0.1. Ejercicios de Lógica

1. Colocar una "A" a cada proposición atómica y una "M" a cada proposición molecular. Después de cada proposición molecular escribir el término de enlace utilizado en aquella proposición.

   a) Las bacterias en el agua o se destruyen hirviendo el agua o se destruyen por clorización.

   b) Este libro tiene más páginas que el otro.

   c) Si la sentencia es contra el defendido entonces el apelará el caso.

   d) Él reconoció la obra como la de un poeta inglés del siglo diecinueve.

   e) La guerra no puede explicarse totalmente por una causa.

   f) Si dos o más elementos se unen químicamente para formar una nueva sustancia, entonces el producto se denomina un compuesto.

   g) Las proposiciones moleculares contienen términos de enlace.

   h) Este problema no es correcto.

   i) Rosa es menor de edad y su hermano es mayor de edad.

   j) La Matemática no es una ciencia .

2. Simbolizar las siguientes proposiciones.

   a) Si son más de las seis, la asamblea no ha comenzado.

   b) O mi reloj está mal o llegamos tarde.

   c) Si las células de la planta no tienen clorofila, entonces no pueden sintetizar los alimentos.

   d) Si la tribu fuera nómada,entonces no construiría chozas permanentes.

3. Sea p la proposición: **hace frío** y q la proposición: **llueve**. Dar una frase verbal simple que describa cada uno de los siguientes enunciados:

   (a) $\neg p$ (b) $p \vee q$ (c) $q \vee (\neg p)$ (d) $(\neg p) \wedge (\neg q)$ (e) $\neg(\neg p)$.

4. Utilizar los símbolos de enlace y los símbolos de agrupación para simbolizar los siguientes enunciados:

   a) Si **p** entonces **q**.

   b) O **p** o **q**.

   c) Si o **p** o **q** entonces **r**.

   d) O no **p** o no **q**.

   e) O **p** y **q** o **r** y **s**.

   f) Si no **p** entonces no **q** y **r**.

   g) **p** y si **q**, entonces no **r**.

5. Sea p la proposición: **ella es alta** y sea q la proposición: **ella es simpática**. Simbolizar:
   (a) Ella es alta y simpática.
   (b) Ella es alta pero no simpática.
   (c) Es falso que ella sea baja o simpática.
   (c) Ella es alta, o es baja y simpática.
   (c) No es cierto que ella sea baja y no sea simpática.

6. Señalar el término de enlace dominante en las siguientes proposiciones. Indicando después cómo sería la proposición en símbolos lógicos y agregar los símbolos de agrupación donde sean necesarios.
   a) No ocurre que, o Jaime es más alto o Juan es más alto.
   b) Pedro no es nuestro representante y José no es nuestro capitán.
   c) Antonio se marcha ahora y o yo iré con él o Pedro irá con él.
   d) Si el baile comienza a las seis , entonces nosotros llegaremos pronto y Pilar llegará tarde.
   e) Si este cuadro es negro entonces aquel cuadro es rojo y su rey está sobre el cuadro rojo.
   f) O no es jueves o no sucedió el lunes.
   g) O estoy equivocado, o la pregunta número uno es cierta y la pregunta número dos es falsa.

7. Simbolizar las siguientes proposiciones utilizando los símbolos de agrupación.
   a) Yo estoy equivocado o la pregunta número uno es cierta y la pregunta dos es falsa.
   b) A la vez yo estoy equivocado o la pregunta uno es cierta, y la pregunta número dos es falsa.
   c) O yo estoy equivocado y la pregunta número uno es cierta o la pregunta número dos es falsa.
   d) No ocurre que a la vez Juana sea su hermana y Rosa sea su hermana.
   e) Juana no es su hermana y Rosa es su hermana.

8. Determinar el valor de verdad de las siguientes proposiciones:
   a) Si todas las proposiciones moleculares tienen términos de enlace, entonces algunas proposiciones moleculares tienen exactamente una proposición atómica y una proposición atómica tiene términos de enlace.
   b) No ocurre que, Platón fue un filósofo griego o Pitágoras no fue un matemático, y todos los griegos fueron matemáticos.

c) O todos los pájaros son animales y algunos animales son pájaros o todas las ranas son anfibios.

d) Si el cuadrado tiene cuatro lados, entonces no ocurre que, el triángulo tenga tres lados y el cuadrado tenga tres ángulos, o el rectángulo tenga cuatro ángulos.

e) 13 es múltiplo de 4 y 2 es un número par si sólo si 15 es múltiplo de 3.

9. Seleccionar las proposiciones atómicas p, q, r, y traducir en una oración lo que expresa la simbología siguiente.

   a) $(p \Rightarrow q) \wedge [(\neg p) \Rightarrow q]$

   b) $[p \wedge (\neg q)] \Leftrightarrow (\neg p)$

   c) $(p \vee q) \wedge (r \vee p)$

   d) $\neg[p \vee (\neg q)] \Leftrightarrow (\neg r)$

10. Construir las tablas de verdad de las siguientes proposiciones.

$[a]$	$\neg[(\neg p) \vee (\neg q)]$	$[b]$	$\neg[(r \vee q) \wedge (\neg p)]$
$[c]$	$[p \vee (\neg q)] \Leftrightarrow (r \wedge p)$	$[d]$	$(\neg p) \Leftrightarrow [r \Rightarrow (\neg q)]$
$[e]$	$\neg[p \wedge (\neg r)]$	$[f]$	$(\neg p) \Rightarrow [q \Rightarrow p]$
$[g]$	$[p \Rightarrow (q \vee r)]$	$[h]$	$\neg[(\neg p) \Rightarrow (\neg q)]$.

11. Resolver los siguientes problemas de razonamiento lógico.

   a) Un pastor tiene que pasar un lobo, una cabra y una lechuga a la otra orilla de un río, dispone de una barca en la que solo caben el y una de las otras tres cosas. Si el lobo se queda solo con la cabra se la come, si la cabra se queda sola con la lechuga se la come, ¿cómo debe hacerlo?.

   b) Un oso camina 10 Km. hacia el sur, 10 hacia el este y 10 hacia el norte, volviendo al punto del que partió. ¿De que color es el oso?

   c) ¿Qué animal tiene en su nombre las cinco vocales?

   d) Un hombre esta al principio de un largo pasillo que tiene tres interruptores, al final hay una habitación con la puerta cerrada. Uno de estos tres interruptores enciende la luz de esa habitación, que esta inicialmente apagada. ¿Cómo lo hizo para conocer que interruptor enciende la luz recorriendo una sola vez el trayecto del pasillo? Pista: El hombre tiene una linterna.

   e) Un prisionero esta encerrado en una celda que tiene dos puertas, una conduce a la muerte y la otra a la libertad. Cada puerta esta custodiada por un vigilante, el prisionero sabe que uno de ellos siempre dice la verdad, y el otro siempre miente. Para elegir la puerta por la que pasara solo puede hacer una pregunta a uno solo de los vigilantes ¿Cómo puede salvarse?

f) Tres amigos con dificultades económicas comparten un café que les cuesta 30 pesetas, por lo que cada uno pone 10. Cuando van a pagar piden un descuento y el dueño les rebaja 5 pesetas tomando cada uno una peseta y dejando dos en un fondo común. Mas tarde hacen cuentas y dicen: cada uno ha pagado 9 pesetas así que hemos gastado 9x3=27 pesetas que con las dos del fondo hacen 29 ¿dónde esta la peseta que falta?

g) El alcalde de una cárcel informa que dejara salir de la prisión a una persona al azar para celebrar que hace 25 años que es alcalde, eligen a un hombre y le dicen que quedara libre si saca de dentro de una caja una bola blanca, habiendo dentro 9 bolas negras y solo 1 blanca. El prisionero se entera por un chivatazo que el alcalde pondrá todas las bolas de color negro, al día siguiente le hace el juego, y el prisionero sale en libertad. ¿Cómo ha conseguido salir de la cárcel si todas las bolas eran negras?

h) Un lechero tiene un cántaro de 8 litros lleno de leche, y dos mas de 5 y de 3 litros. Un cliente le pide exactamente 4 litros. ¿Cómo puede calcular los cuatro litros y dárselos en el cántaro de 5 litros?

0.2. Ejercicios sobre Teoría de Conjuntos.

1. Dados los conjuntos $A = \{1\}$, $B = \{1, 2\}$. Determinar si las siguientes afirmaciones son ciertas o falsas. En cualquier caso argumente su respuesta.

   (a) $A \subset B$ (b) $A \in B$ (c) $1 \subset B$.
   (d) $1 \in B$ (e) $B \subset A$.

2. Construye por extensión los siguientes conjuntos.

   $A = \{x : x \text{ es un miembro de tu familia}\}$.
   $B = \{x : x \text{ es el número de estudiantes de tu curso}\}$.
   $C = \{x : x \text{ es número entero mayor que } -2 \text{ y menor que } 8\}$.
   $D = \{x : x \text{ es una letra del nombre Teresa }\}$.
   $E = \{x : x \text{ es un divisor de } 32\}$.

3. Construye por comprensión los siguientes conjuntos.

   $S = \{-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ $R = \{10\}$ $T = \{a, n\}$
   $U = \{2, 4, 6, 8, 10, 12...\}$ $V = \{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30\}$.

4. Escribe de dos formas los siguientes conjuntos.

   (a) Los estados de la región andina.
   (b) Los múltiplos naturales de 3 menores que 30.
   (c) Los divisores enteros de 100.

5. Dados los conjuntos A y B. Determinar, en cada caso, cúales de ellos es un subconjunto del otro. Verifica si algunos de ellos son iguales.

   (a) $A = \{1, 2, 3, 5, 7\}$; $B = \{3, 7, 5, 1\}$.
   (b) $A = \{x : x \text{ es un número par}\}$; $B = \{x : x = 2k \text{ con } k \in \mathbb{Z}\}$.
   (c) $A = \{x : x \text{ es un número impar}\}$; $B = \{x : x = 2k + 1 \text{ con } k \in \mathbb{Z}\}$.
   (d) $A = \{x : x \text{ es un divisor de } 10\}$; $B = \{x : x \text{ es primo} < 11\}$.
   (e) $A = \{x : x + 2 = 2x - 1\}$; $B = \{-3\}$; $C = \{3\}$.
   (f) $A = \{x : x \text{ es un número entero}\}$; $B = \{x : x \text{ es un natural}\}$.
   (g) $\emptyset$, $\{0\}$, $\{\emptyset\}$.

6. Sean $A = \{n \in \mathbb{N} : 2 < n \leq 10\}$ y $B = \{4, 6, 8\}$. Determinar.

   (a) $A \cup B$ (b) $A \cap B$ (c) $A \backslash B$ (d) $B \backslash A$.

7. Sea $U = \{x \in \mathbb{N} : x \text{ es menor que } 10\}$. Sean $A = \{x \in \mathbb{N} : x \text{ es un primo y } x \leq 7\}$, $B = \{x \in \mathbb{N} : x \text{ es un número par y } x \leq 8\}$. Determinar.

   [a] A^c [b] B^c [c] $A \cap A^c$ [d] $A^c \cup B^c$ [e] $B \cup B^c$

   [f] $B^c \cap A$ [g] $B^c \cap U$ [h] $A \cap B^c$ [i] $(A^c)^c$ [j] $(A \cup B)^c$.

8. Sea $U = \{x \in \mathbb{N} : x \text{ es menor que } 22\}$. Sean $A = \{x \in \mathbb{N} : x \text{ es un primo y } x \leq 20\}$, $B = \{x : x = 2k, \text{ con } k \in \mathbb{N} \text{ y } x \leq 21\}$. Determinar.

   [a] A^c [b] B^c [c] $A \cap A^c$ [d] $A^c \cup A$ [e] $B \cup B^c$

   [f] $B^c \cap A$ [g] $B^c \cap U$ [h] $A \cap B^c$ [i] $(A^c)^c$ [j] $(A \cap B)^c$.

9. Dado el conjunto $A = \{n \in \mathbb{N} : n < 13 \; y \; n \; es \; primo\}$. Hallar todos los subconjuntos de A.

10. Dados los conjuntos $A = \{0, 1\}$, $B = \{1, 2, 3\}$ y $C = \{2\}$. Verificar las siguientes igualdades.

    (a) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ (b) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$.

11. Dados los conjuntos $K = \{n \in \mathbb{N} : \text{n divide a } 16\}$, $Y = \{n \in \mathbb{N} : \text{n divide a } 18\}$ y $X = \{n \in \mathbb{N} : \text{n divide a } 36\}$. Determinar:

    (a) $Y \backslash X$ (b) $Y \cap X$ (c) $K \triangle X$ (d) $Y \triangle X$ (e) $K \triangle Y$.

12. Dados los conjuntos $A = \{n \in \mathbb{N} : n \leq 3\}$, $B = \{n \in \mathbb{N} : n \geq 2\}$ y $D = \{n \in \mathbb{Z} : -2 < n \leq 3\}$. Determinar.

    (a) $A \triangle B$ (b) $A \triangle D$ (c) $B \triangle D$.

13. Sean $A = \{n \in \mathbb{Z} : -3 \leq n < 6\}$, $B = \{n \in \mathbb{N} : 2 < n < 10 \ y \ n \ par\}$.
Determinar todos los subconjuntos D de A tal que $D \cap B = D$.

14. Dado el conjunto $E = \{n \in \mathbb{Z} : 0 \leq n \leq 6\}$ y los conjuntos $A = \{0, 2, 5, 6\}$ y $B = \{0, 5\}$. Determinar (en caso de existir) todos los subconjuntos X de E que verifiquen:

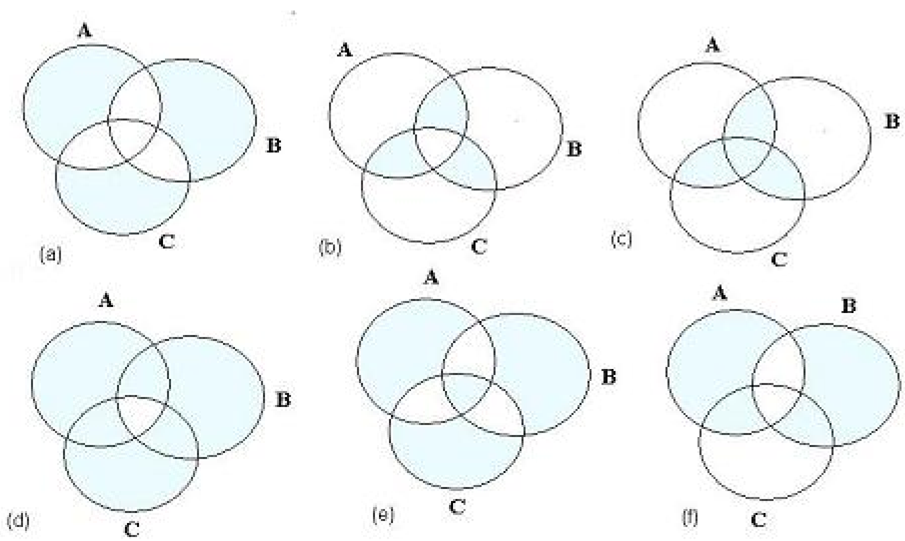
    (a) $A \cup X = B$ (b) $B \cup X = A$ (c) $A \cap X = B$ (d) $B \cap X = A$.

15. Utilizar los diagramas de Venn para representar los siguientes conjuntos.

    $[a]$ $A \backslash B) \cap C$ $[b]$ $(A \triangle C) \cap (A \cap B)$ $[c]$ $(A \cup B) \backslash (A \cap B \cap C)$

    $[d]$ $(A \cup B) \backslash (A \triangle C)$ $[e]$ $A \cup (B \cap C)$ $[f]$ $(A \backslash B) \triangle (B \backslash C)$.

16. Escribir en términos de los conjuntos A, B, C y las operaciones entre ellos, lo que representa cada gráfico.



17. Representemos con el símbolo $\#(A)$ (cardinal de A) el número de elementos del conjunto A .
Si $\#(U)$=100, $\#(A)$=30 y $\#(A \cap B)$=20. Hallar

    $[a]$ $\#(A \cap B^c)$ $[b]$ $\#((A \cup B)^c)$ $[c]$ $\#(A^c \cap B)$

    $[d]$ $\#(A^c \cup B^c)$ $[e]$ $\#(A^c \cap B^c)$ $[f]$ $\#((A^c \cap B)^c)$.

18. En una ciudad se publican dos períodicos, llamemos a estos periódicos A y B. Para determinar la popularidad de estos periódicos se encuesta a 1000 personas de la ciudad y se obtienen los siguientes resultados:

400 personas leen A y B
700 personas en total leen A
600 personas en total leen B.

Determinar:

(a) ¿Cuántas personas leen A, pero no leen B?
(b) ¿Cuántas personas leen B, pero no leen A?
(c) ¿Cuántas personas no leen A ni B?

19. En el curso de matemática 30 estudiantes son mujeres, 30 aprobaron el examen, 25 son merideños, 10 son mujeres y aprobaron el examen, 15 son mujeres y merideñas, 5 aprobaron el examen y son merideños y 5 son mujeres, aprobaron el examen y son merideños.
(i) Hallar el número de personas que solamente aprobaron el examen, es decir, que no son mujeres ni merideños.
(ii) Hallar el número de estudiantes del curso.

20. Suponga que Ud. se encuentra realizando una investigación y de una población de 700 sujetos se obtienen los siguientes resultados:

Un grupo de 372 sujetos en total cumple con la característica $c1$.
Un grupo de 291 sujetos en total cumple con la característica $c2$.
Un grupo de 181 sujetos en total cumple con la característica $c3$.
Un grupo de 121 sujetos cumple con las características $c1$ y $c2$.
Un grupo de 99 sujetos cumple con las características $c1$ y $c3$.
Un grupo de 78 sujetos cumple con las características $c2$ y $c3$.
Un grupo de 66 sujetos cumple con las características $c1$, $c2$ y $c3$.

Hallar:

(a) Una situación concreta que de sentido a este supuesto experimento.
(b) Un diagrama de conjuntos que represente la situacón.
(c) Escribir por compresión cada uno de estos conjuntos.
(d) Describa en lenguaje conjuntista cada una de las regiones del diagrama.
(e) ¿Cuántos sujetos cumplen con la característica $c1$ únicamente?
(f) ¿Cuántos sujetos no cumplen con ninguna característica?

21. Si el número de socios de dos centros de recreación C y D es de 4200. ¿Cuál es el número de socios que pertenecen sólo al centro D, si el centro C tiene 3400 socios y hay 820 socios que pertenecen a los dos centros? Rta: 800 socios.

22. Cien (100) personas presentaron una prueba constituida por 3 preguntas. Después de corregir las pruebas se obtuvieron los siguientes resultados.

8 personas respondieron correctamente las 3 preguntas.
9 personas respondieron correctamente la 1^a y la 3^a.
11 personas respondieron correctamente la 2^a y la 3^a.
6 personas respondieron correctamente la 1^a y la 2^a.

55 personas respondieron correctamente por lo menos la primera 1^a.
32 personas respondieron correctamente por lo menos la segunda 2^a.
49 personas respondieron correctamente por lo menos la tercera 3^a.

Se desea saber cuántas personas no respondieron correctamente ninguna pregunta. Rta: 6 personas.

23. Se realizó una encuesta para estimar cuántos estudiantes practicaban los deportes de béisbol, fútbol y voleibol. El resultado de dicha encuesta es el siguiente:

    75 practican béisbol.
    55 practican fútbol.
    50 practican voleibol.
    15 practican fútbol y béisbol.
    10 practican béisbol y voleibol.
    5 practican los 3 deportes.
    5 practican fútbol y voleibol.

    Determinar cuántos estudiantes practican solamente fútbol.
    Rta: 30.

24. En un club de 50 miembros, todo miembro practica un deporte y lo hace en béisbol o en fútbol. 30 practican béisbol y 25 practican fútbol. ¿Cuál es el número de miembros que practican ambos deportes?
    Rta: 5.

25. En el cafetín de la facultad se ordenaron 38 hamburguesas: 18 con cebollas; 23 con mostaza; 29 con salsa. De estas 3 tienen solo mostaza 8 solo salsa; 9 de ellas tienen solo mostaza y salsa, y 5 tienen los 3 ingredientes.

    a) ¿Cuántas tienen cebollas y salsa?
    b) ¿Cuántas tienen solo cebollas?
    c) ¿Cuántas tienen salsa o cebolla?

26. Se hizo una encuesta sobre los diversos espectáculos preferidos por los estudiantes y se determino que: 30 prefieren el teatro y el cine, 90 prefieren el teatro, 100 el cine y 140 prefieren diversiones diferentes al teatro y al cine.

    a) Cuántos estudiantes fueron encuestados?
    b) Cuántos prefieren sólo el cine o sólo el teatro?
    c) Cuántos prefieren sólo el teatro?

27. En la facultad los estudiantes de pregrado deben elegir al menos una materia electiva entre informática, literatura e idiomas, 2000 eligieron informática; 1400 eligieron literatura, 1000 eligieron idiomas, 700 eligieron informática y literatura; 500 eligieron informática e inglés; 250 literatura e inglés y 120 eligieron las tres.

a) Cuántos estudiantes hay en pregrado?

b) Cuántos estudiantes eligieron exactamente una de las asignaturas electivas?

c) Cuántos estudiantes eligieron informática y literatura pero no idiomas?

28. En una encuesta realizada en un colegio a 150 estudiantes se hallaron los siguientes datos: 54 estudiantes de álgebra, 89 estudiantes de inglés, 126 estudiantes de ciencias naturales, 60 estudiantes de ciencias naturales e inglés, 10 estudiantes de álgebra solamente, 20 estudiantes de álgebra y ciencias naturales, 15 estudiantes de las tres materias simultáneamente. Determinar

    a) Cuántos estudian álgebra e inglés pero no ciencias?

    b) Cuántos estudian una materia?

    c) Cuántos estudian a lo sumo dos materias?

0.3. Ejercicios sobre Conjuntos Numéricos

1. Efectuar los cálculos indicados procediendo primero a suprimir los signos de agrupación
$$12 - 3\{5 - [2 \cdot 3 - 4(6 + 1) - 3] + 9\}.$$

2. Aplique las propiedades de las operaciones en $\mathbb{Z}$, para simplificar los cálculos en
$$-3x + (2x - y) - 2[x - (3x - y - 1)] + x + y - 2.$$

3. Complete las afirmaciones,

   i) Si a es negativo, entonces $-a$ es...
   ii) Si a es positivo, entonces $-a$ es...
   iii) Si a es cero, entonces $-a$ es...

4. Efectúe los cálculos correspondientes para determinar cúales de las siguientes identidades son verdaderas y cuáles son falsas,

   a) $(3 + 4)^2 = 3^2 + 2 \cdot 3 \cdot 4^2$.

   b) $(2 - 3)^2 = 2^2 - 3^2$.

   c) $(2 - 7)(2 + 7) = 2^2 - 7^2$.

   d) $(4 - 1)^2 = 4^2 - 2 \cdot 4 \cdot 1 + 1^2$.

   e) $(m \pm n)^2 = m^2 \pm 2mn + n^2$.

   f) $(m - n)(m + n) = m^2 - n^2$.

5. Elimine los paréntesis en las expresiones siguientes,

   i) $3-(4-(3-5)+(4-3))$.
   ii) $a-(3a-(-2a+b)+(b-a))$.
   iii) $a-(3b+3(-a)(4b-5))$.

6. Ordene, de menor a mayor los números siguientes:

$$-7,\ \ -4,\ 8,\ \ -12,\ 12,\ 33,\ 0,\ (-2)^3,\ \ -9,\ \ -1995.$$

7. a) Haga una lista de los números que no son mayores que 9 ni menores que -6. Exprese esto con la notación simbólica usual.
   b) ¿Cuáles son los naturales a, tales que $a \leq 7$? Represéntelos mediante puntos de una recta.
   c) Haga una lista de todos los números enteros n, tales que n es mayor o igual que -5, y n es menor o igual que 13.
   d) Represente mediante puntos de una recta todos los valores de $n \in \mathbb{Z}$ para los cuales, $-2 < n < 6$.

8. Diga cuáles de los siguientes símbolos representan números racionales

$$0,1;\quad 1/1;\quad 1/2;\quad 0/1;\quad 2/5;\quad -16/0;\quad (0+5)(0+3).$$

9. Decida cuales de los siguientes números racionales son iguales,

$$1/2,\ 0/1,\ 0/4,\ 2/1,\ 4/3,\ 7/14,\ 0/3,\ 8/4,\ 50/100,\ -2/-1,\ -12/-9,\ -5/4,\ 0.$$

   Es decir, reúna las fracciones equivalentes.

10. Cuáles de las expresiones siguientes son verdaderas y cúales son falsas. Argumente su respuesta.

[i]	$a+bc=(a+b)c$	[ii]	$1^1+2^1=3^1$
[iii]	$1^2+2^2=3^2$	[iv]	$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$
[v]	$(a+b)^2=a^2+b^2$	[vi]	$-(x-y)=y+x$
[vii]	$a/b+c=(a+c)/b$	[$viii$]	$a/b+c/d=(a+c)/(b+d)$
[ix]	$(-x)^n=-x^n,\ n\in\mathbb{N}$	[x]	$\frac{a+b}{a}=1+\frac{b}{a}$.

11. Calcule:

[i]	$(-1/2)^{-2}$	[ii]	$(2/3-4/7)^{-3}$	[iii]	$(3/4)^{-1}$
[iv]	$49^{1/2}$	[v]	$81^{-1/2}$	[vi]	$1000^{-2/3}$.

12. i) Puede usted hallar el primer número racional mayor que cero.
ii) Dado un número racional positivo "muy pequeño" encuentre otro racional positivo, "más pequeño aún". ¿Tiene fin este proceso?

13. Escriba como una sola fracción cada una de las expresiones:

    i) $a + (4a - 3)/a$ ii) $3 - (2a - 5)/4$ iii) $(-4 + 8a)/2 + 5$.

14. Ordene de menor a mayor los números racionales dados a continuación, luego encuentre al menos dos números irracionales en medio de cada pareja de números racionales ordenados.

$$3/4, \quad 5/8, \quad 17/2, \quad 3/-4, \quad -2/5, \quad -4/7, \quad -2.$$

15. Hallar cuatro números entre 1/8 y 1/9.

16. Efectuar las siguientes operaciones:

$$[a] \ \frac{2+\frac{3}{5}}{3+\frac{1}{4}} \qquad [b] \ \frac{5+\frac{2}{3}}{4-\frac{3}{5}} \qquad [c] \ \frac{1+\frac{1}{2}+\frac{3}{4}}{1-\frac{2}{3}}$$

$$[d] \ \frac{1+\frac{2}{3}}{\frac{1}{2}-\frac{\frac{3}{4}}{1-\frac{1}{\frac{2}{3}}}} \qquad [e] \ \frac{\frac{2}{5}(1-\frac{3}{4})}{1-\frac{2}{7}} \qquad [f] \ \frac{(-\frac{3}{4})(\frac{1}{3}+\frac{2}{9})}{\frac{3}{4}\frac{5}{3}-\frac{1}{9}}.$$

17. Hallar la fracción generatriz de las siguientes expresiones decimales,

$$[a] \ r = 0,275 \quad [b] \ r = -2,15 \quad [c] \ r = 2,0\widehat{1}$$

$$[d] \ r = 1,\widehat{123} \quad [e] \ r = -1,01\widehat{26} \quad [f] \ 2,34524524524\ldots$$

18. Escriba cada expresión como una fracción:

$$3\,\%, \ 10\,\%, \ 17\,\%, \ 80\,\%, \ 5\,\%, \ 100\,\%.$$

19. Escriba cada fracción como porcentaje

$$25/100, \quad 30/100, \quad 8/100, \quad 17/100.$$

20. Cambie las siguientes expresiones a decimales

$$35\,\%, \ 9\,\%, \ 12\,\%, \ 18\,\%, \ 125\,\%, \ 250\,\%.$$

21. Cambie cada decimal a la notación de porcentaje.

$$0,15; \quad 0,5; \quad 0,125; \quad 0,8; \quad 0,019.$$

22. Resolver los siguientes ejercicios

   a) ¿Cuanto es el 15 % de 45?
   b) ¿20 es el 2 % de qué número?
   c) ¿Qué porcentaje de 750 es 150?
   d) ¿Qué porcentaje de 480 es 12?
   e) ¿Cuál número representa 200 % de 30?
   f) ¿6 % de qué número es 24?

23. Resolver sin despejar las siguientes ecuaciones y comprobar cada resultado,

$[a]$	$9x - 4 = 3x - 16$	$[b]$	$\frac{5}{6}x + \frac{7}{9} - \frac{2}{3}x = \frac{2}{9}x - \frac{5}{9}$
$[c]$	$3(3x - 1) + 4(9 - 5x) = 0$	$[d]$	$\frac{3x-4}{4} - \frac{2x-1}{3} = -\frac{1}{6}$
$[e]$	$\frac{2x+1}{4} + \frac{x}{3} = \frac{18x-24}{2}$	$[f]$	$\frac{3x-4}{4} + \frac{3x}{5} = \frac{2}{3}.$

24. Escribir en notación científica

$[a]$	$\frac{1}{10000}$	$[b]$	$0,0000001$	$[c]$	$\frac{10^6}{1000}$
$[d]$	$\frac{10^3 \cdot 0{,}1}{10000 \cdot 10^2}$	$[e]$	$\frac{0{,}001}{10^4}$	$[f]$	$1,2 \cdot 10^{-5}$
$[g]$	$\frac{1{,}28 \cdot 10^{-4}}{4 \cdot 10^3}$	$[h]$	$\frac{5}{0{,}750}$	$[i]$	$\frac{10^{-3}}{10^{-4}}.$

25. Resolver las siguientes desigualdades

$[a]$	$3x + 2 < x - 1$	$[b]$	$\frac{x+5}{4} < \frac{2(x-1)}{3} - 1$
$[c]$	$2 + \frac{x-1}{3} \geq x - \frac{2+x}{4}$	$[d]$	$x - 3x > x + 3(x - 3)$

26. Represente gráficamente utilizando la recta real los intervalos dados por la definición 4.6.1, además interprete gráficamente las propiedades dadas para desigualdades de la sección 4.6.4.

27. Resolver los siguientes problemas

   (a) Juana, Julia y Josefa trabajaron un total de 18 horas en una fiesta. Juana y Julia completaron 11 horas entre ambas y Josefa trabajó una hora más que Juana. Determínese cuántas horas trabajó cada una.

   (b) En un grupo de 35 estudiantes había 10 hombres menos que el doble de mujeres. Determínese cuántos habían de cada sexo.

(c) En una escuela la mitad de los alumnos menos 6 poseen automóviles, propiedad de los alumnos son 198. ¿Cuántos alumnos hay en la escuela?

(d) La diferencia de dos números es 6 y la mitad del mayor excede en 10 a los $\frac{3}{8}$ del menor. Hallar los números.

(e) Un hombre gasta la mitad de sueldo mensual en alquiler y alimentos, y $\frac{3}{8}$ del sueldo en otros gastos. Al cabo de 15 meses ha horrado 300.000 bolívares. ¿Cuál es el sueldo mensual?

(f) Hallar tres números consecutivos cuya suma sea 60.

(g) Las edades de un padre y su hijo suma 60 años. Si la edad del padre se disminuyera en 15 años se tendría el doble de la del hijo. Hallar ambas edades.

(h) Un caimán está en la boca de un caño soñando con comida. De repente ve a un chiguire que está a 20 metros de él y comienza a perseguirlo. Si el caimán corre el doble de rápido que el chiguire ¿a que distancia estarán uno del otro cuando el caimán se ha movido 10 metros? Rta 15 metros.

(i) Una vez un cachicamo andaba por San Fernando vendiendo zapatos para la lluvia. Se paró debajo de un frondoso merecure a exhibir su mercancía. Todos los animales del llano se admiraban de la variedad de zapatos que tenía. Entonces al pasar por la perfumería el Mapurite preguntó por un lindo par de botas negras. El cachicamo le contestó así “Si al precio de ese par de botas le resto 20 y lo duplico le quedan 80 Bs por encima del precio”. ¿Cuánto vale el par de botas? Rta 120 Bs.

(j) Había un baile en Dabajuro allá en tierras de Falcón. Se juntaron en mi casa 513 pericos entre hembras y machos. Cuando comenzó el baile todo el que pudo buscó pareja. Pero quedaron 13 machos fuera. ¿Cuántos pericos y pericas habían? Rta 263 y 250.

(k) Después de un aumento, el sueldo mensual de un empleado quedo en 87.480 bolívares. Antes del aumento el sueldo era de 81.000 bolívares. ¿En que porcentaje aumentó el salario?

(l) En 1983 la gasolina costaba 4 bolívares por litro. En 1999 costaba 97 por litro. ¿En que porcentaje subió el precio?

0.4. Ejercicios sobre Relaciones y Funciones.

1. Dé ejemplos de relaciones que se establecen entre dos variables, una dependiente y la otra independiente, y determine.

   (a) Conjunto de partida y conjunto de llegada.
   (b) ¿Es la relación una función?
   (c) Pares Ordenados.
   (d) Representación gráfica.

2. Sea $\Re$ la relación entre $E = \{2, 3, 4, 5\}$ y $F = \{3, 6, 7, 10\}$ definida por "x divide a y" $x \in E, y \in F$.

   (a) Describir $\Re$ como un conjunto de pares ordenados.
   (b) Represente $\Re$ gráficamente.

3. Dados los conjuntos, $A = \{2, 3, 4, 5\}$ y $B = \{0, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 10, 11, 12, 13, 15, 16, 25\}$, considere

   3.1- Asocia a cada elemento de A su cuadrado.
   3.2- Asocia a cada elemento de A el doble de ese elemento más una unidad.
   3.3- Asocia a cada elemento de A el triple de ese elemento menos dos unidades.
   3.4- Asocia a cada elemento de A el cuadrado de ese elemento menos el triple del mismo más dos unidades.

   En cada caso determinar:

   a- ¿Es la relación una función de A en B?
   b- ¿Cuál es el dominio y rango?
   c- Pares ordenados.
   d- Representación gráfica.

4. Sea $\Re$ una relación en $A = \{2, 3, 4, 5\}$ definida por "x , y son primos relativos"(es decir el único divisor común entre x, y es la unidad). Proceder como en el ejercicio 1.

5. Sea $\Re$ la relación entre $X = \{x \in \mathbb{N} : 0 \leq x \leq 10 \;\; y \;\; x \;\; par\}$ y $Y = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 12\}$ definida por "$y = \frac{x}{2} + 2$" $x \in X \; y \in Y$. Proceder como en el ejercicio 1.

6. Sea $\Re$ la relación entre $E = \{2, 4, 6\}$ y $F = \{1, 3, 5\}$ definida por "$x - 2 < y$", $x \in E$, $y \in F$. Proceder como en el ejercicio 1.

7. Sean $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 4\}$ y $C = \{3, 4, 5\}$. Describir con un diagrama de árbol el conjunto $A \times B \times C$.

8. Determinar el valor de x para que la relación $\Re$ represente a una función.
   $\Re = \{(1, a); (2, b); (3, c); (1, x); (4, f)\}$
   $\Re = \{(1, 1); (2, 4); (3, 9); (0, 1); (0, x)\}$.

9. Considere X el conjunto de dos (2) padres, Y el conjunto de sus cinco hijos. Dada la relación de X en Y que asocia a cada padre su hijo. ¿Es esta relación una función?

10. Sea $f : \mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{N}$, donde f asocia a cada $n \in \mathbb{N}$ su cuadrado.
    (a) Describa 10 elementos del rango de f.
    (b) Hallar $f(11); f(n + 1); f(n - 1); f(3) + 3$.
    (c) Determinar si f es inyectiva y sobreyectiva.

11. Cien estudiantes de la U.L.A son clasificados del 1 al 100, para ser sometidos a una prueba de Matemáticas. Consideremos la relación que asocia a cada estudiante el número cero (0) cuando resulta reprobado y el número uno (1) cuando resulta

aprobado. Asumiendo que al menos uno de los estudiantes resulta reprobado y al menos uno resulta aprobado. Determinar:

(a) Si la relación dada es una función.
(b) En caso afirmativo el dominio y rango de la función.
(c) Si la relación dada es función ¿ es biyectiva?

12. ¿Cuáles de las siguientes relaciones son funciones?
(a) Asigna a cada persona su año de nacimiento.
(b) Asigna a cada profesor su alumno.
(c) Asigna a cada enfermedad su medicamento.
(d) Asigna a cada libro escrito por un sólo autor, el autor del libro.
(e) Asigna a cada país que tiene primer ministro, su primer ministro.

13. Considere $f : \{1, 2, 3, 4, 5\} \longrightarrow \mathbb{N}$, tal que f asigna el cuadrado del elemento más el doble del elemento menos dos. Describa mediante una fórmula la función f y halle su rango. Determinar si f es inyectiva y sobreyectiva.

14. Dada la representación gráfica de una relación $\Re$. (Ver Figura 2)

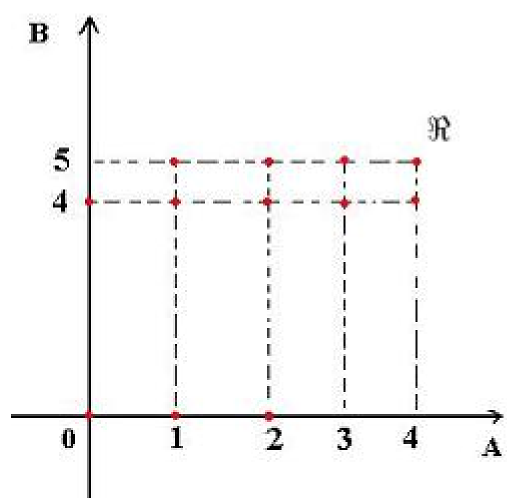


Figura 1: Relaciones

(a) Escribir $\Re$ como un conjunto de pares ordenados.
(a) Decidir si son ciertas o falsas: $0\Re0$; $0\Re1$; $2\Re0$; $0\Re4$.
(b) Hallar $\{x : \ (x, 5) \in \Re\}$ y $\{x : \ (0, y) \in \Re\}$.

15. Determinar el dominio más amplio de las siguientes funciones.

$$[a] \quad f(x) = \tfrac{3x+4}{4} \quad [b] \quad f(x) = -\tfrac{6}{x+7} \quad [c] \quad f(x) = \tfrac{1}{x^2}$$

$$[d] \quad f(x) = \tfrac{1}{x^2-1} \quad [e] \quad f(x) = \sqrt{x+3} \quad [f] \quad f(x) = \sqrt{\tfrac{x}{2} - 1}$$

16. Considere las funciones reales dadas por $f(x) = x^2, si \ -2 \leq x \leq 1$ y $g(x) = 3x + 4, si \ 0 \leq x \leq 3$. Calcular

$$\frac{[(f+g)(\frac{1}{2})][(f-g)(\frac{1}{2})]}{[(f \cdot g)(1)][(\frac{f}{g})(\frac{1}{3})]}$$

17. Decidir cuáles de los siguientes gráficos (ver Figura 2) representan al de una función.

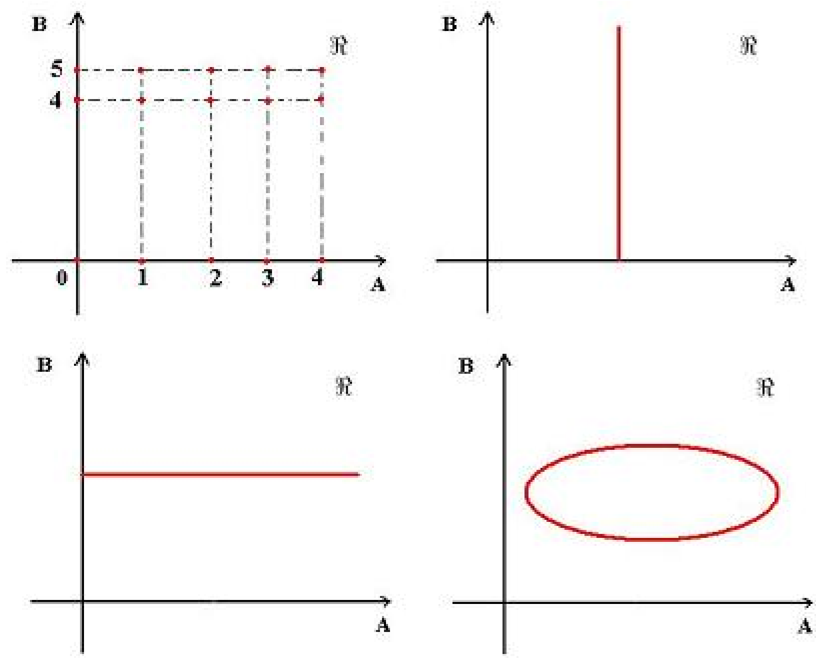


Figura 2: Relaciones y funciones

0.5. Ejercicios

1. Demostrar que los puntos $(-2,0)$, $(2,2)$ y $(3,-5)$ son los vértices de un triángulo isósceles. (recuerde, que un triángulo isósceles tiene dos lados de igual longitud).

2. Demostrar que los puntos $(12,1)$, $(-3,-2)$ y $(2,-1)$ son colineales (es decir, están sobre la misma recta).

3. Demostrar que los puntos $(0,1)$, $(3,5)$, $7,2$ y $(4,-2)$ son los vértices de un cuadrado. ¿Cuál es la longitud de la diagonal?

4. Una recta pasa por el punto $(7,8)$ y es paralela a la recta que pasa por los puntos $(-2,2)$ y $(3,-4)$. Hallar la ecuación de dicha recta.

5. Demostrar que la recta que pasa por los puntos $(-2,5)$ y $(4,1)$ es perpendicular a la recta que pasa por los puntos $(-1,1)$ y $(3,7)$.

6. Determinar el valor de k para que la recta $k^2x + (k+1)y + 3 = 0$ sea perpendicular a la recta de ecuación $2x - 3y + 7 = 0$.

7. Determinar el valor de k para que la recta $(1-k)x + ky - 4 = 0$ sea paralela a la recta de ecuación $2x - 4y - 1 = 0$.

8. Dadas las siguientes ecuaciones de rectas hallar el valor de la pendiente y además graficar cada recta:

   (a) $5x - 3y + 15 = 0$ (b) $5x - 4y - 20 = 0$ (c) $3x - 8y + 36 = 0$

   (d) $y - 5 = 0$ (e) $x - 3 = 0$ (f) $x + y - 1 = 0$.

9. Hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto $A = (1, 5)$ y tiene pendiente $m = 2$. Además, graficar la recta.

10. Halar la ecuación de la recta que tiene pendiente -1 y cuya intersección con el eje y es -3. Además, graficar la recta.

11. Un problema frecuente en el preescolar es la adaptación del niño al ambiente escolar. En un preescolar se han implementado dos tratamientos T_1 y T_2 para lograr en el menor tiempo posible la adaptación del niño al preescolar. Algunos de los resultados de estos tratamientos son los siguientes:

    TRATAMIENTO 1

Niño #1 30 días	Niño #2 28 días	Niño #3 27 días	Niño #4 24 días
Niño #5 21 días	Niño #6 30 días	Niño #7 18 días	Niño #8 18 días
Niño #9 15 días	Niño #10 10 días	Niño #11 20 días	Niño #12 5 días

    TRATAMIENTO 2

Niño #1 6 días	Niño #2 8 días	Niño #3 13 días	Niño #4 16 días
Niño #5 18 días	Niño #6 21 días	Niño #7 30 días	Niño #8 23 días
Niño #9 25 días	Niño #10 26 días	Niño #11 29 días	Niño #12 30 días

    Suponga que los niños han sido ordenados atendiendo a sus edades de menor a mayor. Es decir, el Niño #1 es el menor y el Niño #12 es el mayor.

    a) Elabore una representación gráfica de cada situación.

    b) ¿Observa Ud. alguna relación predominante? ¿Que tipo de relación?

    c) ¿Para qué niños ambos tratamientos tienen aproximadamente el mismo efecto?

    d) ¿Cuánto tiempo tardaría en adaptarse el Niño #18 según ambos tratamientos?

    e) ¿Qué conclusiones puede Ud. dar respecto a esta situación?

12. Dadas las situaciones siguientes identifica las cantidades variables y clasificalas como variables independientes o dependientes.

a) Los investigadores educativos dicen que si se sabe la puntuación de un estudiante en el examen de selección de la ULA, se puede predecir el promedio del estudiante al culminar sus estudios en la universidad.

b) Los arqueólogos esperan que a mayor antigüedad tenga una pieza arqueológica, mayor sea el grado de decoración de esta.

c) Se espera que a mayor demanda tenga un producto, menor debe ser el precio de venta.

d) Si se quiere saber la intensidad de luz que llega a la superficie de un planeta, primero hay que saber la distancia entre el planeta y el sol.

e) El perímetro de un cuadrado está dado por la ecuación $P = 4L$, donde L es el largo de cada uno de lados del cuadrado.

f) La relación entre el tiempo transcurrido y la cantidad de bacterias que crecen en un medio de cultivo está dada por la siguiente ecuación: $N = 3t + 100$.

g) El área de un rectángulo está dada por la ecuación: $A = hw$, donde h es la altura del rectángulo y w es el ancho del mismo.

13. Hallar el valor de las siguientes sumas.

$$[a]\ \sum_{k=1}^{4} k \quad [b]\ \sum_{k=2}^{5} 2^{k-2} \quad [c]\ \sum_{n=2}^{5} 3^{n-2} \quad [d]\ \sum_{r=0}^{4} 2^{2r-1}$$

$$[e]\ \sum_{j=1}^{5} j^j \quad [f]\ \sum_{n=1}^{5} \tfrac{1}{n(n+1)} \quad [g]\ \sum_{k=\ 0}^{5} (2k+1) \quad [h]\ \sum_{j=1}^{4} \left(\tfrac{1}{2}\right)^j.$$

14. Determinar si cada una de las siguientes igualdades son ciertas o falsas.

$$[a]\ \sum_{k=0}^{7} k^4 = \sum_{k=1}^{8} k^4 \qquad [b]\ \sum_{k=0}^{5} (2+k) = 2 + \sum_{k=0}^{5} k$$

$$[c]\ \sum_{i=1}^{5} (i+1)^2 = \sum_{i=0}^{4} i^2 \quad [d]\ \sum_{k=1}^{5} k^3 = \left(\sum_{k=1}^{5} k\right)\left(\sum_{k=1}^{5} k^2\right).$$

15. Usar el símbolo sumatorio para escribir.

$[a]$ $1+3+5+7+9$ $\qquad$ $[b]$ $1^3+2^3+3^3+4^3+5^3$

$[c]$ $1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}$ $\qquad$ $[d]$ $1+\frac{1}{3}+\frac{1}{9}+\frac{1}{27}+\frac{1}{81}$

$[e]$ $1+\frac{1}{10}+\frac{1}{100}+\frac{1}{1000}+\frac{1}{10000}$ $\qquad$ $[f]$ $1+\frac{1}{4}+\frac{1}{9}+\frac{1}{16}+\frac{1}{25}$

$[g]$ $\frac{1}{2}+\frac{2}{3}+\frac{3}{4}+\frac{4}{5}$ $\qquad$ $[h]$ $1+16+256+65536.$

16. A una muestra de 6 estudiantes de la Escuela de Educación se le han aplicado dos pruebas una de Matemáticas y Psicología y se obtuvieron los siguientes resultados:

    (x, y) : $(5, 4); (7, 5); (4, 3); (8, 6); (9, 8); (6, 6)$
    x: representa el resultado de la prueba de Matemática.
    y: representa el resultado de la prueba de Psicología.

    a) Represente gráficamente los resultados.

    b) Asumiendo que existe linealidad en los resultados, considere la ecuación: $y = mx + b$ donde:

    $$m = \frac{n\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} y_i}{n\sum_{i=1}^{n} {x_i}^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2} \quad y \quad b = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{n} - m\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}.$$

    Hallar la ecuación y represéntela gráficamente.

17. ¿Cuántos números de 3 cifras distintas se pueden formar con las 9 cifras significativas del sistema decimal? RTA: 504

18. ¿Cuántos números de 3 cifras se pueden formar con las 9 cifras significativas del sistema decimal? RTA: 729

19. ¿Cuántas palabras distintas de 10 letras (con o sin sentido) se pueden escribir utilizando sólo las letras a y b? RTA: 1024

20. Con las letras de la palabra DISCO ¿cuántas palabras distintas se pueden formar? RTA: 120

21. ¿De cuántas maneras distintas pueden colocarse en línea 9 bolas de las que 4 son blancas, 3 amarillas y 2 azules? RTA: 1260

22. ¿Cuántos grupos de 5 alumnos pueden formarse con los 30 alumnos de una clase. (Un grupo es distinto de otro si se diferencia de otro por lo menos en un alumno) RTA: 142506

23. En una confitería hay 5 tipos diferentes de pasteles. ¿De cuántas formas se pueden elegir 4 pasteles? RTA: 70

24. ¿Cuántos números pares de 3 cifras se pueden formar, usando las cifras del 0 al 6, si estas pueden repetirse? RTA: 168