UNIVERSIDAD DE LOS ANDES
FACULTAD DE HUMANIDADES Y EDUCACIÓN
ESCUELA DE EDUCACIÓN

Prof. Maricarmen Grisolía
Dpto. de Pedagogía y Didáctica
Edif. D, 3er Piso. Ext.: 1816 - 3807
e-mail: marygri@ula.ve
Semestre A-2006
http://webdelprofesor.ula.ve/humanidades/marygri

PROPAGACIÓN DE ERRORES

Cuando se realiza la medida de una magnitud un cierto número de veces, se observa que no todos los valores son iguales entre sí. Esto es así ya que ninguna medición puede dar un valor absolutamente exacto de una cantidad (un valor exacto tendría, en principio, infinitas cifras decimales). Aún empleando los métodos e instrumentos técnicos más perfeccionados, ninguna medición lleva a un valor exacto, sino a la posibilidad de indicar un intervalo en el cual debe estar comprendido el verdadero valor para la magnitud medida.

Al realizar una medición pueden presentarse errores *sistemáticos* o *determinados* y errores *casuales* o *aleatorios*. De presentarse los primeros, estos deben ser detectados y corregidos para poder obtener un conjunto de datos confiables. Los segundos, sin embargo, están presentes en todas las mediciones, y no hay forma de corregirlos, por lo que deben ser tratados estadísticamente para minimizar su efecto.

Cuando el número de medidas es pequeño, se acostumbra utilizar las siguientes definiciones:

1) **Valor medio aritmético:** Se define como el cociente entre la suma de las medidas y el número de medidas realizadas. En otras palabras, es el valor promedio de las medidas, y se toma como el valor más cercano al valor verdadero de la medición, ya que es el valor más probable de la magnitud.

$$\overline{X} = \frac{X_1 + X_2 + X_3 + \ldots + X_n}{n} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$$

2) **Error absoluto de una medida:** Corresponde al valor absoluto de la diferencia del valor medio respecto a cada medida.

$$\Delta X_i = \left|\overline{X} - X_i\right| = \left|X_i - \overline{X}\right|$$

3) **Error medio absoluto de una serie de medidas:** Se define como el valor medio aritmético de los errores absolutos de cada medida.

$$\Delta\overline{X} = \frac{\Delta X_1 + \Delta X_2 + \Delta X_3 + \ldots + \Delta X_n}{n} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \Delta X_i$$

4) **Error relativo de una serie de medidas:** Es dado por el cociente entre el error medio absoluto y el valor medio aritmético de las medidas.

$$\varepsilon_X = \frac{\Delta\overline{X}}{\overline{X}}$$

5) **Error porcentual:** Se define como el producto del error relativo por 100.

$$\varepsilon_{\%} = \varepsilon_X \cdot 100$$

En los informes de actividades prácticas y/o de laboratorio donde se hayan realizado mediciones, se deben reportar los resultados de las mismas indicando la apreciación de los instrumentos utilizados (que corresponde al error experimental de cada medida), el valor medio aritmético de cada serie de medidas y su error (que corresponde al error porcentual o absoluto de la serie de medidas).

Para ilustrar esto, se muestra el siguiente ejemplo: se quiere determinar el volumen de un cilindro, para lo cual se midió su altura una vez usando una cinta métrica y su diámetro cinco veces con un vernier. Los resultados se muestran a continuación:

Tabla 1: Altura (h) y diámetro (D) de un cilindro.

h	**D**
102 mm ± 1 mm	17,80 mm ± 1 mm
	17,80 mm ± 1 mm
	17,80 mm ± 1 mm
	17,90 mm ± 1 mm
	17,90 mm ± 1 mm

Diámetro promedio: $\overline{D} = \dfrac{(17{,}80 + 17{,}80 + 17{,}80 + 17{,}90 + 17{,}90)\text{mm}}{5} = 17{,}84\ \text{mm}$

Errores absolutos para cada medida del diámetro:

$$\Delta d_1 = |17{,}84\ \text{mm} - 17{,}80\ \text{mm}| = 0{,}04\ \text{mm}$$

$$\Delta d_1 = |17{,}84\ \text{mm} - 17{,}80\ \text{mm}| = 0{,}04\ \text{mm}$$

$$\Delta d_1 = |17{,}84\ \text{mm} - 17{,}80\ \text{mm}| = 0{,}04\ \text{mm}$$

$$\Delta d_1 = |17{,}84\ \text{mm} - 17{,}90\ \text{mm}| = 0{,}06\ \text{mm}$$

$$\Delta d_1 = |17{,}84\ \text{mm} - 17{,}90\ \text{mm}| = 0{,}06\ \text{mm}$$

Error medio absoluto del diámetro: $\Delta\overline{D} = \dfrac{(0{,}04 + 0{,}04 + 0{,}04 + 0{,}06 + 0{,}06)\text{mm}}{5} = 0{,}05\ \text{mm}$

Error relativo del diámetro: $\varepsilon_D = \dfrac{\Delta\overline{D}}{\overline{D}} = \dfrac{0{,}05\text{mm}}{17{,}84\text{mm}} = 0{,}0028$

Error porcentual del diámetro: $\varepsilon_{\%} = \varepsilon_D \cdot 100 = 0{,}0028 \cdot 100 = 0{,}28\%$

Error relativo de la altura: $\varepsilon_h = \dfrac{\Delta h}{h} = \dfrac{1\text{mm}}{102\text{mm}} = 0{,}01$

Error porcentual de la altura: $\varepsilon_{\%} = \varepsilon_h \cdot 100 = 0{,}01 \cdot 100 = 1\%$

Resultados correctos: **h = 102 mm ± 1 mm** ó **h = 102 mm ± 1%**

D = 17,84 mm ± 0,05 mm ó **D = 17,84 mm ± 0,28%**

El error en la medida del diámetro es menor que el de la medida de la altura (la comparación se hace con los errores porcentuales), cosa que era de esperarse ya que la medida del diámetro se hizo con un vernier, que es un instrumento mucho más preciso que la cinta métrica.

Frecuentemente la magnitud de interés (en el ejemplo el volumen del cilindro) debe ser determinada a partir de otras magnitudes medidas directamente, por lo que el error en dicha magnitud debe ser obtenido a partir de los errores de las otras magnitudes. Siguiendo el ejemplo, para la determinación del volumen V de un cilindro se efectuaron medidas del diámetro D y la altura h, luego el error en V debe ser obtenido de los errores cometidos en las medidas de D y h. El procedimiento que permite obtener este error se conoce como <u>propagación de errores</u>. A continuación se describe la propagación de errores en los casos más sencillos:

1) **Suma o diferencia de magnitudes:** Cuando una magnitud M es el resultado de la suma o resta de dos o más magnitudes medidas directamente, un error en dichas magnitudes arrastrará un error en M. El error absoluto de la suma o diferencia de magnitudes viene dado por la suma de los errores absolutos de cada una de las magnitudes medidas directamente, y el error relativo será el cociente del error absoluto y el valor de la magnitud.

$$\Delta M = \Delta X + \Delta Y \qquad \varepsilon_M = \frac{\Delta M}{M} = \frac{\Delta X + \Delta Y}{X \pm Y}$$

2) **Producto o División de magnitudes:** Si la magnitud M es el resultado de multiplicar o dividir dos o más magnitudes medidas en forma directa, el error relativo será la suma de los errores relativos de cada una de las magnitudes medidas directamente.

$$\varepsilon_M = \frac{\Delta M}{M} = \frac{\Delta X}{X} + \frac{\Delta Y}{Y}$$

Así, para el ejemplo del volumen del cilindro se tiene:

$$V = \frac{\pi}{4} \cdot D^2 \cdot h = \frac{3,1416}{4} \cdot (17,84\,mm)^2 \cdot 102\,mm = 25496,51182848\ mm^3 \cong 2,55 \times 10^4 mm^3$$

$$\varepsilon_V = \frac{\Delta V}{V} = \frac{0,05mm}{17,84mm} + \frac{0,05mm}{17,84mm} + \frac{1mm}{102mm} = 0,0154 \qquad \varepsilon_{\%} = \varepsilon_V \cdot 100 = 0,0154 \cdot 100 = 1,54\%$$

$$\Delta V = \varepsilon_V \cdot V = 0,0154 \cdot 25496,51182848mm^3 = 392,64628215892mm^3 \cong 3,93 \times 10^3 mm^3$$

El valor correcto es: $\mathbf{V = 2,55 \times 10^4\ mm^3 \pm 3,93 \times 10^3\ mm^3}$ ó $\mathbf{V = 2,55 \times 10^4\ mm^3 \pm 1,54\%}$

Nótese que los resultados finales se redondean al número de cifras significativas correspondiente al dato que tenga el menor número de cifras significativas (en este caso 3 cifras, correspondiente al dato de la altura), y que el redondeo sólo se hace al presentar los resultados, mientras que los cálculos se efectúan con todas las cifras.

Referencias:

Chourio, M., Rueda, F. & Sagredo, V. (1996). <u>Guía para laboratorio de Física 11</u>. Facultad de Ciencias, Universidad de Los Andes, Mérida, Venezuela.