end{aligned} \right\} \quad (\text{A.12})$$

Utilizando los gráficos A3 y A4 desarrollados por Hoek y Brown o empleando las ecuaciones derivadas por Ucar en este apéndice los valores equivalentes de cohesión y ángulo de fricción se obtienen fácilmente.

Cabe destacar que los gráficos obtenidos por Hoek y Brown para determinar los mencionados parámetros, se basan en que el esfuerzo principal menor varía entre $\sigma_3/\sigma_c = 0$ a $\sigma_3/\sigma_c = 1/4$.

En este sentido, lo más lógico y correcto es emplear un rango de σ_3/σ_c el cual se ajuste lo mejor posible a las condiciones de campo.

De acuerdo a Hoek, Kaiser y Bawden [5], el índice de resistencia geológica (Geological Strength Index) $GSI = RMR_{76}$, para valores de $RMR_{76} > 18$ y por otra parte , $GSI = (RMR_{89} - 5)$, cuando la calidad del macizo rocoso $RMR_{89} > 23$.

Tabla A.1.- Valores típicos de los parámetros del criterio de rotura de Hoek y Brown.

TIPO DE ROCA CALIDAD DEL MACISO ROCOSO	ROCAS CARBONATADAS BIEN CRISTALIZADAS (Dolomía, Caliza y Marmol)		ROCAS ARCILLOSAS LITIFICADAS Argilitas, Limolitas Pizarras no arenosas		ROCAS ARENOSAS Bien cementadas (Areniscas y Cuarzitas)		ROCAS ÍGNEAS DE GRANO FINO (Andesita, Basalto Diabasa y Riolita)		ROCAS METAMÓRFICAS E ÍGNEAS DE GRANO GRUESO (Gneis, granito, Gebro, Diorita)	
	m	s	m	s	m	s	m	s	m	s
ROCA INTACTA (RMR = 100)	7,0	1,0	10,0	1,0	15,0	1,0	17,0	1,0	25,0	1,0
ROCA MUY BUENA (RMR = 85)	3,5	0,1	5,0	0,1	7,5	0,1	8,5	0,1	12,5	0,1
ROCA BUENA (RMR = 65)	0,7	0,004	1,0	0,004	1,5	0,004	1,7	0,004	2,5	0,004
ROCA NORMAL (RMR = 44)	0,14	0,0001	0,2	0,0001	0,3	0,0001	0,34	0,0001	0,5	0,0001
ROCA MALA (RMR = 23)	0,04	0,00001	0,05	0,00001	0,08	0,00001	0,09	0,00001	0,13	0,00001
ROCA MUY MALA (RMR = 3)	0,007	0,00	0,01	0,00	0,015	0,00	0,017	0,00	0,025	0,00

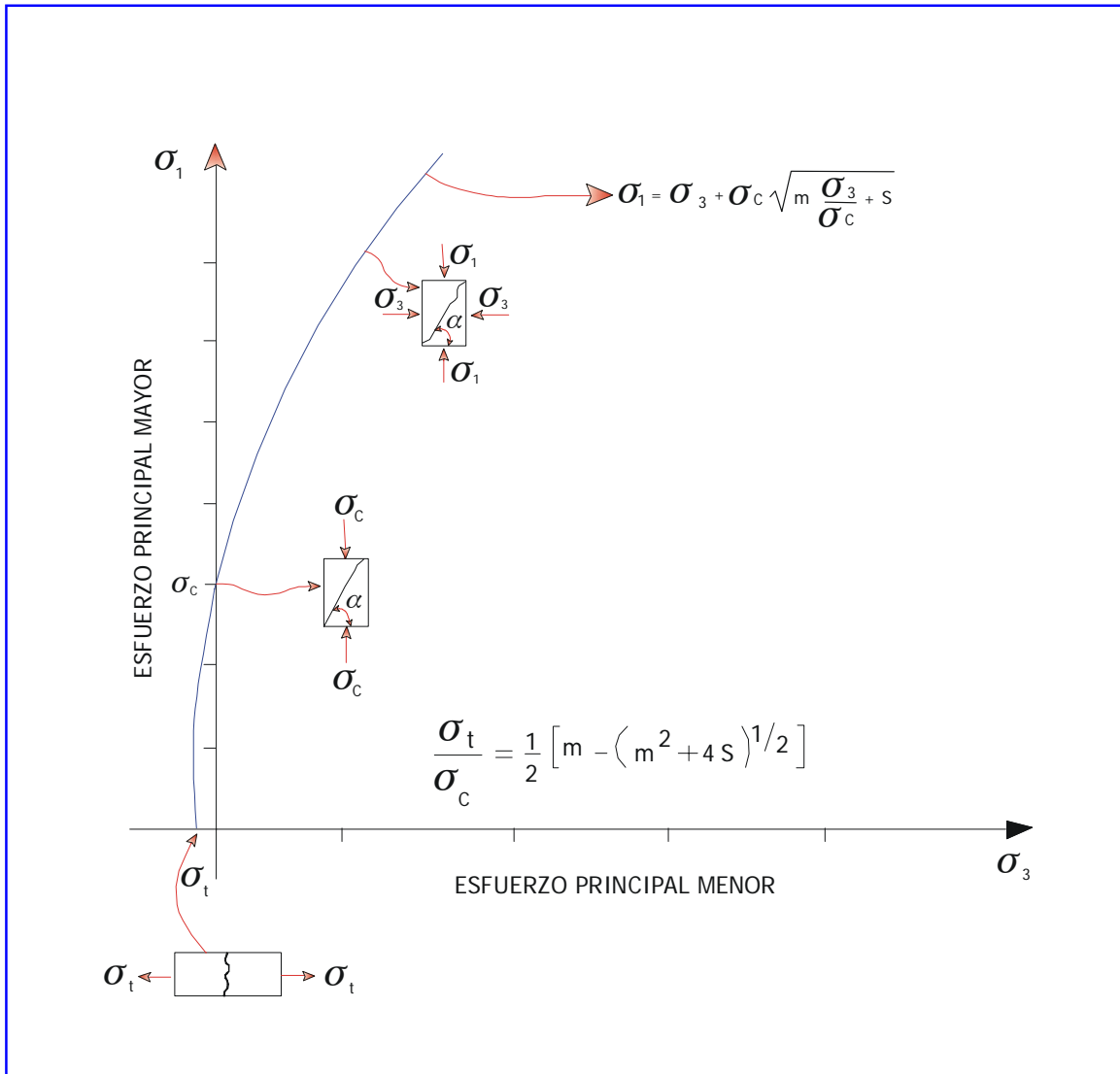


Figura A.1 Relación entre los esfuerzos principales de acuerdo al criterio de rotura de Hoek y Brown [1]

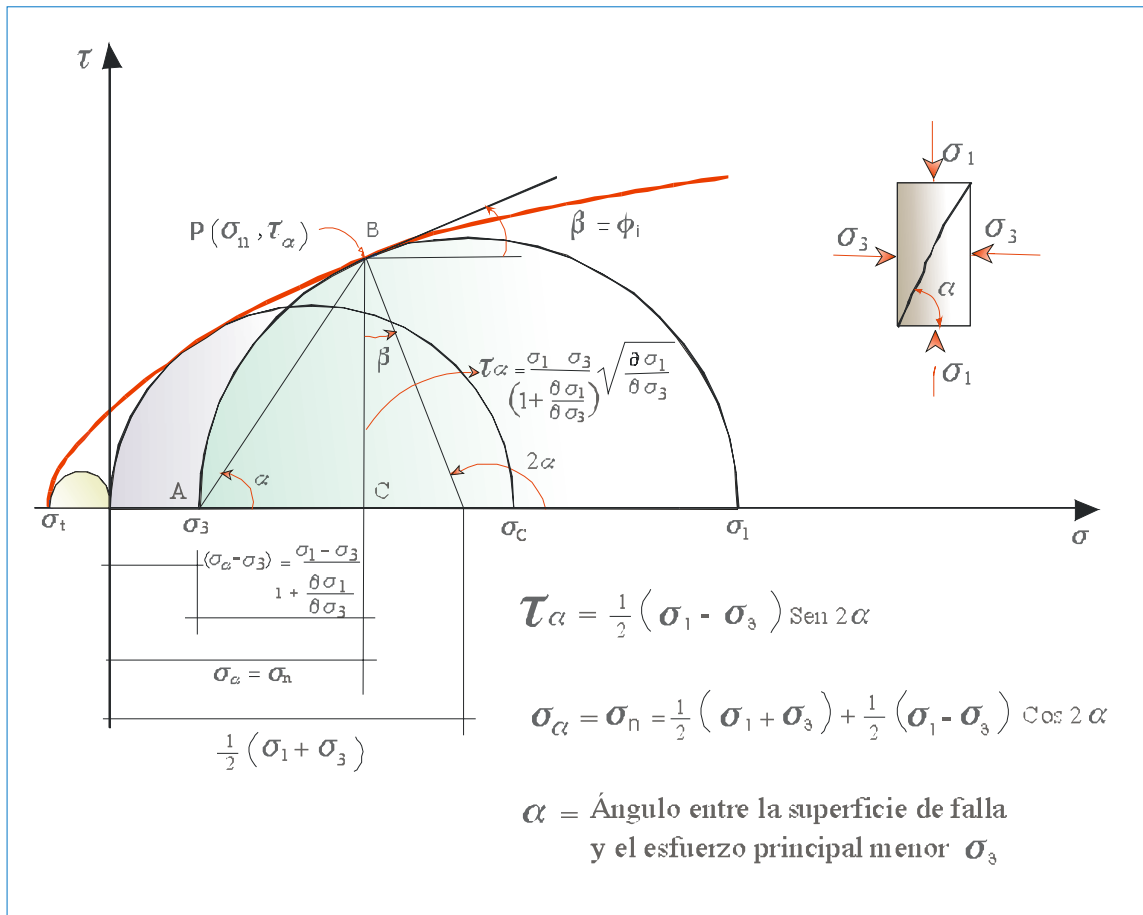






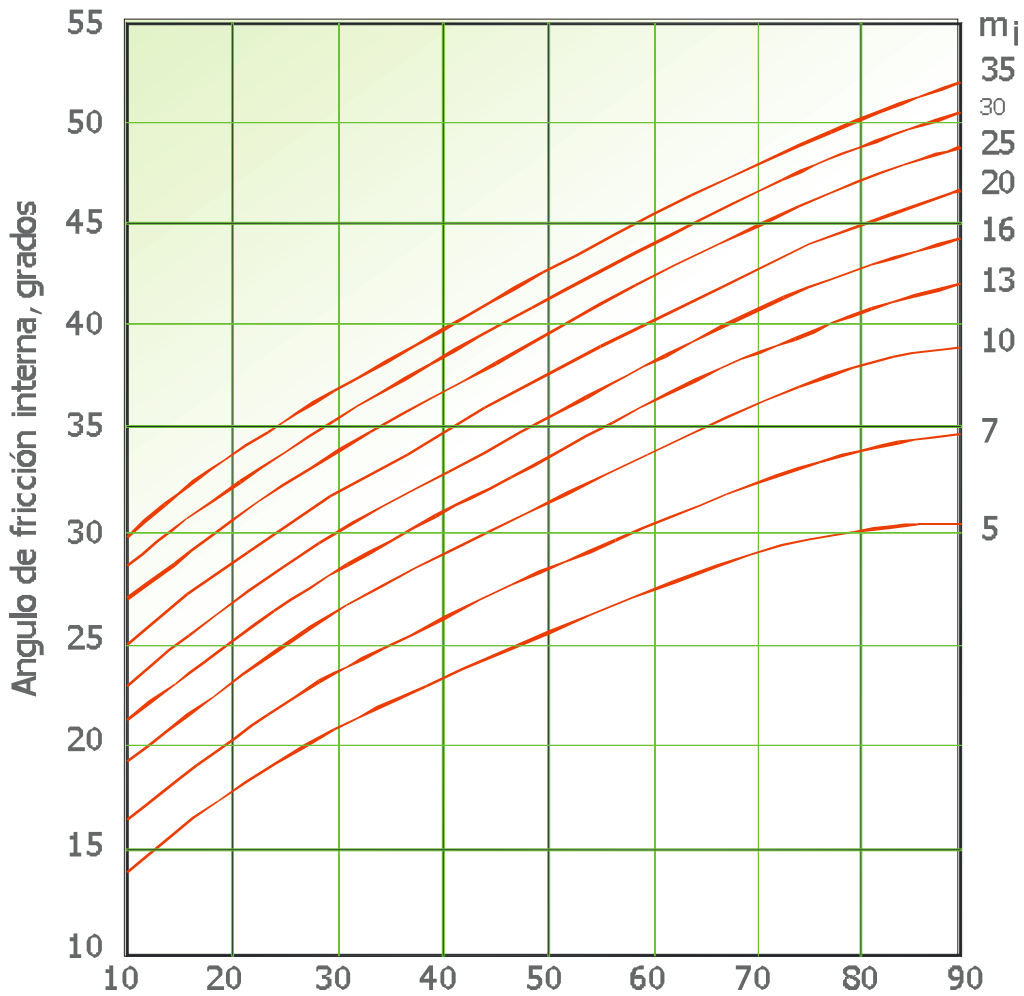


Figura A2. Envolvente de rotura por cizallamiento representada a través del diagrama de Mohr

Tabla A.2 Índice de Resistencia Geológica –GSI, según Hoek y Brown [4]

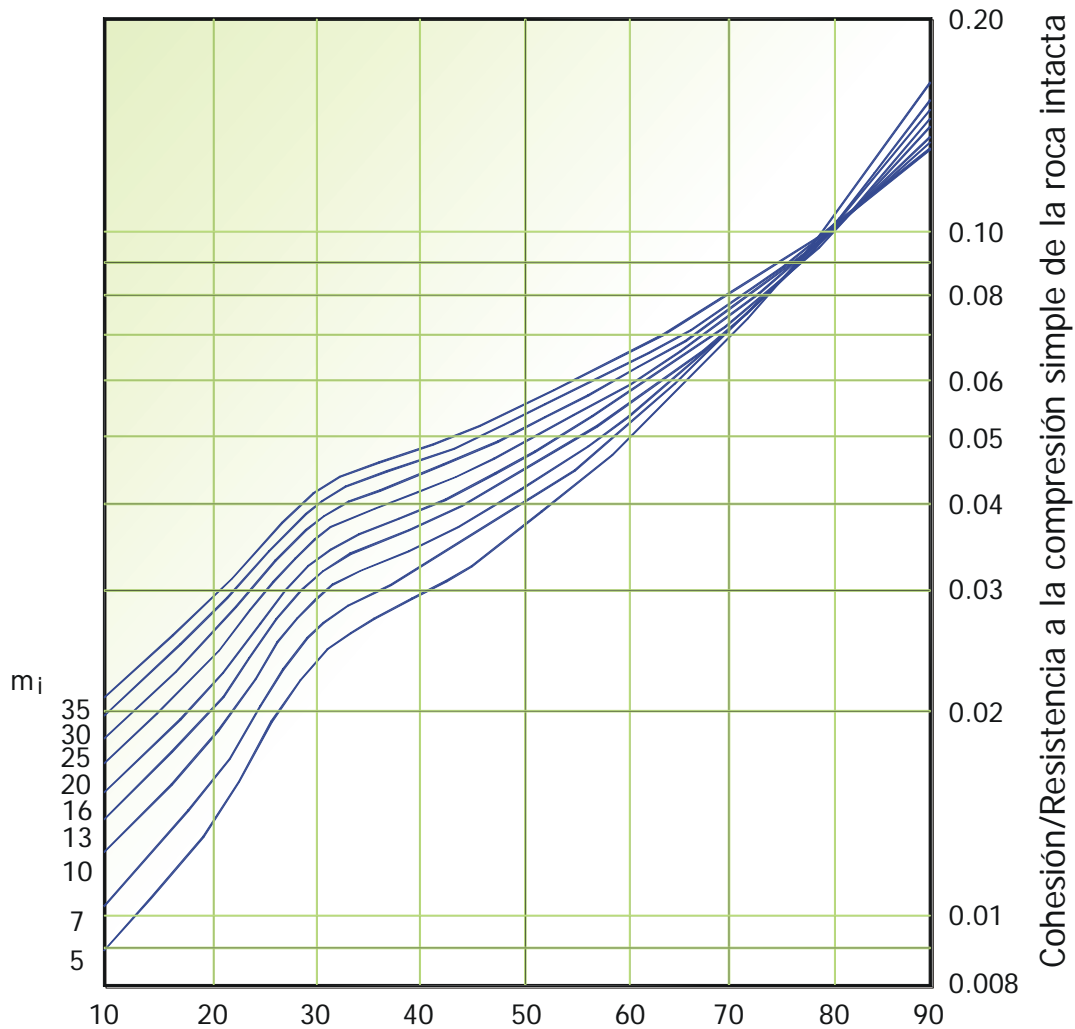
GEOLOGICAL STRENGTH INDEX A partir de la descripción de la estructura y las condiciones de la superficie de la masa rocosa, seleccionar el intervalo apropiado de esta gráfica. Estimar el valor promedio del Geological Strength Index (GSI) de dicho intervalo. No intentar ser tan preciso. Escoger un rango de GSI de 36 a 42 es más aceptable que fijar un GSI = 38. También es importante reconocer que el criterio de Hoek-Brown debería ser aplicada solamente en macizos rocosos donde el tamaño de los bloques o fragmentos es pequeño comparado con el tamaño de la excavación a ser evaluada. Cuando el tamaño de los bloques individuales es aproximadamente mayor a un cuarto de la dimensión de la excavación, generalmente la falla estaría controlada por la estructura y el criterio de Hoek-Brown no debería ser utilizado		CONDICIÓN DE LA SUPERFICIE				
EXTRUCTURA		MUY BUENA Muy rugosa, superficies sin meteorización	BUENA Rugosa, ligeramente meteorizada, superficies teñidas de óxido	MEDIA Plana, moderadamente meteorizada, superficie alteradas	MA/LA Espejos de falla, superficies muy meteorizadas con rellenos duros o de fragmentos angulares	MUY MALA Espejos de falla, superficies muy meteorizadas con rellenos de arcilla blanca
		DISMINUCIÓN EN CALIDAD DE SUPERFICIE →				
	INTACTAS O MASIVAS - rocas intactas o rocas masiva in situ con pocas discontinuidades separadas ampliamente.	90	80	N/A	N/A	N/A
	FRACTURADA.- Macizo rocoso poco perturbado consistente de bloques cúbicos formados por tres sistemas ortogonales de discontinuidades, muy bien unidos entre sí.	70	60			
	MUY FRACTURADA.- Macizo rocoso parcialmente perturbado consistente de bloques angulares unidos entre sí, formados por cuatro o más sistemas de discontinuidades	50				
	FRACTURADA / PERTURBADA - macizo rocoso plegado y/o fallado con bloques angulares formados por la intersección de varios sistemas de discontinuidades	40		30		
	DESINTEGRADA - macizo rocoso alternante Fracturado con mezcla de fragmentos angulares y redondeados, pobremente unidos entre sí				20	
	FOLIADA/LAMINADA - macizo rocoso foliado, plegado y cizallado tectónicamente. La esquistosidad prevalece Discontinuidades, completamente carente de bloques.	N/A	N/A			10 5



Índice de resistencia geológica GSI (Geological Strength Index)

Figura A.3. Valores del ángulo de fricción interna equivalente ϕ_i en función del índice GSI y m_i según Hoek y Brown [4], correspondiente

al intervalo $0 \leq \frac{\sigma_3}{\sigma_c} \leq 0,25$



Índice de resistencia geológica GSI (Geological Strength Index)

Figura A.4. Valores de la relación cohesión equivalente /resistencia a la Compresión simple (C/σ_c) en función del índice GSI y m_i , definidos en

$$\text{el intervalo } 0 \leq \frac{\sigma_3}{\sigma_c} \leq 0,25$$

2. DETERMINACION DE LOS PARAMETROS DE CORTE EQUIVALENTES C Y ϕ EN FUNCION DE LOS COEFICIENTES m y s DEL CRITERIO EMPIRICO DE ROTURA DE HOEK Y BROWN.

Empleando la ecuación (A.1) la pendiente de la curva que vincula σ_1 y σ_3 al aplicar el criterio empírico de rotura de Hoek y Brown es:

$$\left(\frac{\partial\sigma_1}{\partial\sigma_3}\right) = 1 + \frac{m}{2\left(m \cdot \frac{\sigma_3}{\sigma_c} + s\right)^{1/2}} \quad (\text{A.13})$$

Tomando en cuenta que $\xi = \sigma_3/\sigma_c$, el valor promedio de la pendiente en el intervalo $[\xi_1, \xi_2]$ puede representarse a través de la ecuación:

$$\left(\frac{\partial\sigma_1}{\partial\sigma_3}\right)_{promedio} = \frac{1}{(\xi_2 - \xi_1)} \int_{\xi_1}^{\xi_2} \left[1 + \frac{0,5 \cdot m}{\sqrt{m\xi + s}}\right] d\xi \quad (\text{A.14})$$

Llamando a la pendiente promedio $\tan\psi$, en integrando se convierte en:

$$\tan \psi = 1 + \frac{\sqrt{s}}{(\xi_2 - \xi_1)} \left[\sqrt{1 + \frac{m}{s} \xi} \right]_{\xi_1}^{\xi_2} \quad (\text{A.15})$$

En estas condiciones es recomendable considerar $\xi_1 = \sigma_3/\sigma_c = 0$ y ξ_2 variable.

Lógicamente el coeficiente ξ_2 debe determinarse en función del estado tensional existente en el macizo rocoso.

Por lo tanto:

$$\tan \psi = \left\{ 1 + \frac{\sqrt{s}}{\xi_2} \left[\sqrt{1 + \frac{m}{s} \xi_2} - 1 \right] \right\} \quad (\text{A.16})$$

Si $\xi_2 = 1/4$, la ecuación anterior toma la forma:

$$\tan \psi = \left\{ 1 + 4 \left[\sqrt{s + \frac{m}{4}} - \sqrt{s} \right] \right\} \quad (\text{A.17})$$

Al aplicar el bien conocido criterio de rotura de Mohr-Coulomb, la relación entre los esfuerzos principales es:

$$\sigma_1 = \sigma_3 \cdot K + \sigma_c \quad (\text{A.18})$$

Siendo:

$$K = \tan^2(45^\circ + \phi/2) = \left(\frac{1 + \operatorname{sen}\phi}{1 - \operatorname{sen}\phi} \right) = \text{pendiente de la línea de resistencia intrínseca.}$$

Al considerar que $\tan\psi = K$, la ecuación (A.17) puede expresarse en función de ϕ en el intervalo cerrado $0 \leq \sigma_3/\sigma_c \leq 1/4$ mediante la ecuación:

$$\tan^2(45^\circ + \phi/2) = 1 + 4 \cdot \left[\sqrt{s + \frac{m}{4}} - \sqrt{s} \right] \quad (\text{A.19})$$

De esta forma es posible estimar aproximadamente el ángulo de fricción interna “equivalente” aplicando el criterio de rotura de Hoek y Brown, empleando un conocido rango de valores de la tensión principal menor σ_3 .

El valor de la cohesión a través de la tangente a la envolvente de rotura se obtiene considerando que:

$$C \sqrt{\frac{\partial\sigma_1}{\partial\sigma_3}} = \frac{1}{2} \left[\sigma_1 - \sigma_3 \cdot \left(\frac{\partial\sigma_1}{\partial\sigma_3} \right) \right] \quad (\text{A.20})$$

Utilizando (A.1) y su derivada $\left(\frac{\partial\sigma_1}{\partial\sigma_3} \right)$, el valor promedio de la cohesión

“equivalente” es:

$$\left(\frac{C}{\sigma_c} \right) = \frac{180^\circ}{\pi \cdot (\phi_2^\circ - \phi_1^\circ)} \left\{ \frac{m}{16} \cdot \ln \left[\frac{\tan\phi_2 \cdot \tan^2\left(45^\circ + \frac{\phi_1}{2}\right)}{\tan\phi_1 \cdot \tan^2\left(45^\circ + \frac{\phi_2}{2}\right)} \right] - \left(\frac{s}{m} + \frac{m}{16} \right) \ln \left(\frac{\cos\phi_2}{\cos\phi_1} \right) \right\} \quad (\text{A.21})$$

Los valores de ϕ_1 y ϕ_2 se determinan empleando la ecuación (A.5), es decir:

$$\tan \alpha = \left(\frac{\partial \sigma_1}{\partial \sigma_3} \right)^{1/2} = \left[1 + \frac{m}{2 \cdot \left(m \cdot \frac{\sigma_3}{\sigma_c} + s \right)^{1/2}} \right]^{1/2} \quad (\text{A.22})$$

Siendo:

$\alpha = (45^\circ + \phi_i/2)$ = ángulo que forma el plano de falla con la dirección del esfuerzo principal menor σ_3 .

Por tanto:

$$\tan^2(45^\circ + \phi_i) = \left\{ 1 + \frac{m}{2 \cdot (m\xi + s)^{1/2}} \right\} \quad (\text{A.23})$$

En estas circunstancias si $\xi = \xi_1 = \left(\frac{\sigma_3}{\sigma_c} \right) = 0$ y $\xi = \xi_2 = \left(\frac{\sigma_3}{\sigma_c} \right)$ se obtiene:

$$\left. \begin{aligned} \tan^2(45^\circ + \phi_1 / 2) &= \left\{ 1 + \frac{m}{2 \cdot \sqrt{s}} \right\}, \text{ cuando } \xi_1 = \sigma_3 / \sigma_c = 0 \\ \tan^2(45^\circ + \phi_2 / 2) &= \left\{ 1 + \frac{m}{2 \cdot \sqrt{m \cdot \xi_2 + s}} \right\} \end{aligned} \right\} \quad (\text{A.24})$$

Para el caso particular que $\xi_2 = \sigma_3 / \sigma_c = 1/4$, resulta:

$$\tan^2(45^\circ + \phi_2 / 2) = \left\{ 1 + \frac{m}{\sqrt{m + 4s}} \right\}$$

Otra forma más expedita es utilizando de acuerdo a Ucar [2] la siguiente ecuación entre los esfuerzos principales:

$$(\sigma_1 - \sigma_3) = 2 \tau_\alpha \sqrt{1 + \tau_\alpha'^2} \quad (\text{A.25})$$

Al reemplazar (A.1) y (A.8) en la ecuación anterior y tomando en cuenta además

que $\tau'_\alpha = \left(\frac{d\tau_\alpha}{d\sigma_n} \right) = \tan \phi_i$, resulta:

$$\sigma_c \sqrt{m \frac{\sigma_3}{\sigma_c} + s} = 2 \cdot \frac{m}{8} \left(\frac{1 - \text{sen} \phi_i}{\tan \phi_i} \right) \sec \phi_i \quad (\text{A.26})$$

Al simplificar la ecuación anterior se transforma:

$$\text{sen} \phi = \text{sen} \phi_i = \left\{ \frac{m}{4 \cdot \sqrt{m \frac{\sigma_3}{\sigma_c} + s + m}} \right\} \quad (\text{A.27})$$

Por tanto:

$$\text{Si } \xi_1 = \left(\frac{\sigma_3}{\sigma_c} \right) = 0 \quad \text{y} \quad \xi_2 = \left(\frac{\sigma_3}{\sigma_c} \right) = \frac{1}{4}$$

Resulta:

$$\left. \begin{aligned} \text{sen} \phi_1 &= \left(\frac{m}{4 \cdot \sqrt{s + m}} \right) \\ \text{sen} \phi_2 &= \left\{ \frac{m}{2 \cdot \sqrt{m + 4s + m}} \right\} \end{aligned} \right\} \quad (\text{A.28})$$

Siendo además:

$$\left(\frac{\sigma_3}{\sigma_c}\right) = \frac{1}{m} \left\{ \left[\frac{m}{4} \cdot \left(\frac{1}{\sin\phi} - 1 \right) \right]^2 - s \right\} \quad (\text{A.29})$$

Una vez conocidos los parámetros de corte equivalentes C y $\phi = \phi_i$, el valor de la resistencia a la compresión simple de la masa rocosa σ_{cm} puede calcularse a través de la conocida expresión:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{cm} &= 2 C \tan(45^\circ + \phi/2) \\ \text{La cual es equivalente a escribir:} \\ \left(\frac{\sigma_{cm}}{\sigma_c}\right) &= 2 \cdot \left(\frac{C}{\sigma_c}\right) \tan(45^\circ + \phi/2) \end{aligned} \right\} \quad (\text{A.30})$$

Hoek [6] en una forma aproximada ha determinado la siguiente ecuación:

$$\frac{\sigma_{cm}}{\sigma_c} = 0,022 e^{0,038 \cdot GSI} \quad (\text{A.31})$$

De una manera más general la ecuación (A.1) puede expresarse en la forma:

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_c} = \frac{\sigma_3}{\sigma_c} + \left(m \cdot \frac{\sigma_3}{\sigma_c} + s \right)^a \quad (\text{A.32})$$

Siendo:

$$a = \left[0,65 - \left(\frac{GSI}{200} \right) \right] \quad , \text{ si } GSI \leq 30 \quad (\text{A.33})$$

Cuando $GSI \geq 30$, $a = 1/2$

Por lo tanto, si (σ_3/σ_c) varía entre 0 a $1/4$, se obtiene:

$$K = \tan^2(45^\circ + \phi/2) = \left\{ 1 + 4 \cdot \left[\left(\frac{m}{4} + s \right)^a - s^a \right] \right\} \quad (\text{A.34})$$

Si $GSI = 20 \Rightarrow s = 0$

Por otro lado, un procedimiento aproximado para obtener la cohesión dentro del intervalo $0 \leq \sigma_3/\sigma_c \leq 1/4$ es a través de las fórmulas:

$$\left(\frac{C}{\sigma_c} \right) \approx \frac{2}{\sqrt{K}} \left\{ \frac{(1-K)}{32} + \frac{1}{m \cdot (a+1)} \left[\left(\frac{m}{4} + s \right)^{a+1} - s^{a+1} \right] \right\} \quad (\text{A.35})$$

Si $a = 1/2$, se obtiene:

$$\left(\frac{C}{\sigma_c} \right) \approx \frac{2}{\sqrt{K}} \left\{ \frac{(1-K)}{32} + \frac{2}{3 \cdot m} \left[\left(\frac{m}{4} + s \right)^{3/2} - s^{3/2} \right] \right\} \quad (\text{A.36})$$

Adicionalmente, como una primera aproximación es recomendable considerar que $\xi_1 = \sigma_3/\sigma_c = 0$, debiéndose calcular ξ_2 en función de la tensión principal mayor σ_1 o normal σ_n .

Tomando en cuenta por ejemplo que se conoce (σ_n/σ_c) los pasos a seguir para obtener ξ_2 son los siguientes:

1. Representar la ecuación (A.9) en función de ϕ_i como a continuación se indica:

$$\text{sen}^3 \phi_i - \lambda \text{sen}^2 \phi_i + \frac{1}{2} = 0 \quad (\text{A.37})$$

$$\lambda = \frac{8}{m^2} \left[m \left(\frac{\sigma_n}{\sigma_c} \right) + s \right] + \frac{3}{2} \quad (\text{A.38})$$

La solución de (A.37) es según Ucar [2]:

$$\text{sen} \phi_i = \frac{\lambda}{3} \cdot \left(2 \cos \left\{ \frac{1}{3} \arccos \left[\left(1 - \frac{27}{4\lambda^3} \right) \right] + \frac{4 \cdot \pi}{3} \right\} + 1 \right) \quad (\text{A.39})$$

2. Una vez determinado $\phi_i = \phi_2$, calcular $\xi_2 = (\sigma_3/\sigma_c)$ a través de la ecuación (A.29).

3. En estas condiciones se obtiene:

$$\xi_2 = \left(\frac{\sigma_3}{\sigma_c} \right) = \frac{1}{m} \left\{ \left[\frac{m}{4} \left(\frac{1}{\text{sen} \phi_2} - 1 \right) \right]^2 - s \right\} \quad (\text{A.40})$$

Finalmente, conociendo ξ_2 a través de la ecuación A.16 y tomando en cuenta que $\tan \psi = \tan^2 (45^\circ + \phi/2)$, se obtiene el valor de ϕ para el rango establecido de tensiones.

Empleando A.27 se determinan ϕ_1 y ϕ_2 . Con dichos valores y los coeficientes m y s , conjuntamente con la fórmula (A.21) se calcula la resistencia a cero esfuerzo normal (C/σ_c) en función del conocido campo de tensiones.

2.1. Aplicación Práctica

Con el objeto de apreciar el procedimiento de cálculo, a continuación se lleva a cabo el siguiente ejemplo en un talud con una altura bastante significativa de 50,00 m, en una roca ignimbrita (tobas soldadas o aglomeradas aunque de origen piroplástico están constituidas casi exclusivamente por material magmático). Este tipo de macizo rocoso aflora en las zonas de cimentación de los puentes sobre el Río Virilla y Río Grande, correspondiente al proyecto Ciudad Colón-Orotina en San José de Costa Rica.

El índice de calidad de la roca y otras propiedades son las siguientes:

$$\left. \begin{array}{l} \text{GSI} = 34 \\ m_i = 18 \\ \sigma_c = 18,50 \text{ MPa} \\ \gamma = 20,00 \text{ KN/m}^3 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} m = 1,70 \\ s = 0,00065 \end{array}$$

Partiendo del hecho que se conoce previamente el campo de tensiones el cual actúa sobre el macizo rocoso, resulta:

$$\text{a) } \xi_1 = \left(\frac{\sigma_3}{\sigma_c} \right) = 0 \text{ (cresta del talud)}$$

Al aplicar (A.27), se tiene:

$$\text{sen } \phi_1 = \frac{m}{4\sqrt{s} + m} = \left[\frac{1,70}{4\sqrt{0,00065} + 1,70} \right]$$

$$\phi_1 = 70,63^\circ \Rightarrow \sigma_n / \sigma_c = 0,0088 \text{ (utilizando la ecuación A.9)}$$

$$\text{b) } \left(\frac{\sigma_n}{\gamma H} \right) \approx 0,40 \text{ (base del talud) } \therefore \sigma_n = 0,40 \cdot 0,020 \text{ MN/m}^3 \cdot 50,00 \text{ m}$$

$$\sigma_n = 0,40 \text{ MPa} \quad \text{y} \quad \left(\frac{\sigma_n}{\sigma_c} \right) = 0,022$$

Mediante las ecuaciones (A.38) y (A.37), se obtiene que $\phi_1 = \phi_2 = 50,97^\circ$.

Por lo tanto, al aplicar (A.40) el valor de ξ_2 es:

$$\xi_2 = \left(\frac{\sigma_3}{\sigma_c} \right) = \frac{1}{1,70} \left\{ \left[\frac{1,70}{4} \left(\frac{1}{\text{sen } 50,97^\circ} - 1 \right) \right]^2 - 0,00065 \right\}$$

$$\xi_2 = 0,00838$$

Una vez conocida dicha relación, el ángulo promedio de fricción interna equivalente se determina a través de (A.16), tomando en cuenta además la expresión $\tan \psi = \tan^2 (45^\circ + \phi/2)$, es decir:

$$\tan^2(45^\circ + \phi/2) = \left\{ 1 + \frac{\sqrt{0,00065}}{0,00838} \left[\sqrt{1 + \frac{1,70}{0,00065} \cdot (0,00838)} - 1 \right] \right\}$$

$$\tan^2(45^\circ + \phi/2) = 12,52 \quad \therefore \quad \phi = 58,43^\circ$$

El paso final es determinar la cohesión equivalente (resistencia al corte a cero esfuerzo normal) en función de $\phi_1 = 70,63^\circ$ y $\phi_2 = 50,97^\circ$. Al considerar (A.21) y operar con varios decimales, resulta:

$$\left(\frac{C}{\sigma_c} \right) = \frac{180^\circ}{\pi(-19,66^\circ)} \cdot \left\{ \frac{1,70}{16} \cdot \ln \left(\frac{42,352944}{22,644975} \right) - 0,106632 \ln(1,898672) \right\}$$

$$\left(\frac{C}{\sigma_c} \right) = \frac{180^\circ}{\pi(-19,66^\circ)} \cdot \{ 0,106250 \cdot (0,626100) - 0,106632(0,641155) \}$$

$$\left(\frac{C}{\sigma_c} \right) = 0,00537 \Rightarrow C = 0,00537 \cdot 18,50 \text{ MPa} \approx 0,10 \text{ MPa}$$

2.1.1. Análisis de la Estabilidad de Taludes utilizando el Ajuste de los Parámetros de Corte Equivalentes Determinados Mediante Mínimos Cuadrados.

En esta sección se desea encontrar la mejor recta, es decir la mejor función con la

forma $\frac{\tau_\alpha}{\sigma_c} = \left(\frac{C}{\sigma_c} \right) + \left(\frac{\sigma_n}{\sigma_c} \right) \cdot \tan\phi$ que se ajuste a una colección de datos dentro de

un conocido intervalo a través de la resistencia al corte $\frac{\tau_\alpha}{\sigma_c} = \frac{m}{8} \left(\frac{1 - \text{sen } \phi}{\tan\phi} \right)$.

Esto permitirá determinar los parámetros de corte equivalentes (C/σ_c) y ϕ en la cual la curva de resistencia intrínseca es lineal para un rango conocido de tensiones (σ_n/σ_c).

Además podrá compararse dichos parámetros con el procedimiento desarrollado en los párrafos anteriores.

Utilizando estos coeficientes se determinará el ángulo crítico de deslizamiento y el mínimo factor de seguridad empleando rotura planar.

A continuación se estudiará la estabilidad de la roca ignimbrita previamente mencionada en la sección 2.1 en un talud con una altura de $H = 50,00$ m e inclinación $\beta = 55^\circ$. Siendo además la sobrecarga $q = 400,00$ kN/m² y $\varepsilon = 0^\circ$ (no se considera el efecto sísmico).

a) Determinación de los Parámetros Equivalentes

De acuerdo a la figura (A.5.), el esfuerzo normal promedio considerando rotura planar puede calcularse a través de las ecuaciones desarrolladas en la sección 2.3, obteniéndose:

$$\left(\frac{\sigma_n}{\gamma H} \right) = \left[\frac{\text{sen}(\beta - \alpha)}{2 \text{sen} \beta} \right] \cdot \left\{ \left(\left(\frac{\gamma_{sat}}{\gamma} \right) \left(\frac{H_1}{H} \right)^2 + \left[1 - \left(\frac{H_1}{H} \right)^2 \right] + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{2 \cdot q}{\gamma H} \right) \cdot \cos(\alpha + \varepsilon) \cdot K - \left(\frac{\gamma_w}{\gamma} \right) \cdot \left(\frac{H_1}{H} \right)^2 \cdot \sec \alpha \right\} \quad (A.41)$$

Si la altura del nivel freático $H_1 = 0$, resulta:

$$\left(\frac{\sigma_n}{\gamma H} \right) = \frac{\text{sen}(\beta - \alpha)}{\text{sen} \beta} \left[\frac{1}{2} + \frac{q}{\gamma \cdot H} \right] \cdot \cos(\alpha + \varepsilon) \cdot K$$

Al emplear la ecuación (A.41), se posible observa que aproximadamente el valor promedio de $\sigma_n/\gamma \cdot H \approx 0,15$ a $0,30$, aunque también se encuentran valores de $(\sigma_n/\gamma H)$ menores al límite inferior ya indicado.

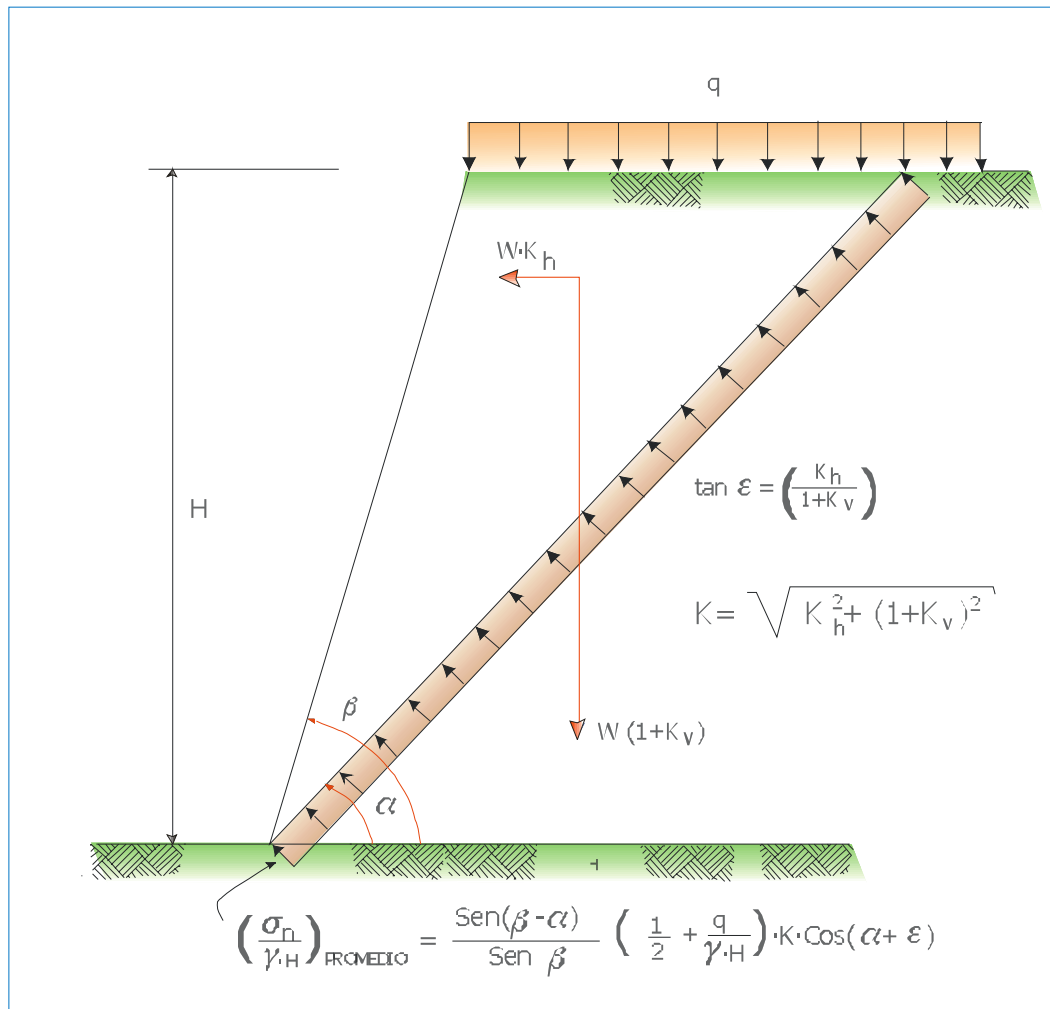


Figura A.5. Tensión normal promedio actuando sobre la superficie potencial de deslizamiento .

Por otro lado, se ha considerado como una primera aproximación que el esfuerzo normal actuando sobre la superficie potencial de falla es lineal, siendo además dicho valor en la cresta del talud $(\sigma_n/\gamma.H)_{z=0}$ relativamente bajo*, y en el pie del talud se encuentra poco más o menos en el rango de $(\sigma_n/\gamma.H)_{z=H} \approx 0,20$ a $0,40$.

En estas circunstancias se analizará la estabilidad del talud dentro del siguiente intervalo de tensiones:

- ◆ Cresta del talud, $z = 0$ valor de (σ_n/σ_c) cuando $\sigma_3/\sigma_c = 0$
- ◆ Pie del talud, $z = H$ valor de (σ_n/σ_c) correspondiente a $\sigma_n/\gamma.H \approx 0,40$ (valor estimado para efectos de cálculo).

Lógicamente, para determinar la envolvente lineal y por ende las magnitudes promedios de C y ϕ equivalentes, es necesario conocer previamente el intervalo de tensiones que está actuando sobre el medio rocoso. Por lo tanto, al tomar en cuenta el mencionado campo de esfuerzos a lo largo de la superficie investigada, resulta:

Valor de (σ_n/σ_c) cuando $\sigma_3/\sigma_c = 0$ (cresta del talud, $z = 0$)

Valor de (σ_n/σ_c) cuando $\sigma_n/\gamma.H = 0,40$, $z = H = 50,00$ m (base del talud)

* La aplicación del cálculo variacional a la estabilidad de taludes ha demostrado que en la zona cercana a la cresta del talud es usual en ciertos casos obtener un campo de esfuerzos a tracción.

$$\sigma_n = 0,40 \cdot 20,00 \text{ KN/m}^3 \cdot 50,00 = 0,40 \text{ MPa}$$

$$\frac{\sigma_n}{\sigma_c} = \frac{0,40}{18,5} = 0,022$$

A la vez, es necesario conocer los valores de ϕ_i para el entorno de σ_n establecido.

Por tanto, cuando $\sigma_3/\sigma_c = 0$, el ángulo instantáneo $\phi = \phi_i$ es al aplicar (A.27)

$$\text{sen } \phi = \text{sen } \phi_i = \left(\frac{m}{4 \cdot \sqrt{s} + m} \right) \quad (\text{A.42})$$

Al tomar en cuenta que $m = 1,70$ y $s = 0,00065$, resulta:

$$\phi = \phi_i = 70,63^\circ (\sim 70^\circ)$$

Por otro lado, la tensión normal es según (A.9)

$$\left(\frac{\sigma_n}{\sigma_c} \right) = 0,2125 \cdot \left(\frac{1}{2 \cdot \text{sen}^2 70,00^\circ} + \text{sen} 70,00^\circ \right) - 0,319132$$

$$\left(\frac{\sigma_n}{\sigma_c} \right) = 0,00088, \quad (\sigma_3/\sigma_c = 0, \phi = \phi_i \cong 70^\circ, z = 0 \text{ (cresta del talud)})$$

Cuando $(\sigma_n/\sigma_c) = 0,022$, $(\sigma_n/\gamma \cdot H \approx 0,40, z = H = 50,00 \text{ m})$, se obtiene al

emplear (A.38) y (A.39) los valores de λ y ϕ_i . es decir:

$$\lambda = 1,605329$$

$$\text{sen}\phi = \text{sen}\phi_i = 0,776816 \therefore \phi = \phi_i = 50,97^\circ$$

Una vez conocido el intervalo de ϕ , es decir $50,97^\circ \leq \phi \leq 70^\circ$, el próximo paso es determinar (τ_α/σ_c) dentro del mencionado entorno.

Por lo tanto, tomando en cuenta ϕ y (σ_n/σ_c) , conjuntamente con las ecuaciones (A.8), (A.29) y (A.1) se ha elaborado la siguiente tabla la cual incorpora también los valores de (τ_α/σ_c) , (σ_3/σ_c) y (σ_1/σ_c) en el intervalo previamente establecido.

Tabla A.2
Resistencia al corte de la roca en función de un conocido rango de tensiones normales

$\phi = \phi_1$	(σ_n/σ_c)	(τ_α/σ_c)	(σ_3/σ_c)	(σ_1/σ_c)
$\sim 70^\circ*$	0,00088	0,00466	0	0,0255
65°	0,0028	0,00928	0,00075	0,0446
60°	0,0066	0,01644	0,00216	0,0679
55°	0,0131	0,0269	0,00497	0,09862
$50,99^{**}$	0,0220	0,03844	0,00838	0,13042
$\left(\frac{\tau_\alpha}{\sigma_c}\right) = \frac{m}{8} \cdot \left(\frac{1 - \text{sen}\phi_i}{\tan\phi_i}\right), \quad m = 1,70 \quad s = 0,00065$				
$\left(\frac{\sigma_3}{\sigma_c}\right) = \frac{1}{m} \left\{ \left[\frac{m}{4} \left(\frac{1}{\text{sen}\phi} - 1 \right) \right]^2 - s \right\} \quad \left \quad \left(\frac{\sigma_1}{\sigma_c}\right) = \left(\frac{\sigma_3}{\sigma_c}\right) + \sqrt{m \cdot \left(\frac{\sigma_3}{\sigma_c}\right) + s}$				

* Valores en la cresta del talud ($\sim \sigma_3/\sigma_c = 0$), $z = 0$

** Valores correspondientes a la profundidad $z = H = 50,00$ m (pie del talud) $\sigma_n/\gamma.H \approx 0,40$

Para dicho intervalo de esfuerzos los parámetros equivalentes de C y ϕ se determinan al emplear la bien conocida relación lineal:

$$\frac{\tau_{\alpha}}{\sigma_c} = \left(\frac{C}{\sigma_c} \right) + \left(\frac{\sigma_n}{\sigma_c} \right) \cdot \tan\phi \quad (\text{A.43})$$

Al emplear la técnica de mínimos cuadrados, resulta:

$$\left(\frac{C}{\sigma_c} \right) = 0,00475 \quad \therefore C = 0,00475 \cdot 18,50 \text{ MPa} = 0,088 \text{ MPa}$$

$$\tan\phi = 1,578 \quad \therefore \phi = 57,63^{\circ}$$

Se aprecia que el ángulo ϕ difiere muy poco al compararse con el procedimiento indicado a través de las ecuaciones (A.19) en el cual se obtiene que $\phi = 58,43^{\circ}$.

Sin embargo, se observa que la resistencia al corte a cero esfuerzo normal aplicando la técnica de mínimos cuadrados es aproximadamente un 11,50% menor con respecto al valor con antelación determinado (véase ecuación A.21).

Cabe destacar que los resultados obtenidos correspondientes a los valores equivalentes del ángulo de fricción interna ϕ están representados por el ángulo de fricción básico ϕ_b (determinado en una superficie suave aparente) y el ángulo de

rugosidad i , el cual depende de las irregularidades que exhiba la masa rocosa, es decir $\phi = (\phi_b + i)$.

Por otro lado, de acuerdo al modelo propuesto por Barton [7] y más recientemente por Barton y Bandis [8], se sabe que:

$$i = JRC \cdot \log_{10} \left(\frac{\sigma_d}{\sigma'_n} \right) \quad (\text{A.44})$$

Donde:

JRC= Coeficiente de rugosidad en la discontinuidad. $0 \leq JRC \leq 20$

JRC = 0 (superficie perfectamente suave)

JRC = 20 (superficie muy rugosa)

σ_d = Resistencia a la compresión de la roca intacta adyacente a la discontinuidad,

MPa

σ'_n = Tensión normal efectiva, MPa

Adicionalmente, es bien conocido que pruebas de laboratorio a través de diferentes ensayos de corte han arrojado resultados del ángulo de rugosidad entre 40° a 50° los cuales están relacionados con tensiones normales efectivas inferiores a los 0,70 MPa.

Esto demuestra claramente que los valores instantáneos del ángulo de fricción interna son muy altos cuando el campo de tensiones normales efectivas es bajo, por el contrario dicho ángulo disminuye cuando el estado tensional aumenta.

Este último efecto se debe como resultado del aumento progresivo de la tensión normal, lo que genera que las asperezas sean cortadas o cizalladas y por ende se obtiene una inclinación mucho menor de la envolvente de rotura.

Por otra parte, si el campo de tensiones es bajo, el cizallamiento tiende a asociarse con el cabalgamiento de las asperezas.

En estas condiciones, para los efectos de cálculo del coeficiente de seguridad se tomará en cuenta los parámetros equivalentes sin considerar los factores de minoración a la resistencia al corte $C = 0,088 \text{ MPa}$ y $\phi = 57,63^\circ$, conjuntamente con $H = 50,00 \text{ m}$, $\beta = 55^\circ$, $q = 400,00 \text{ KN/m}^2$ y $\varepsilon = 0^\circ$, obteniéndose a través de las ecuaciones (2.29 y 2.23) del capítulo II los siguientes resultados:

$$\left. \begin{aligned} (FS)_{\min} &= 2,23 \\ \alpha &= \alpha_{\text{crítico}} = 45,14^\circ \end{aligned} \right\}$$

La resistencia a la compresión simple de la masa rocosa, la cual es una fracción de la resistencia intacta, se calcula a través de la conocida expresión con anterioridad indicada a través de (A.30). Es decir:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{\text{cm}} &= 2 \cdot C \cdot \tan(45^\circ + \phi/2) \\ \sigma_{\text{cm}} &= 2 \cdot 0,088 \cdot \tan 73,82^\circ = 0,61 \text{ MPa} \end{aligned} \right\}$$

La cual en términos de σ_c es:

$$\left(\frac{\sigma_{cm}}{\sigma_c}\right) = 0,033 \quad \left(\sim \frac{1}{30} \sigma_c\right), \quad \sigma_c = 18,50 \text{ MPa}$$

Expresando en forma adimensional la relación lineal entre los esfuerzos principales σ_1 y σ_3 , se sabe que:

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_3} = K \cdot \left(\frac{\sigma_3}{\sigma_c}\right) + \left(\frac{b}{\sigma_c}\right) \quad (\text{A.45})$$

Cuando $\sigma_3 = 0 \Rightarrow \sigma_1 = b = \sigma_{cm}$

Siendo la pendiente de la recta:

$$K = \left(\frac{1 + \operatorname{sen}\phi}{1 - \operatorname{sen}\phi}\right) = \tan^2(45^\circ + \phi/2)$$

Empleando nuevamente los valores de la Tabla A.2 y ajustándola curva σ_1 , σ_3 por mínimos cuadrados da como resultado:

$$K = \tan^2(45^\circ + \phi/2) = 12,04 \quad \therefore \quad \phi = 57,84^\circ$$

$$\left(\frac{\sigma_{cm}}{\sigma_c}\right) = 0,034$$

Como puede apreciarse los coeficientes que gobiernan la resistencia al corte son prácticamente iguales, bien sea que se determinen a través de la ecuación (A.43) o (A.44). Por supuesto desde el punto de vista teórico no deben existir diferencias, las cuales ocurren, por las aproximaciones realizadas en las operaciones algebraicas.

Es de hacer notar que los resultados obtenidos representan a los parámetros promedios “equivalentes” C y ϕ para un conocido intervalo de tensiones. Si el intervalo de esfuerzos cambia, lógicamente dichos coeficientes serán diferentes.

En realidad lo que se persigue es poder aplicar una relación lineal para un conocido entorno de esfuerzos, en el cual se determina la pendiente equivalente y la resistencia al corte a cero tensión normal. Por lo tanto, a través de dichos coeficientes se obtiene aproximadamente la misma resistencia al esfuerzo cortante al compararse con la envolvente de rotura no lineal por cizallamiento cuando se emplea el criterio de Hoek y Brown para un dominio de esfuerzos establecido.

También, cabe destacar que los mencionados coeficientes “equivalentes” no corresponden con los parámetros de corte que se obtienen al emplear el criterio de rotura de Mohr-Coulomb. En este caso, aun cuando la curva de resistencia intrínseca es lineal y está gobernada por la resistencia al corte a cero esfuerzo normal (cohesión) y el coeficiente de fricción interna, sus parámetros resistentes son independientes del estado tensional que esté actuando sobre el macizo rocoso.

En este sentido es preferible para evitar confusiones identificar a dichos parámetros obtenidos para un conocido intervalo de tensiones como la resistencia

promedio al corte equivalente a cero esfuerzo normal C_e y el ángulo promedio de fricción interna equivalente ϕ_e .

A la vez, se ha eliminado el término “instantáneo”, por cuanto dicha condición se refiere para el caso particular en el cual se conoce un solo punto del estado tensional (σ_n, τ_α) , perteneciente a la curva de resistencia intrínseca, mientras que la expresión promedio representa a un entorno de esfuerzos donde existen dos o más puntos sobre la envolvente de rotura.

Por otro lado, al tomar en cuenta los gráficos anexos propuestos por Hoek y Brown [2] en el intervalo $0 \leq \sigma_3/\sigma_c \leq 1/4$, se han determinado los siguientes valores “equivalentes”:

$$\left. \begin{array}{l} \text{GSI} = 34 \\ m_i = 18 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} \phi = 33^\circ \\ C/\sigma_c = 0,037, C = 0,68 \text{ MPa}, (\sigma_c = 18,50 \text{ MPa}) \end{array}$$

También dichos coeficientes pueden obtenerse aplicando directamente las ecuaciones (A.19) y (A.21) para el intervalo recomendado por Hoek y Brown.

Con el objeto de apreciar los aspectos previamente indicados, a continuación se determina el ángulo instantáneo ϕ_i cuando $\sigma_3/\sigma_c = 1/4$, valor éste propuesto por Hoek y Brown [2].

Por lo tanto, si $m = 1,70$, $s = 0,00065$ y $(\sigma_3/\sigma_c) = 1/4$, al aplicar (A.27) resulta:

$$\text{sen}\phi = \text{sen}\phi_i = \frac{1}{4 \cdot \sqrt{\frac{1,70}{4} + 0,00065} + 1,70} = 0,394$$

$$\phi = \phi_i = 23,30^\circ$$

Por lo tanto, al considerar (A.9) y (A.1) se obtiene:

$$(\sigma_n/\sigma_c) = 0,444 \quad \therefore \quad \sigma_n = 8,21 \text{ MPa}$$

$$(\sigma_1/\sigma_c) = 0,902 \quad \therefore \quad \sigma_1 = 16,68 \text{ MPa}$$

Es de hacer notar, que las tensiones obtenidas de σ_n y σ_1 son excesivamente elevadas para que existan dentro del entorno $0 \leq z \leq 50,00$ m, siendo la altura del talud $H = 50,00$ m.

Finalmente al comparar ambos procedimientos con la resistencia al corte no lineal aplicando el criterio de rotura de Hoek y Brown, se ha preparado la siguiente tabla de valores.

Tabla No. A.3
Comparación de la Resistencia al Corte Utilizando los Parámetros
Equivalentes C y ϕ , según Ucar, Hoek y Brown

Resistencia al corte según Ucar aplicando el criterio de rotura de Hoek y Brown			Parámetros “Equivalentes” según Ucar [10]		Parámetros “Equivalentes” según Hoek y Brown [2]	
ϕ_i	σ_n/σ_c	τ_α/σ_c	$C/\sigma_c = 0,00475$	$\phi = 57,63^\circ$	$C/\sigma_c = 0,037$	$\phi = 33^\circ$
			τ_α/σ_c		τ_α/σ_c	
70°	0,00088	0,00466	0,00613		0,0375	
65°	0,0028	0,00928	0,00916		0,0388	
60°	0,0066	0,01644	0,00152		0,04120	
55°	0,0131	0,02690	0,00254		0,0455	
50,97°	0,0220	0,03844	0,0394		0,0512	
$\frac{\tau_\alpha}{\sigma_c} = \frac{m}{8} \left(\frac{1 - \text{sen } \phi_i}{\tan \phi_i} \right)$ $m = 1,70 \quad s = 0,00065$			$\frac{\tau_\alpha}{\sigma_c} = \frac{C}{\sigma_c} + \frac{\sigma_n}{\sigma_c} \cdot \tan \phi$			

También, se aprecia a través de la mencionada tabla que los parámetros equivalentes aplicando el procedimiento de Hoek y Brown [4] dan resultados superiores y por ende una resistencia al corte mayor al compararse con los obtenidos empleando la envolvente de rotura no lineal desarrollada por Ucar [2].

REFERENCIAS

1. HOEK, E. y BROWN, T. (1980), Empirical Strength Criterion for Rock Masses, Journal of the Geotechnical Engineering Division, Vol. 106, pp 1.013-1.035.
2. UCAR, R. (1986), Determination of Shear Failure Envelope in Rock Masses, Journal of the Geotechnical Engineering Division. Vo., 112, No. 3, pp. 303-315.
3. HOEK, E. y BROWN, T. (1988), The Hoek – Brown Failure Criterion, Proc. 15th Can. Roc. Mech. Symp. University of Toronto.
4. HOEK, E. y BROWN, T. (1998), Practical Stimates of Rock Mass Strength, Int. J. Rock. Mech. Min. Sci, Vol 34, No. 8, pp 1165-1186.
5. HOEK, E., KAISER P. y BAWDEN, W., (1995) “Support of Underground Excavations in Hard Rock”, A.A. Balkema, 215 p.
6. HOEK, E. (1998), “Rock Engineering Course Notes”, Chapter 12, Tunnels in Weak Rock, 313 p.
7. BARTON, N. (1976), “The Shear Strength of Rock and Rock Joints”, International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences and Geomechanics Abstracts, Rock Mechanics Review, pp 255-279.
8. BARTON, N. y BANDIS, S. (1990), “Review of Predective Copabilities of JRC-JCS Model in Engineering Practice”. Proceedings of the International Symposium on Rock Joint, N. Barton and O. Stephansson Editors, Balkema, pp 603-610.

APENDICE B

LA ESTABILIDAD DE TALUDES EN MACIZOS ROCOSOS APLICANDO EL CRITERIO DE ROTURA DE HOEK Y BROWN

1. Introducción

Aplicando el criterio de falla de Hoek y Brown [1] conjuntamente con las ecuaciones de equilibrio estático, se ha desarrollado una metodología analítica, la cual permite determinar con un aceptable rango de aproximación la estabilidad de taludes en macizos rocosos para el caso particular de rotura planar.

En estas condiciones se obtiene el mínimo factor de seguridad (FS) y la inclinación más crítica de la superficie potencial de deslizamiento.

También se analiza la estabilidad de la masa rocosa considerando la fuerza sísmica (caso pseudo-estático) y el efecto de la presión intersticial actuando sobre el plano de discontinuidad.

Empleando el índice de calidad GSI, se lleva a cabo un ejemplo práctico cuyo resultado se compara con las ecuaciones previamente indicadas en la sección

2.3, conjuntamente con los parámetros de corte equivalentes C y ϕ cuya obtención se explica en detalle en el Apéndice (A). Se aprecia igualmente la importancia de este sencillo sistema de cálculo, el cual es de gran utilidad, cuando se requiera diseñar el soporte artificial de taludes mediante tirantes anclados.

2. Generalidades

Se analiza nuevamente la condición más sencilla como es la rotura planar, en la cual el plano de discontinuidad sobre el cual ocurre el movimiento debe tener un rumbo aproximadamente paralelo al plano del talud.

Cabe destacar que el plano de falla debe interceptar el plano del talud (daylight), es decir el buzamiento de la discontinuidad (α) debe ser menor que la inclinación del talud (β).

Por otro lado, en el mencionado análisis no se ha tomado en cuenta el efecto del vuelco, es decir no hay momentos que generen rotación del bloque por cuanto se considera que todas las fuerzas pasan por el centro de gravedad de la cuña potencial de falla. En este sentido Hoek y Bray [2] estiman que el error es pequeño al ignorar los momentos, sin embargo los referidos autores juzgan conveniente que el análisis de estabilidad en taludes rocosos con fuertes

pendientes y planos de discontinuidad con buzamientos elevados, se deberá aplicar la condición de momentos.

Finalmente, se supone para simplificar el problema que la distribución de tensiones normales (σ_n) sobre la superficie potencial de deslizamiento es constante, y por ende el ángulo de fricción interna instantáneo ϕ_i . Por supuesto el valor de σ_n varía en cada intervalo del plano de discontinuidad, pero para efectos prácticos es una buena aproximación considerar una tensión normal promedio actuando sobre dicho plano.

3. Desarrollo analítico bidimensional de la rotura planar.

Como previamente se ha indicado, el análisis de estabilidad en rotura planar se lleva a cabo empleando las ecuaciones de equilibrio, y tomando en cuenta la geometría del talud, las fuerzas sísmicas F_h y F_v , el peso de la cuña W_T , la resultante (U) de las presiones intersticiales que actúan sobre la superficie potencial de rotura, y la sobrecarga q , tal como se indica en la figura 2.1 del capítulo dos.

Adicionalmente, el método de cálculo para determinar el mínimo factor de seguridad incluye como criterio de rotura el propuesto por Hoek y Brown[1], a través de los parámetros m y s que gobiernan la resistencia al corte en el plano

de discontinuidad, conjuntamente con las tensiones σ_n y τ_α obtenidas por Ucar [3] al utilizar dicho criterio.

En estas condiciones se tiene:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Fuerza sísmica horizontal } F_h = m \cdot a_h \frac{W_T}{g} a_h = W_T \cdot k_h \\ \text{Fuerza sísmica vertical} = W_T \cdot k_v \end{array} \right\} \quad (\text{B.1})$$

Por otra parte, $k_h = \frac{a_h}{g}$, y $k_v \approx k_h/2$ a $3/4 k_h$ (para efectos prácticos)

$U = \frac{H_1^2}{2} \gamma_w \cdot (\cot \alpha - \cot \beta) \cdot \sec \alpha =$ Fuerza total debida al agua actuando sobre el plano de discontinuidad.

$$U = \psi_1 \cdot (\cot \alpha - \cot \beta) \cdot \sec \alpha = \psi_1 \left[\frac{\text{sen}(\beta - \alpha)}{\text{sen } \alpha \cdot \text{sen } \beta} \right] \cdot \sec \alpha \quad (\text{B.2})$$

$$\text{Siendo } \psi_1 = \frac{\gamma_w \cdot H_1^2}{2} \quad (\text{B.3})$$

El peso total de la cuña de falla de acuerdo a la mencionada figura (2.1) es:

$$W_T = \frac{\gamma_{sat}}{2} H_1^2 \cdot (\cot \alpha - \cot \beta) + \frac{1}{2} (\overline{AD} + \overline{BC})(H - H_1) \cdot \gamma + q \cdot H \cdot (\cot \alpha - \cot \beta) \quad (\text{B.4})$$

Se observa igualmente que:

$$\overline{AD} = H_1 \cdot (\cot \alpha - \cot \beta) \text{ y } \overline{BC} = H \cdot (\cot \alpha - \cot \beta) \quad (\text{B.5})$$

Sacando factor común a $(\cot \alpha - \cot \beta) = \left[\frac{\text{sen}(\beta - \alpha)}{\text{sen } \beta \cdot \text{sen } \alpha} \right]$, resulta:

$$W_T = (\cot \alpha - \cot \beta) \left\{ \frac{\gamma_{sat}}{2} H_1^2 + \frac{1}{2} (H^2 - H_1^2) \cdot \gamma + q \cdot H \right\} \quad (\text{B.6})$$

$$W_T = \frac{\text{sen}(\beta - \alpha)}{\text{sen } \beta \cdot \text{sen } \alpha} \left\{ \frac{\gamma_{sat}}{2} H_1^2 + \frac{1}{2} (H^2 - H_1^2) \cdot \gamma + q \cdot H \right\}$$

Es decir:

$$W_T = \left[\frac{\text{sen}(\beta - \alpha)}{\text{sen } \beta \cdot \text{sen } \alpha} \right] \cdot \psi \quad (\text{B.7})$$

Como puede apreciarse al analizar la estabilidad de un talud bidimensionalmente, se ha calculado el peso W_T tomando en cuenta una rebanada de ancho unitario, limitada por planos perpendiculares al plano del talud.

Donde:

$$\psi = \frac{\gamma_{sat}}{2} H_1^2 + \frac{1}{2} (H^2 - H_1^2) \cdot \gamma + q \cdot H, \quad \text{kN/m (Factor de peso)} \quad (\text{B.8})$$

Al aplicar las condiciones de equilibrio, se obtiene:

$$\sum F_n = 0 \Rightarrow N + U - R \cos(\alpha + \varepsilon) = 0 \quad (\text{B.9})$$

$$\sum F_t = 0 \Rightarrow T - R \text{sen}(\alpha + \varepsilon) = 0 \quad (\text{B.10})$$

A través de la figura 2.5 del capítulo 2 la inclinación (ε) que forma la resultante (R) con la vertical se determina mediante la fórmula:

$$\tan \varepsilon = \frac{k_h}{(1 + k_v)} \quad (\text{B.11})$$

A la vez, la expresión que define el coeficiente de seguridad al aplicar el criterio de rotura de Hoek y Brown es:

$$FS = \left[\frac{\frac{m\sigma_c \left(\frac{1 - \text{sen}\phi_i}{\tan\phi_i} \right)}{8}}{T} \right] \left(\frac{H}{\text{sen}\alpha} \right) \quad (\text{B.12})$$

Es decir:

$$FS = \left(\frac{\text{Fuerza máxima resistente}}{\text{Fuerza movilizada}} \right) = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \quad (\text{B.13})$$

Al determinar FS, se considera que permanece constante a través de toda la superficie potencial de rotura. Dicha suposición es una buena aproximación, a sabiendas que no es rigurosamente cierta.

En la ecuación (B.12) se observa que el área del plano de falla considerando una rebanada de ancho unidad es igual a $H/\text{sen}\alpha$.

Como previamente se ha mencionado en el Apéndice A, la resistencia al esfuerzo cortante obtenida por Ucar [3] puede escribirse como sigue:

$$\tau_{\alpha} = \tau_f = \frac{m\sigma_c}{8} \left(\frac{1 - \text{sen}\phi_i}{\tan\phi_i} \right) \quad (\text{B.14})$$

Igualmente, según el mencionado autor, la tensión normal actuando sobre el plano potencial de deslizamiento, está representada por la ecuación:

$$\sigma_n = \frac{m \cdot \sigma_c}{8} \left(\frac{1}{2 \cdot \text{sen}^2\phi_i} + \text{sen}\phi_i \right) - \sigma_c \left(\frac{3 \cdot m}{16} + \frac{s}{m} \right) \quad (\text{B.15})$$

A través de dicha ecuación se aprecia que al variar el esfuerzo normal σ_n , se obtiene un nuevo valor de la envolvente de falla ϕ_i (ángulo de fricción interna instantáneo). Para fines prácticos se ha considerado que la tensión normal σ_n actuando sobre la superficie potencial de deslizamiento corresponde al valor promedio, esto indica por supuesto que ϕ_i y por ende α , representan las mismas condiciones que σ_n .

Esta es una aproximación aceptable cuando no se producen cambios tensionales considerables, a sabiendas que en determinadas condiciones se ha comprobado

que existe en la zona cercana de la cresta del talud un campo de esfuerzos a tracción.

Los parámetros involucrados en las dos últimas ecuaciones son:

σ_c = resistencia a la compresión sin confinar de la roca en condición “intacta”.

ϕ_i = ángulo de fricción interna instantáneo (inclinación de la envolvente de falla).

m, s = constantes que dependen de las propiedades de la roca.

Reemplazando el valor de T obtenido a través de la ecuación (B.10) en (B.12) resulta:

$$FS = \left(\frac{m \cdot \sigma_c}{8} \right) \left[\frac{(1 - \text{sen} \phi_i)}{\tan \phi_i R \text{sen}(\alpha + \varepsilon) \text{sen} \alpha} \right] \quad (\text{B.16})$$

Al considerar la figura (2.5) se observa que la resultante R es:

$$R = W_T \cdot \sqrt{K_h^2 + (1 + K_v)^2} \quad (\text{B.17})$$

Utilizando la expresión (B.7), y sustituyendo el peso W_T en la resultante R, queda:

$$R = \left[\frac{\text{sen}(\beta - \alpha)}{\text{sen}\beta \cdot \text{sen}\alpha} \right] \psi \cdot \sqrt{K_h^2 + (1 + K_v)^2} \quad (\text{B.18})$$

Tomando en cuenta que:

$$K = \sqrt{K_h^2 + (1 + K_v)^2} \quad (\text{B.19})$$

La ecuación (B.18) toma la forma:

$$R = \left[\frac{\text{sen}(\beta - \alpha)}{\text{sen}\beta \cdot \text{sen}\alpha} \right] \psi \cdot K \quad (\text{B.20})$$

Reemplazando R en la ecuación (B.16), el coeficiente de seguridad puede expresarse como sigue:

$$FS = \left(\frac{m \cdot \sigma_c \cdot H \cdot \text{sen}\beta}{8 \cdot \psi \cdot K} \right) \left[\frac{(1 - \text{sen}\phi_i)}{\tan\phi_i \cdot \text{sen}(\beta - \alpha) \cdot \text{sen}(\alpha + \varepsilon)} \right] \quad (\text{B.21})$$

$$FS = K_1 \left[\frac{(1 - \text{sen}\phi_i)}{\tan\phi_i \cdot \text{sen}(\beta - \alpha) \cdot \text{sen}(\alpha + \varepsilon)} \right]$$

Siendo la constante:

$$K_1 = \left(\frac{m \cdot \sigma_c \cdot H \cdot \text{sen}\beta}{8 \cdot \psi \cdot K} \right) \quad (\text{B.22})$$

La componente normal actuando sobre el plano potencial de falla, al emplear (B.9) es:

$$N = R \cdot \cos(\alpha + \varepsilon) - U \quad (\text{B.23})$$

Por lo tanto el esfuerzo normal efectivo es:

$$\frac{N}{H} = \sigma'_n = \left[\frac{R \cdot \cos(\alpha + \varepsilon) - U}{H} \right] \frac{\text{sen} \alpha}{\text{sen} \beta} \quad (\text{B.24})$$

Sustituyendo R y U en (B.24) queda:

$$\sigma'_n = \frac{\text{sen}(\beta - \alpha)}{\text{sen} \beta} \left(\frac{\psi}{H} \right) \left[K \cdot \cos(\alpha + \varepsilon) - \frac{\psi_1}{\psi} \cdot \text{sec} \alpha \right] \quad (\text{B.25})$$

$$\sigma'_n = K_2 \cdot \text{sen}(\beta - \alpha) [K \cdot \cos(\alpha + \varepsilon) - \Omega_1 \cdot \text{sec} \alpha] \quad (\text{B.26})$$

Al comparar (B.25) y (B.26) se aprecia que:

$$\left. \begin{aligned} K_2 &= \left(\frac{\psi}{H \cdot \text{sen} \beta} \right) \\ \Omega_1 &= \left(\frac{\psi_1}{\psi} \right) \end{aligned} \right\} \quad (\text{B.27})$$

Por otro lado, al aplicar el criterio de rotura de no lineal, el esfuerzo normal efectivo determinado por Ucar [3], es según (B.15) :

$$\sigma'_n = K_3 \left[\frac{1}{2 \cdot \text{sen}^2 \phi_i} + \text{sen} \phi_i \right] - K_1 \quad (\text{B.28})$$

Siendo:

$$\left. \begin{aligned} K_3 &= \frac{m \cdot \sigma_c}{8} \\ K_4 &= \sigma_c \cdot \left(\frac{3 \cdot m}{16} + \frac{s}{m} \right) \end{aligned} \right\} \quad (\text{B.29})$$

Igualando (26) y (28) se obtiene:

$$K_2 \cdot \text{sen}(\beta - \alpha) [K \cos(\alpha + \varepsilon) - \Omega_1 \cdot \text{sec} \alpha] - K_3 \left[\frac{1}{2 \cdot \text{sen}^2 \phi_i} + \text{sen} \phi_i \right] + K_4 = 0 \quad (\text{B.30})$$

Lógicamente lo que interesa es determinar la inclinación α del plano potencial de falla más crítico, el cual está vinculado con el mínimo factor de seguridad.

Adicionalmente, la inclinación de la envolvente de falla ϕ_i depende del esfuerzo normal efectivo σ'_n , y éste a su vez es una función de α , como puede apreciarse a través de (B.26). Por lo tanto, para obtener el mínimo coeficiente de seguridad debe considerarse una nueva función f sujeta a la condición de la ecuación (B.30), obteniéndose de acuerdo al mencionado autor [4] :

$$f = K_1 \cdot \left[\frac{(1 - \operatorname{sen} \phi_i)}{\tan \phi_i \cdot \operatorname{sen}(\beta - \phi_1) \cdot \operatorname{sen}(\alpha + \varepsilon)} \right] + \quad (\text{B.31})$$

$$+ \lambda \cdot \left\{ K_2 \operatorname{sen}(\beta - \alpha) [K \cos(\alpha + \varepsilon) - \Omega_1 \sec \alpha] - K_3 \left[\frac{1}{2 \operatorname{sen}^2 \phi_1} + \operatorname{sen} \phi_1 \right] + K_4 \right\}$$

Siendo:

λ = el multiplicador de Lagrange

En estas condiciones para calcular $(FS)_{\min}$, se requiere llevar a cabo:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial \alpha} = f_\alpha = 0 \\ \frac{\partial f}{\partial \phi_i} = f_{\phi_i} = 0 \\ \frac{\partial f}{\partial \lambda} = f_\lambda = 0 \end{aligned} \right\} \quad (\text{B.32})$$

$$\frac{\partial f}{\partial \lambda} = 0$$

$$\frac{K_1 \cdot (1 - \operatorname{sen} \phi_i)}{\tan \phi_i} \left[\frac{\operatorname{sen}(\beta - 2\alpha - \varepsilon)}{\operatorname{sen}^2(\beta - \alpha) \operatorname{sen}^2(\alpha - \varepsilon)} \right] +$$

$$\lambda \cdot K_2 \left\{ [K \cos(\alpha + \varepsilon) - \Omega_1 \cdot \sec \alpha] \cos(\beta - \alpha) + \operatorname{sen}(\beta - \alpha) [K \cdot \operatorname{sen}(\alpha + \varepsilon) + \Omega_1 \sec \alpha \cdot \tan \alpha] \right\} = 0 \quad (\text{B.33})$$

$$\frac{\partial f}{\partial \phi_i} = 0$$

$$K_1 \cdot \operatorname{sen} \phi_i - \lambda \cdot K_3 \cdot \cos \phi_i \cdot \operatorname{sen}(\beta - \alpha) - \operatorname{sen}(\alpha + \varepsilon) = 0 \quad (\text{B.34})$$

$$\frac{\partial f}{\partial \lambda} = 0$$

$$\left\{ K_2 \cdot \sin(\beta - \alpha) [K \cdot \cos(\alpha + \varepsilon) - \Omega_1 \cdot \sec \alpha] - K_3 \left[\frac{1}{2 \cdot \sin^2 \phi_i} \right] + K_4 \right\} = 0$$

3. Aplicación Práctica –Ejemplo N° 1

Con el objeto de comparar resultados, se han empleado los mismos datos del ejemplo de la sección 2.1 y 2.1.1 del Apéndice A para analizar la estabilidad de la roca ignimbrita, los cuales son los siguientes:

$$H = 50,00 \text{ m}$$

$H_1 = 0$ (En los sondeos exploratorios no se encontró la presencia de agua)

$$\beta \approx 55^\circ$$

$$m_i = 15 \text{ (roca intacta)}$$

$GSI \approx 34$ (Geological Strength Index/Índice de Resistencia Geológica)

$$\left. \begin{array}{l} m = 1,70 \\ s = 0,00065 \end{array} \right\} \text{Parámetros que gobiernan la resistencia y corte aplicando el criterio de rotura de Hoek y Brown}$$

$$\gamma = 20,00 \text{ kN/m}^3$$

$$\sigma_c = 18,50 \text{ MPa}$$

$$q = 400,00 \text{ kN/m}^2 \text{ (sobrecarga)}$$

$$\psi = \frac{\gamma H^2}{2} + q \cdot H = 45,00 \text{ MN/m}$$

$$\psi_1 = 0, \quad \Omega_1 = 0, \quad \varepsilon = 0^\circ \text{ (no se considera el efecto sísmico)}$$

Para mayor detalle véase tabla anexa.

TABLA No. B.1
RESUMEN DE LAS CONSTANTES INVOLUCRADAS EN EL
CALCULO DE LA ESTABILIDAD

$$\psi = \left\{ \frac{\gamma_{sat}}{2} \cdot H_1^2 + \frac{1}{2} (H^2 - H_1^2) \gamma + q \cdot \gamma \right\}, \quad W_T = \frac{\text{sen}(\beta - \alpha)}{\text{sen} \beta \cdot \text{sen} \alpha} \cdot \psi$$

$$\psi_1 = \frac{\gamma_w}{2} H_1^2 \quad R = W_T \cdot K \quad \Omega_1 = \frac{\psi_1}{\psi}$$

$$\tan \varepsilon = \frac{K_h}{(1 + K_v)} \quad \therefore \quad K = \sqrt{K_h^2 + (1 + K_v)^2}$$

$$K_1 = \left(\frac{m \cdot \sigma_c \cdot H \cdot \text{sen} \beta}{8 \cdot \psi \cdot K} \right) \quad m = m_i \text{ exponencial} \left[\frac{RMR - 100}{14 I_m} \right]$$

$$K_2 = \left(\frac{\psi}{H \cdot \text{sen} \beta} \right) \quad \therefore \quad I_m = \begin{cases} 1,00 \text{ (roca perturbada)} \\ 2,00 \text{ (roca no perturbada)} \end{cases}$$

$$K_3 = \frac{m \cdot \sigma_c}{8} \quad \therefore \quad s = \text{exponencial} \left[\frac{RMR - 100}{6 I_s} \right]$$

$$K_4 = \sigma_c \left(\frac{3m}{16} + \frac{s}{m} \right) \quad I_s = \begin{cases} 1,00 \text{ (roca perturbada)} \\ 1,50 \text{ (roca no perturbada)} \end{cases}$$

$$m = m_i \cdot \text{exponencial} \left[\frac{GSI - 100}{28} \right]$$

$$s = \text{exponencial} \left[\frac{GSI - 100}{9} \right]$$

$$GSI = RMR_{76}, \quad \text{para } RMR_{76} > 18$$

$$GSI = RMR_{89} - 5 \quad \text{para } RMR_{89} > 23$$

$$K_h = 0, \quad K_v = 0 \Rightarrow K = 1$$

$$K_1 = \left(\frac{1,70 \cdot 18,50 \text{ MPa} \cdot 50,00 \text{ m} \cdot \text{sen}55^\circ}{8 \cdot 45,00 \text{ MN/m} \cdot 1,00} \right) = 3,578$$

$$K_2 = \left(\frac{\psi}{H \text{ sen } \beta} \right) = \left(\frac{45,00 \text{ MN/m}}{50,00 \text{ m} \cdot \text{sen}55^\circ} \right) = 1,098 \text{ MPa}$$

$$K_3 = \frac{m\sigma_c}{8} = \frac{1,70 \cdot 18,50 \text{ MPa}}{8} = 3,931 \text{ MPa}$$

$$K_4 = 18,50 \text{ MPa} \cdot \left(\frac{3 \cdot 1,70}{16} + \frac{0,00065}{2,70} \right) = 5,903 \text{ MPa}$$

La solución de las tres ecuaciones indicadas a través de (B.33), (B.34) y (B.35) conjuntamente con los parámetros ε , K , K_1 , K_2 , K_3 , K_4 y Ω_1 , permite determinar el valor de la inclinación del plano de falla más crítico (α), el mínimo factor de seguridad $(FS)_{\min}$, y el multiplicador de Lagrange λ .

En este sentido se ha determinado la solución del problema, mediante un programa matemático asistido por el ordenador, obteniéndose los siguientes resultados:

$$(FS)_{\min} = 2,39$$

$$\alpha = \alpha_{\text{crítico}} = 45,16^\circ$$

$$\phi_i = 59,58^\circ$$

$$\lambda = 12,78$$

Al observar los resultados, cabe destacar que dichos valores son muy parecidos con los obtenidos en la sección 2.1.1. del Apéndice A, en el cual:

$$(FS)_{\min} = 2,23$$

$$\alpha = \alpha_{\text{crítico}} = 45,14^\circ$$

Siendo además el ángulo de fricción interna equivalente $\phi = 57,63^\circ$

Ejemplo No. 2

Una forma sencilla de obtener la altura crítica de un talud vertical es mediante la relación entre los esfuerzos principales (σ_1 , σ_3).

Al aplicar el criterio de rotura de Mohr-Coulomb se sabe que:

$$\sigma_1 = \sigma_3 \cdot \tan^2(45^\circ + \phi/2) + 2 \cdot C \cdot \tan(45^\circ + \phi/2) \quad (\text{B.35})$$

Considerando que $\sigma_3 = 0$ y $\sigma_1 = \gamma \cdot H/2$ (valor promedio), resulta:

$$\frac{\gamma \cdot H}{2} = 2 C \tan(45^\circ + \phi/2) \quad (\text{B.36})$$

Obteniéndose la conocida ecuación:

$$H = \left(\frac{4 \cdot C}{\gamma} \right) \cdot \tan(45^\circ + \phi/2)$$

De igual manera, al emplear el criterio de rotura de Hoek y Brown a través de la ecuación (C.1) y utilizando las mismas condiciones arriba indicadas, se obtiene:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\gamma \cdot H}{2} &= \sigma_c \cdot \sqrt{s} \end{aligned} \right\} \quad (\text{B.38})$$

$$\left. \begin{aligned} H &= \frac{2 \cdot \sigma_c}{\gamma} \cdot \sqrt{s} \end{aligned} \right\} \quad (\text{B.39})$$

Considérese a la vez que el índice de resistencia geológica $GSI = 30$, siendo además $m_i = 10,00$, $\sigma_c = 15,00 \text{ MPa}$ y $\gamma = 0,024 \text{ MPa}$.

Por otro lado, los coeficientes m y s son:

$$m = m_i \cdot \exp\left[\frac{GSI - 100}{28}\right] = 10 \cdot e^{-2,50} = 0,82085$$

$$s = \exp\left[\frac{GSI - 100}{9}\right] = e^{-7,78} = 0,00042$$

Siendo la altura crítica:

$$H = \frac{2 \cdot 15,00 \text{ MPa}}{0,024 \text{ MPa}} \cdot \sqrt{0,00042} = 25,62 \text{ m}$$

Cabe destacar que dicha altura crítica corresponde a un $FS = 1$.

Con el objeto de comparar resultados, se aplicarán las ecuaciones B.33, B.34 y B.35 tomando en cuenta que $H = 25,62 \text{ m}$ y $\beta = 90^\circ$.

Los parámetros involucrados (ver tabla B.1) son los siguientes:

$$\psi = \frac{\gamma \cdot H^2}{2} = 0,024 \frac{MN}{m^3} \cdot \frac{(25,62)^2 m^2}{2} = 7,876 MN / m$$

$$K_h = K_v = 0 \quad \therefore \quad K = \sqrt{K_h^2 + (1 + K_v)^2} = 1$$

$$K_1 = \left(\frac{m \cdot \sigma_c \cdot H \cdot \text{sen } \beta}{8 \cdot \psi \cdot K} \right) = \left(\frac{0,82085 \cdot 15,00 MN / m^2 \cdot 25,62 m \cdot 1}{8 \cdot 7,876 MN / m \cdot 1} \right)$$

$$K_1 = 5,0065$$

$$K_2 = \left(\frac{\psi}{H \cdot \text{sen } \beta} \right) = \left(\frac{7,876 MN / m}{25,62 m \cdot 1} \right) = 0,30742 MPa$$

$$K_3 = \frac{m \cdot \sigma_c}{8} = \frac{0,82085 \cdot 15,00 MPa}{8} = 1,53909 MPa$$

$$K_4 = \sigma_c \left(\frac{3 \cdot m}{16} + \frac{s}{m} \right) = 15,00 \left(\frac{3 \cdot 0,82085}{16} + \frac{0,00042}{0,82085} \right) MPa$$

$$K_4 = 2,31632 MPa$$

Al reemplazar estos valores en las ecuaciones previamente indicadas se obtiene:

$$FS = 1,009 \text{ (valor mínimo)}$$

$$\alpha = 77,489^\circ$$

$$\phi = 65,19^\circ$$

$$\lambda = 33,27$$

Se aprecia que se ha obtenido exactamente el mismo factor de seguridad, es decir $FS = 1$ correspondiente a la altura crítica $H = 25,62$ m de una excavación vertical ($\beta = 90^\circ$).

Por otro lado, se sabe que:

$$\alpha = \frac{1}{2}(\beta + \phi), \quad \text{si } \beta = 90^\circ \Rightarrow \alpha = (45^\circ + \phi/2)$$

Por tanto:

$$\alpha = (45^\circ + 65,19^\circ/2) = 77,59^\circ$$

Valor que concuerda perfectamente con el bien conocido ángulo $\alpha=(45^\circ+\phi/2)$.

El valor de (σ_n/σ_c) al utilizar la ecuación A.9 del apéndice (A) es:

$$\left(\frac{\sigma_n}{\sigma_c}\right) = \frac{0,82085}{8} \left(\frac{1}{2 \cdot \sin^2 65,19^\circ} + \sin 65,19^\circ \right) - 0,15442$$

$$\left(\frac{\sigma_n}{\sigma_c}\right) = 0,00098 \quad (\text{valor promedio})$$

Por otro lado, la resistencia al corte utilizando (A.8) se expresa como sigue:

$$\left(\frac{\tau_\alpha}{\sigma_c}\right) = \frac{m}{8} \cdot \left(\frac{1 - \sin \phi}{\tan \phi} \right) = \frac{0,82085}{8} \cdot \left(\frac{1 - \sin 65,19^\circ}{\tan 65,19^\circ} \right)$$

$$\left(\frac{\tau_{\alpha}}{\sigma_c} \right) = 0,00438$$

Aplicando la relación lineal:

$$\left(\frac{\tau_{\alpha}}{\sigma_c} \right) = \left(\frac{C}{\sigma_c} \right) + \left(\frac{\sigma_n}{\sigma_c} \right) \cdot \tan\phi$$

$$\left(\frac{C}{\sigma_c} \right) = 0,00438 - 0,00098 \cdot \tan 65,19^{\circ} = 0,00226$$

$$C = 0,00226 \cdot 15 \text{ MPa} = 0,0339 \text{ MPa}$$

Finalmente, al tomar en cuenta (B.37) y los parámetros equivalentes resulta:

$$H = \frac{4 \cdot 0,0339 \text{ MN} / \text{m}^2}{0,024 \text{ MN} / \text{m}^3} \cdot \tan(45^{\circ} + 65,19^{\circ} / 2)$$

$H = 25,68 \text{ m}$, es decir el mismo valor previamente calculado

5. CONCLUSIONES

A través de la metodología analítica desarrollada recientemente por Ucar[5], es posible determinar en una forma aproximada el mínimo factor de seguridad y la inclinación más crítica del plano potencial de deslizamiento, en taludes rocosos al considerar el criterio de rotura de Hoek y Brown. El problema se simplifica

notablemente al considerar el valor promedio del campo de tensiones normales actuando sobre dicho plano de falla.

Además, al utilizar este procedimiento se observan dos aplicaciones importantes:

- a) Permite diseñar excavaciones estables para un factor de seguridad previamente establecido.
- b) En el caso particular que el talud rocoso sea inestable o con un coeficiente de seguridad de baja confianza es posible también obtener la fuerza de anclaje requerida, tanto para el caso activo como pasivo con la finalidad de elevar el mínimo factor de seguridad previamente determinado, a un nuevo coeficiente que garantice la estabilidad del macizo rocoso.

REFERENCIAS

1. Hoek, E. y Brown E., (1980) “Empirical Strength Criterion for Rock Masses”, Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, Vol. 106, No. GT9, Sept. pp. 1013-1035.
2. Hoek, E. y Bray , J. (1977), “Rock Slope Engineering”, Institute of Mining and Metallurgy, 2nd Edition, London, 358 p.
3. Ucar, R. (1997), “Determination of Shear Failure Envelope in Rock Masses”, Journal of Geotechnical Engineering Division, ASCE, Vol. 112, No. 3, March, pp. 303-315.
4. Ucar, R. (1988), “La Estabilidad de Taludes en Macizos Rocosos Aplicando el Criterio de Rotura de Hoek y Brown”, IV Simposio sobre Taludes y Laderas Inestables, Granada, España, pp 145-156.

APENDICE C

DETERMINACION DEL MINIMO FACTOR DE SEGURIDAD EN TALUDES ROCOSOS CON GRIETAS DE TRACCION

RESUMEN

Se analiza la estabilidad en macizos rocoso considerando que la superficie potencial de deslizamiento la constituyen dos bloques con inclinaciones diferentes. La parte superior adyacente a la cresta del talud está limitada por una grieta de tracción, la cual se ha considerado vertical para efectos de simplificar el problema; y la parte inferior cuya geometría está formada por una falla de inclinación α con la horizontal. La fractura en el bloque superior se caracteriza, por un campo de los esfuerzos normales de tracción que actúan sobre la grieta, mientras que en el bloque inferior la falla es debida a los esfuerzos cortantes.

Igualmente, en esta investigación se ha desarrollado una metodología, la cual permite determinar el mínimo factor de seguridad en función de la profundidad de la grieta de tracción y de la inclinación del plano de falla, ambos en la condición más crítica. Ejemplos de aplicación demuestran la importancia del procedimiento, el cual mejora el procedimiento de diseño propuesto por Hoek y Bray.

1. INTRODUCCION

Una forma aproximada de analizar la superficie de deslizamiento tanto en suelos como en macizos rocosos, es dividirla en dos planos de falla, Gadehus [1], Kranz [2], Hoek y Bray [3].

Una parte superior colindante con la cresta del talud al cual está sometido a tracción (grieta aproximadamente vertical) y una zona inferior la cual falla por corte.

Observando la figura (C.1) y tomando en cuenta la condición de equilibrio estático, para el caso particular que el efecto del agua y sísmico no existe se ha desarrollado una simple ecuación para determinar el factor de seguridad del talud. Conjuntamente con dicho coeficiente, se determina la posición más desfavorable de la grieta de tensión y la inclinación más crítica del bloque inferior de falla.

En estas condiciones se obtiene:

$$FS = \frac{C \cdot \overline{OA} + W \cos \alpha \cdot \tan \phi}{W \sin \alpha} = \frac{C(H - z) / \sin \alpha}{W \sin \alpha} + \frac{\tan \phi}{\tan \alpha} \quad (C.1)$$

Llamando $\psi = z/H$, y al peso de la cuña $W = \frac{\gamma \cdot H^2}{2} [\cot \alpha \cdot (1 - \psi^2) - \cot \beta]$, la

ecuación (C.1) se transforma como sigue:

$$FS = \frac{2C \cdot (1 - \psi) \cdot \tan \alpha}{\gamma \cdot H \cdot \left[(1 - \psi^2) - \cot \beta \right] \cdot \sin^2 \alpha} + \frac{\tan \phi}{\tan \alpha} \quad (C.2)$$

Donde:

α = inclinación del plano de falla más crítico con la horizontal, grados

β = inclinación del talud con la horizontal, grados

γ = peso unitario de la roca, kN/m³

C = cohesión, kN/m²

ϕ = ángulo de fricción interna, grados

H = altura del talud, m

$\psi = z/H$

z = profundidad crítica de la grieta de tracción, m

De acuerdo a Ucar [4], el mínimo factor de seguridad se obtiene al considerar:

$$\frac{\partial FS}{\partial \alpha} = 0 \quad \text{y} \quad \frac{\partial FS}{\partial \psi} = 0 \quad (C.3)$$

Al llevar a cabo las derivadas parciales resulta:

$$\left\{ \begin{array}{l} \left((1 - \psi^2) (1 - 2 \cos^2 \alpha) + \left(\frac{2 \cos^2 \alpha \cdot \tan \alpha}{\tan \beta} \right) - \frac{\gamma \cdot H \cdot \tan \phi \cdot \cos^2 \alpha}{2 \cdot C (1 - \psi)} \left[(1 - \psi) - \frac{\tan \alpha}{\tan \beta} \right]^2 \right) = 0 \\ \psi + \left(\frac{\tan \alpha}{\tan \beta} \right)^{1/2} - 1 = 0 \end{array} \right. \quad (C.4)$$

Siendo:

$$\eta = \frac{\gamma \cdot H \cdot \tan \phi}{2C} \text{ (Factor adimensional)}$$

La solución de la ecuación simultánea (C.4) se resuelve fácilmente obteniéndose los valores críticos de α y ψ en función de H , β y de los parámetros de corte como son la cohesión C y el ángulo de fricción interna ϕ .

Una vez conocidos ψ y α , a través de la figura (C.1) se observa que la distancia crítica entre la grieta de tracción y el borde superior de la cara del talud es:

$$\overline{BC} = H \cdot [(1 - \psi) \cdot \cot \alpha - \cot \beta]$$

Dicha distancia concuerda bastante bien con los valores reportados de acuerdo a Coats [5] la cual varía entre $0,20$ a $0,50H$, tal como se indica en la figura C.2.

2. DETERMINACION DEL MINIMO FACTOR DE SEGURIDAD CONSIDERANDO LA SOBRECARGA, EL EFECTO SISMICO Y LA PRESION INTERSTICIAL.

En esta sección se investiga la estabilidad de los dos bloques potenciales de falla, pero incluyendo la sobrecarga, las fuerzas sísmicas y el empuje del agua para el caso particular que el nivel freático se encuentre por debajo de la grieta de tracción.

Al observar la figura (C.1) y aplicando nuevamente las condiciones de equilibrio, el factor de seguridad (FS) puede expresarse mediante la ecuación:

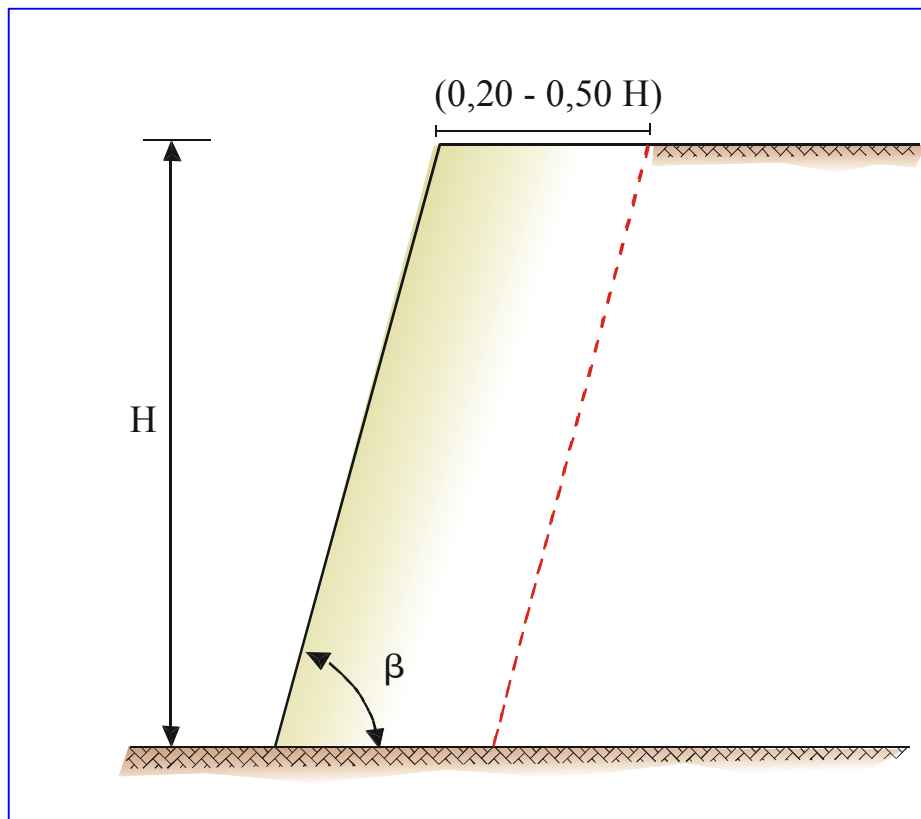


Figura C.2 Zona probable de la superficie potencial de falla según Cotas [5]

$$FS = \frac{C \cdot (H - z) / \operatorname{sen} \alpha + \{ W \cdot (1 + K_v) \cos \alpha - U - W \cdot K_h \cdot \operatorname{sen} \alpha \} \tan \phi}{W \cdot (1 + K_v) \operatorname{sen} \alpha + W \cdot K_h \cdot \operatorname{sen} \alpha} \quad (\text{C.5})$$

El peso de la cuña W y el empuje total debido al agua U actuando sobre la superficie potencial de deslizamiento pueden expresarse como a continuación se especifica:

$$W = \frac{\operatorname{sen}(\beta - \alpha)}{\operatorname{sen} \alpha \cdot \operatorname{sen} \beta} \cdot \gamma H^2 \left\{ \psi \cdot (1 - \psi) + \frac{\gamma_{sat}}{2 \cdot \gamma} \left(\frac{H_1}{H} \right)^2 + \frac{1}{2} \left[(1 - \psi)^2 - \left(\frac{H_1}{H} \right)^2 \right] + \frac{q}{\gamma \cdot H} (1 - \psi) \right\} - z \cot \beta \left(q + \frac{\gamma \cdot z}{2} \right) \quad (\text{C.6})$$

$$U = \frac{\gamma_w}{2} \cdot H_1 \left[\frac{\operatorname{sen}(\beta - \alpha)}{\operatorname{sen} \alpha \cdot \operatorname{sen} \beta} \right] \sec \alpha \quad (\text{C.7})$$

Siendo además:

H_1 = altura del nivel freático, m

K_h = coeficiente sísmico horizontal

K_v = coeficiente sísmico vertical

Por otro lado, la ecuación (C.6) puede escribirse en la forma:

$$W = \frac{\gamma \cdot H^2}{2} \cdot \frac{\text{sen}(\beta - \alpha)}{\text{sen}\alpha \cdot \text{sen}\beta} \left\{ 2 \cdot \psi \cdot (1 - \psi) + K_2 + \left[(1 - \psi)^2 - K_3^2 \right] + K_4 \cdot (1 - \psi) \right. \\ \left. - \cot \beta \left[K_4 \cdot \psi + \psi^2 \right] \cdot \frac{\text{sen}\alpha \cdot \text{sen}\beta}{\text{sen}(\beta - \alpha)} \right\} \quad (\text{C.8})$$

A la vez, tomando en cuenta la relación U/W, resulta:

$$\left(\frac{U}{W} \right) = \frac{K_1 \cdot \text{sec}\alpha}{\left\{ 2\psi(1 - \psi) + K_2 + \left[(1 - \psi)^2 - K_3 \right] + K_4(1 - \psi) - \left(K_4 \cdot \psi + \psi^2 \right) \cdot \frac{\text{sen}\alpha \cdot \text{sen}\beta}{\text{sen}(\beta - \alpha)} \cdot \cot \beta \right\}} \quad (\text{C.9})$$

Las constantes involucradas son las siguientes:

$$K_1 = \left(\frac{H_1}{H} \right)^2 \cdot \left(\frac{\gamma_w}{\gamma} \right) \quad (\text{C.10})$$

$$K_2 = \left(\frac{\gamma_{sat}}{\gamma} \right) \cdot \left(\frac{H_1}{H} \right)^2 \quad (\text{C.11})$$

$$K_3 = \left(\frac{H_1}{H} \right) \quad (\text{C.12})$$

$$K_4 = \left(\frac{2 \cdot q}{\gamma \cdot H} \right) \quad (\text{C.13})$$

$$K_5 = \left(\frac{2 \cdot C}{\gamma \cdot H} \right) \cdot \text{sen } \beta \quad (\text{C.14})$$

$$K_6 = (1 + K_v) \quad (\text{C.15})$$

De donde:

$$\gamma_w = \text{peso unitario del agua} = 10,00 \text{ kN/m}^3$$

$$\gamma_{\text{sat}} = \text{peso saturado del suelo o roca, kN/m}^3$$

$$q = \text{sobrecarga, kN/m}^2$$

Al dividir por W el numerador y denominador de la ecuación (C.5) y tomando en cuenta que $z/H = \psi$, se obtiene:

$$FS = \frac{\left(\frac{C \cdot H}{W} \right) \cdot \frac{(1 - \psi)}{\text{sen } \alpha \cdot \text{cos } \alpha} + \left\{ (1 + K_v) - \left(\frac{U}{W} \right) \cdot \text{sec } \alpha - K_h \cdot \tan \alpha \right\} \tan \phi}{(1 + K_v) \tan \alpha + K_h} \quad (\text{C.16})$$

Finalmente, al reemplazar W y (U/W) en (C.16) resulta:

$$FS = \frac{K_5(1 - \psi) \cdot \text{sec } \alpha + \{(1 + K_v) \cdot f(\psi, \alpha) - K_1 \cdot \text{sec } \alpha - K_h \cdot f(\psi, \alpha) \cdot \tan \alpha\} \text{sen}(\beta - \alpha) \tan \phi}{f(\psi, \alpha) \cdot \text{sen}(\beta - \alpha) \{(1 + K_v) \cdot \tan \alpha + K_h\}}$$

La función $f(\psi, \alpha)$ está representada a través de la fórmula:

$$f(\psi, \alpha) = \left[2 \cdot \psi \cdot (1 - \psi) + K_2 + \left[(1 - \psi)^2 - K_3 \right] \right. \\ \left. + K_4 \cdot (1 - \psi) - (K_4 \cdot \psi + \psi^2) \cdot \frac{\text{sen } \alpha \cdot \text{sen } \beta}{\text{sen } \beta \cdot \text{sen } \alpha} \cdot \cot \beta \right] \quad (\text{C.18})$$

Por tanto, el mínimo factor de seguridad se obtiene al considerar:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\partial FS}{\partial \alpha} = 0 \\ \\ \frac{\partial FS}{\partial \psi} = 0 \end{array} \right\} \quad (\text{C.19})$$

Obteniéndose las siguientes ecuaciones simultáneas no lineales que contienen al ángulo α y al parámetro adimensional $\psi = (z/H)$.

$$\begin{aligned}
& (-k_5 / \cos(\alpha) - (2 * \psi + k_4 + (k_4 + 2 * \psi) * \cos(\beta) * \\
& \text{sen}(\alpha) / \text{sen}(\beta - \alpha)) * (k_6 - k_h) * \tan(\varphi) * \text{sen}(\beta - \alpha)) * \\
& ((2 * \psi * (1 - \psi) + k_2 + ((1 - \psi)^2 - k_3) + k_4 * (1 - \psi) - \\
& (k_4 * \psi + \psi^2) * \cos(\beta) * \text{sen}(\alpha) / \text{sen}(\beta - \alpha)) * ((k_6 * \tan(\alpha) + k_h) * \\
& \text{sen}(\beta - \alpha))) + (k_5 * (1 - \psi) / \cos(\alpha) + (2 * \psi * (1 - \psi) + \\
& k_2 + (1 - \psi)^2 - k_3 + k_4 * (1 - \psi) - (k_4 * \psi + \psi^2) * \cos(\beta) * \\
& \text{sen}(\alpha) / \text{sen}(\beta - \alpha)) * (\tan(\varphi) * (k_6 - k_h * \tan(\alpha)) * \text{sen}(\beta - \alpha)) - \\
& k_1 / \cos^2(\alpha) * \text{sen}(\beta - \alpha) * \tan(\varphi)) * ((2 * \psi * + k_4 + (k_4 + \\
& 2 * \psi) * \cos(\beta) * \text{sen}(\alpha) / \text{sen}(\beta - \alpha)) * ((k_6 * \tan(\alpha) + \\
& k_h) * \text{sen}(\beta - \alpha))) = 0
\end{aligned}$$

(C.20)

$$\begin{aligned}
& (k_5 * \tan(\alpha) * (1 - \psi) / \cos(\alpha) + \tan(\varphi) * \text{sen}(\beta - \alpha) * ((k_4 * \psi + \psi^2) * \\
& (k_h * \tan(\alpha) - k_6) * 0.50 * \text{sen}(2 * \beta) / \text{sen}^2(\beta - \alpha) - \\
& 2 * k_1 * \tan(\alpha) / \cos^2(\alpha) - k_h / \cos^2(\alpha) * (2 * \psi * (1 - \psi) + \\
& k_2 + (1 - \psi)^2 - k_3 + k_4 * (1 - \psi) - (k_4 * \psi + \psi^2) * \cos(\beta) * \\
& \text{sen}(\alpha) / \text{sen}(\beta - \alpha))) + (2 * \psi * (1 - \psi) + k_2 + ((1 - \psi)^2 - k_3) + \\
& k_4 * (1 - \psi) - (k_4 * \psi + \psi^2) * \cos(\beta) * \text{sen}(\alpha) / \text{sen}(\beta - \alpha)) * \\
& (k_h * \tan(\alpha) - k_6) * \cos(\beta - \alpha) + k_1 * \cos(\beta - \alpha) / \cos^2(\alpha)) * \\
& (\text{sen}(\beta - \alpha) * k_6 * \tan(\alpha) + k_h)) * (2 * \psi * (1 - \psi) + k_2 + \\
& (1 - \psi)^2 - k_3 + k_4 * (1 - \psi) - (k_4 * \psi + \psi^2) * \cos(\beta) * \text{sen}(\alpha) / \\
& \text{sen}(\beta - \alpha)) - (k_5 * (1 - \psi) / \cos(\alpha) + \text{sen}(\beta - \alpha) * \tan(\varphi) * \\
& (2 * \psi * (1 - \psi) + k_2 + (1 - \psi)^2 - k_3 + k_4 * (1 - \psi) - (k_4 * \psi + \\
& \psi^2) * \cos(\beta) * \text{sen}(\alpha) / \text{sen}(\beta - \alpha)) * (k_6 - k_h * \tan(\alpha)) - \\
& k_1 * \text{sen}(\beta - \alpha) * \tan(\varphi) / \cos^2(\alpha)) * (-(k_6 \tan(\alpha) + k_h) * \\
& ((k_4 * \psi + \psi^2) * 0.50 * \text{sen}(2 * \beta) / \text{sen}(\beta - \alpha) + \cos(\beta - \alpha) * \\
& (2 * \psi * (1 - \psi) + k_2 + ((1 - \psi)^2 - k_3) + k_4 * (1 - \psi) - \\
& (k_4 * \psi + \psi^2) * \cos(\beta) * \text{sen}(\alpha) / \text{sen}(\beta - \alpha))) + (k_6 * \text{sen}(\beta - \alpha) / \\
& \cos^2(\alpha)) * (2 * \psi * (1 - \psi) + k_2 + ((1 - \psi)^2 - k_3) + (k_4 * (1 - \psi) - \\
& (k_4 * \psi + \psi^2) * \text{sen}(\alpha) * \cos(\beta) / \text{sen}(\beta - \alpha))) = 0
\end{aligned}$$

(C.21)

APLICACIÓN PRACTICA

$$H = 20,00 \text{ m}$$

$$\beta = 76^\circ, \text{ talud con unan pendiente aproximada } 1/4:1 \text{ (v)}$$

$$\phi = 30^\circ$$

$$C = 0,060 \text{ MPa}$$

$$\gamma = 20,00 \text{ KN/m}^3 \text{ (0,020 MPa)}$$

Al emplear la ecuación (C.4) se obtiene:

$$\alpha = \alpha_{\text{critico}} = 49,52^\circ$$

$$\psi = \left(\frac{z}{H} \right) = 0,459$$

Por lo tanto la profundidad (z) de la grieta de tracción es:

$$z = \psi \cdot H = 0,459 \cdot 20,00 \text{ m} = 9,18 \text{ m}$$

Siendo además, la distancia entre la grieta de tracción y el borde de la cara del talud:

$$x = H[(1-\psi)\cot\alpha - \cot\beta] = 20,00[(1- 0,459) \cdot \cot 49,52^\circ - \cot 76^\circ] = 4,24 \text{ m}$$

3. CONCLUSIONES

A través de la metodología desarrollada en el presente apéndice, es posible determinar con mayor exactitud la posición de la cuña potencial de falla al compararse con la bien conocida técnica de deslizamiento planar, la cual considera que todo el intervalo de falla es por cizallamiento.

Esto implica, por lo tanto, en el caso de estructuras próximas al pie del talud, delimitar la zona de seguridad en una forma más real o efectiva al investigar la estabilidad de suelos y macizos rocosos, por cuanto se minimiza el factor de seguridad de los bloques de fractura.

Adicionalmente, dicho procedimiento tiene la ventaja al diseñar taludes atirantados, en un mayor ahorro en la perforación, anclajes, lechada de cemento, etc., por cuanto, la parte superior del bloque se encuentra más cerca de la cara del talud al equipararse con la tradicional falla planar.

REFERENCIAS

1. GADEUS, G. (1970), “Lower and Upper Bound for Stability of Earth Raining Structures”, Proceedings of the 5th European Conference SMFEI, Madrid.
2. KRANZ, E. (1972), “Bureau of Securitas, Ground Anchors, French Code of Practice”, Editions Eyrolles, Recommendation TA.72, 10 p.
3. HOEK, E. y BRAY, J. (1977), “Rock Slope Engineering”, Institute of Mining and Metallurgy, 2nd Edition, London, 358 p.
4. UCAR, R., (1992), “Determinación del Mínimo Factor de Seguridad en Taludes Rocosos con Grietas de Tracción”, XII Seminario Venezolano de Geotecnia, pp. 159-166.
5. COATS, D.F., (1981), “Rock Mechanics Principles”, Energy and Resources, Canada, Monograph 874, Capítulo 6, Rock Slopes, pp 6-52.