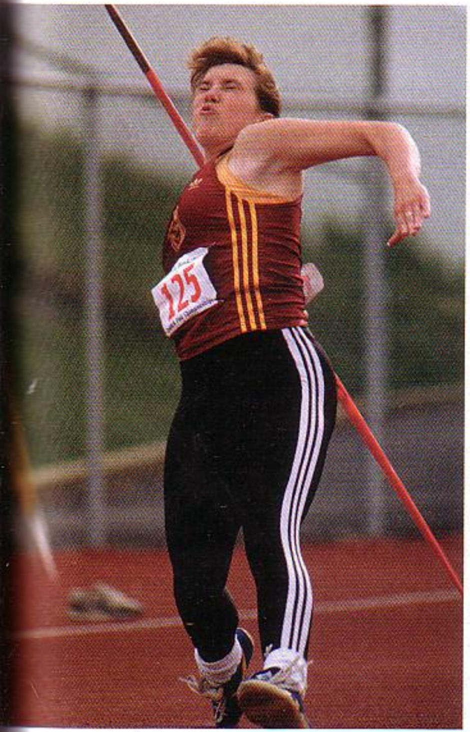
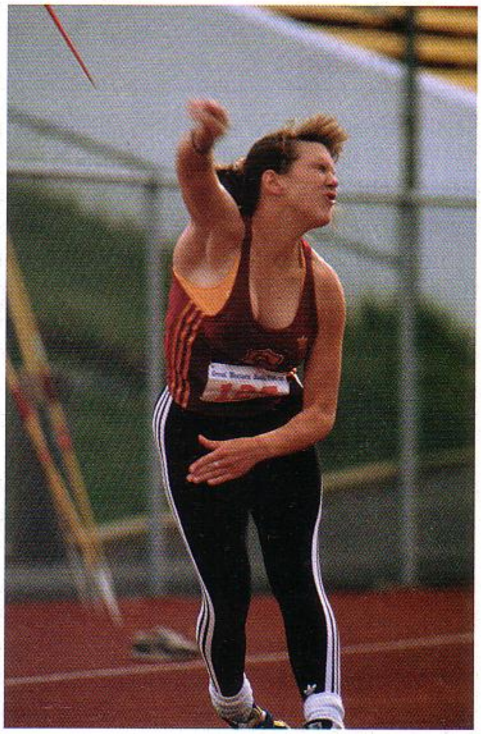
TRABAJO Y ENERGÍA CINÉTICA 6





Cuando una atleta lanza la jabalina en una competencia de atletismo, efectúa trabajo sobre la jabalina: es decir, ejerce una fuerza a lo largo de una distancia. El resultado es que la jabalina adquiere energía cinética (energía de movimiento). Al final del vuelo de la jabalina, esa energía cinética efectúa un trabajo sobre el suelo al penetrar en la superficie.

? Según la tercera ley de Newton, la jabalina ejerce sobre la atleta tanta fuerza como la atleta ejerce sobre la *jabalina*. ¿Sería correcto decir que la jabalina efectúa trabajo sobre la *atleta*?

Algunos problemas son más difíciles de lo que parecen. Por ejemplo, suponga que trata de calcular la rapidez de una flecha disparada con un arco. Aplica las leyes de Newton y todas las técnicas de resolución de problemas que hemos aprendido, pero se topa con un obstáculo importante: una vez que el arquero suelta la flecha, la cuerda ejerce una fuerza *variable* que depende de la posición de la flecha. Por ello, los métodos sencillos que aprendimos no bastan para calcular la rapidez. No tema; nos falta mucho para acabar con la mecánica, y hay otros métodos para manejar este tipo de problemas.

El nuevo método que vamos a presentar usa las ideas de *trabajo* y *energía*. La importancia del concepto de energía surge del *principio de conservación de la energía*: la energía es una cantidad que se puede convertir de una forma a otra pero no puede crearse ni destruirse. En un motor de automóvil, la energía química almacenada en el combustible se convierte parcialmente en la energía del movimiento del auto y parcialmente en energía térmica. En un horno de microondas, la energía electromagnética obtenida de la compañía de electricidad se convierte en energía térmica en la comida cocida. En éstos y todos los demás procesos, la energía *total* —la suma de toda la energía presente en diferentes formas— no cambia. Todavía no se ha hallado ninguna excepción.

Usaremos el concepto de energía en el resto del libro para estudiar una amplísima gama de fenómenos físicos. La energía nos ayudará a entender por qué un abrigo nos mantiene calientes, cómo el *flash* de una cámara produce un destello de luz, y el significado de la famosa ecuación de Einstein $E = mc^2$.

En este capítulo, empero, nos concentraremos en la mecánica. Conoceremos una importante forma de energía, la *energía cinética* o energía de movimiento, y su relación con el concepto de *trabajo*. También consideraremos la *potencia*, que es la rapidez con que se realiza trabajo. En el capítulo 7 ampliaremos las ideas de trabajo y energía cinética para entender más a fondo los conceptos de energía y conservación de la energía.

6.1 | Trabajo

Seguramente estará de acuerdo en que cuesta trabajo mover un sofá pesado, levantar una pila de libros del piso hasta colocarla en un estante alto, o empujar un auto averiado para retirarlo del camino. Todos estos ejemplos concuerdan con el significado cotidiano de *trabajo*: cualquier actividad que requiere esfuerzo muscular o mental.

En física, el trabajo tiene una definición mucho más precisa. Al utilizar esa definición, descubriremos que, en cualquier movimiento, por complicado que sea, el trabajo total realizado sobre una partícula por todas las fuerzas que actúan sobre ella es igual al cambio en su *energía cinética*: una cantidad relacionada con la rapidez de la partícula. Esta relación se cumple aun si dichas fuerzas no son constantes, situación que puede ser difícil o imposible de manejar con las técnicas de los capítulos 4 y 5. Los conceptos de trabajo y energía cinética nos permitirán resolver problemas de mecánica que no podríamos haber abordado antes.

Deduciremos la relación entre trabajo y energía cinética en la sección 6.2, y veremos qué hacer con fuerzas variables en la sección 6.3. Mientras tanto, veamos cómo se define el trabajo y cómo se calcula en diversas situaciones que implican fuerzas *constantes*. Aunque ya sabemos cómo resolver este tipo de problemas, el concepto de trabajo nos resultará útil.

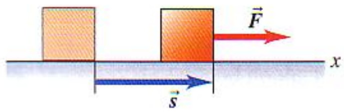
Los tres ejemplos de trabajo antes mencionados —mover un sofá, levantar una pila libros y empujar un auto— tienen algo en común: realizamos trabajo ejerciendo una *fuerza* sobre un cuerpo mientras éste se *mueve* de un lugar a otro, es decir, sufre un *desplazamiento*. Efectuamos más trabajo si la fuerza es mayor (tiramos más fuerte del sofá) o si el desplazamiento es mayor (lo arrastramos una mayor distancia).

El físico define el trabajo con base en estas observaciones. Considere un cuerpo que sufre un desplazamiento de magnitud s en línea recta. (Por ahora, supondremos que todo cuerpo puede tratarse como partícula y haremos caso omiso cualquier rotación o cambio en la forma del cuerpo.) Mientras el cuerpo se mueve, una fuerza constante $\vec{F}$ actúa sobre él en la dirección del desplazamiento $\vec{s}$ (Fig. 6.1). Definimos el **trabajo** W realizado por esta fuerza constante en estas condiciones como el producto de la magnitud F de la fuerza y la magnitud s del desplazamiento:

$$W = Fs \quad \text{(fuerza constante en dirección del desplazamiento rectilíneo)} \quad (6.1)$$

El trabajo efectuado sobre el cuerpo es mayor si la fuerza F o el desplazamiento s es mayor, lo que coincide con nuestras observaciones.

CUIDADO No confunda W (trabajo) con w (peso). Si bien los símbolos son casi iguales, se trata de cantidades distintas.



6.1 Cuando una fuerza constante $\vec{F}$ actúa en la misma dirección que el desplazamiento $\vec{s}$, el trabajo realizado por la fuerza es $W = Fs$.

La unidad de trabajo en el SI es el **joule** (que se abrevia J, se pronuncia "yul" y fue nombrado así en honor del físico inglés del siglo XIX James Prescott Joule).

Por la ecuación (6.1), vemos que, en cualquier sistema de unidades, la unidad de trabajo es la unidad de fuerza multiplicada por la de distancia. En el SI, la unidad de fuerza es el newton y la de distancia es el metro, así que un joule equivale a un *newton-metro* (N·m):

$$1 \text{ joule} = (1 \text{ newton})(1 \text{ metro}) \quad \text{o} \quad 1\text{ J} = 1\text{ N}\cdot\text{m}$$

En el sistema británico, la unidad de fuerza es la libra (lb) y la de distancia es el pie, y la unidad de trabajo es el *pie-libra* (ft • lb). Estas conversiones son útiles:

$$1\text{ J} = 0.7376\text{ ft}\cdot\text{lb} \qquad 1\text{ ft}\cdot\text{lb} = 1.356\text{ J}$$

Como ilustración de la ecuación (6.1), pensemos en una persona que empuja un auto averiado. Si lo empuja a lo largo de un desplazamiento $\vec{s}$ con una fuerza constante $\vec{F}$ en la dirección del movimiento, la cantidad de trabajo que efectúa sobre el auto está dada por la ecuación (6.1): $W = Fs$. Sin embargo, ¿y si la persona hubiera empujado con un ángulo ϕ respecto al desplazamiento del auto (Fig. 6.2)? Sólo la componente de fuerza en la dirección del movimiento del auto sería útil para moverlo. (Otras fuerzas deben actuar en el auto para que se mueva en la dirección de $\vec{s}$, no en la dirección de $\vec{F}$, pero sólo nos interesa el trabajo realizado por la persona, así que sólo consideraremos la fuerza que ella ejerce.) Si la fuerza $\vec{F}$ y el desplazamiento $\vec{s}$ tienen diferente dirección, tomamos la componente de $\vec{F}$ en la dirección de $\vec{s}$, y definimos el trabajo como el producto de esta componente y la magnitud del desplazamiento. La componente de $\vec{F}$ en la dirección de $\vec{s}$ es $F \cos\phi$, así que

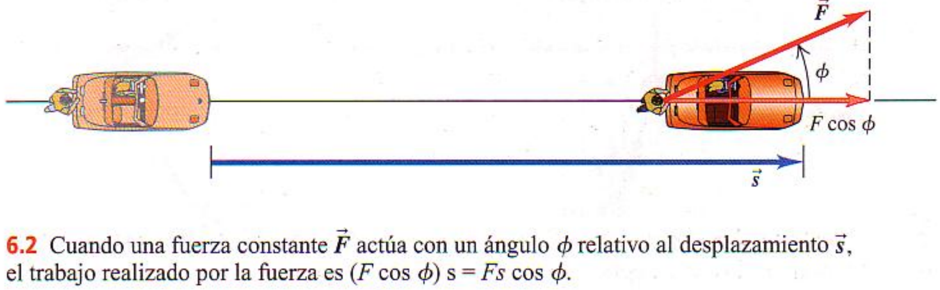
$$W = Fs\cos\phi \qquad \text{(fuerza constante, desplazamiento rectilíneo)} \qquad (6.2)$$

Estamos suponiendo que F y ϕ son constantes durante el desplazamiento. Si $\phi = 0$ y $\vec{F}$ y $\vec{s}$ tienen la misma dirección, entonces $\cos\phi = 1$ y volvemos a la ecuación (6.1).

La ecuación 6.2 tiene la forma del *producto escalar* de dos vectores (presentado en la sección 1.10): $\vec{A}\cdot\vec{B} = AB\cos\phi$. Quizá desee repasar esa definición. Esto nos permite escribir la ecuación (6.2) de forma más compacta:

$$W = \vec{F}\cdot\vec{s} \qquad \text{(fuerza constante, desplazamiento rectilíneo)} \qquad (6.3)$$

CUIDADO He aquí un punto fundamental: el trabajo es una cantidad escalar, aunque se calcule usando dos cantidades vectoriales (fuerza y desplazamiento). Una fuerza de 5 N al este que actúa sobre un cuerpo que se mueve 6 m al este realiza exactamente el mismo trabajo que una fuerza de 5 N al norte que actúa sobre un cuerpo que se mueve 6 m al norte.



6.2 Cuando una fuerza constante $\vec{F}$ actúa con un ángulo ϕ relativo al desplazamiento $\vec{s}$, el trabajo realizado por la fuerza es $(F\cos\phi)\,s = Fs\cos\phi$.

Ejemplo 6.1 Trabajo efectuado por una fuerza constante

a) Esteban ejerce una fuerza constante de magnitud 210 N sobre el auto averiado de la figura 6.2 mientras lo empuja una distancia de 18 m. Además, un neumático se desinfló, así que, para lograr que el auto avance al frente, Esteban debe empujarlo con un ángulo de 30° respecto a la dirección del movimiento. ¿Cuánto trabajo efectúa Esteban? b) Con ánimo de ayudar, Esteban empuja un segundo automóvil averiado con una fuerza constante $\vec{F} = (160\ \mathrm{N})\hat{\imath} - (40\ \mathrm{N})\hat{\jmath}$. El desplazamiento del automóvil es $\vec{s} = (14\ \mathrm{m})\hat{\imath} + (11\ \mathrm{m})\hat{\jmath}$. ¿Cuánto trabajo efectúa Esteban en este caso?

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR Y PLANTEAR: En ambas partes, (a) y (b), la incógnita es el trabajo W efectuado por Esteban. En los dos casos, la fuerza es constante y el desplazamiento es rectilíneo, así que podemos usar la ecuación (6.2) o la (6.3). El ángulo entre $\vec{F}$ y $\vec{s}$ se da explícitamente en la parte (a), así que podemos aplicar directamente la ecuación (6.2). En la parte (b), no se da el ángulo, así que nos conviene más calcular el producto escalar de la ecuación (6.3) a partir de las componentes de $\vec{F}$ y $\vec{s}$, como en la ecuación (1.21).

EJECUTAR: a) Por la ecuación (6.2),

$$W = Fs\cos\phi = (210\ \mathrm{N})(18\ \mathrm{m})\cos 30° = 3.3 \times 10^3\ \mathrm{J}$$

b) Las componentes de $\vec{F}$ son $F_x = 160$ N y $F_y = -40$ N, y las componentes de $\vec{s}$ son $x = 14$ m y $y = 11$ m. Así, utilizando las ecuaciones (1.21) y (6.3),

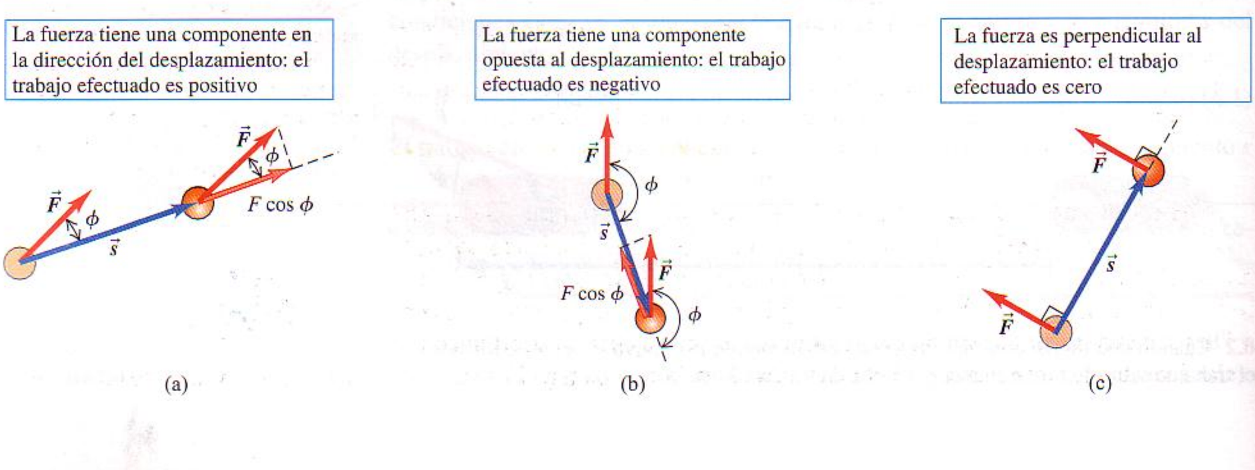
$$\begin{aligned} W &= \vec{F}\cdot\vec{s} = F_x x + F_y y \\ &= (160\ \mathrm{N})(14\ \mathrm{m}) + (-40\ \mathrm{N})(11\ \mathrm{m}) \\ &= 1.8 \times 10^3\ \mathrm{J} \end{aligned}$$

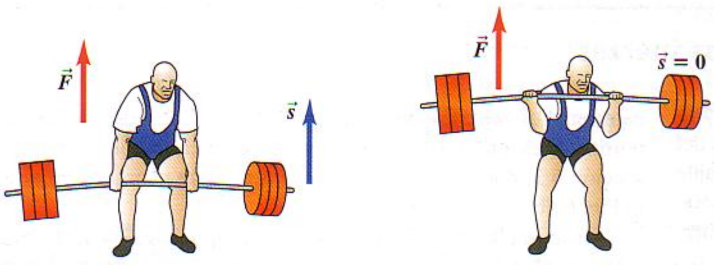
EVALUAR: Nuestros resultados muestran que 1 joule es relativamente poco trabajo.

En el ejemplo 6.1, el trabajo efectuado al empujar los autos fue positivo. No obstante, es importante entender que el trabajo también puede ser negativo o cero. Ésta es la diferencia esencial entre la definición de trabajo en física y la definición "cotidiana". Si la fuerza tiene una componente *en la dirección* del desplazamiento (ϕ entre 0° y 90°), cos ϕ en la ecuación (6.2) es positivo y el trabajo W es *positivo* (Fig. 6.3a). Si la fuerza tiene una componente *opuesta* al desplazamiento (ϕ entre 90° y 180°), cos ϕ es negativo y el trabajo es *negativo* (Fig. 6.3b). Si la fuerza es *perpendicular* al desplazamiento, $\phi = 90°$ y el trabajo realizado por ella es *cero* (Fig. 6.3c). Los casos de trabajo cero y negativo ameritan mayor estudio; veamos algunos ejemplos.

Hay muchas situaciones en las que actúan fuerzas pero no realizan trabajo. Quizá piense que "cuesta trabajo" sostener una barra de halterofilia inmóvil en el aire durante cinco minutos (Fig. 6.4), pero en realidad no se está realizando trabajo sobre la barra porque no hay desplazamiento. Nos cansamos porque las fibras musculares de los brazos realizan trabajo al contraerse y relajarse continuamente. Sin embargo, se trata de trabajo efectuado por una parte del brazo que ejerce fuerza sobre otra, *no* sobre la barra. (En la sección 6.2 hablaremos más del trabajo realizado por una parte de un cuerpo sobre otra.) Aun si usted camina con velocidad constante

6.3 Una fuerza constante $\vec{F}$ puede efectuar trabajo positivo, negativo o cero dependiendo del ángulo entre $\vec{F}$ y el desplazamiento $\vec{s}$.





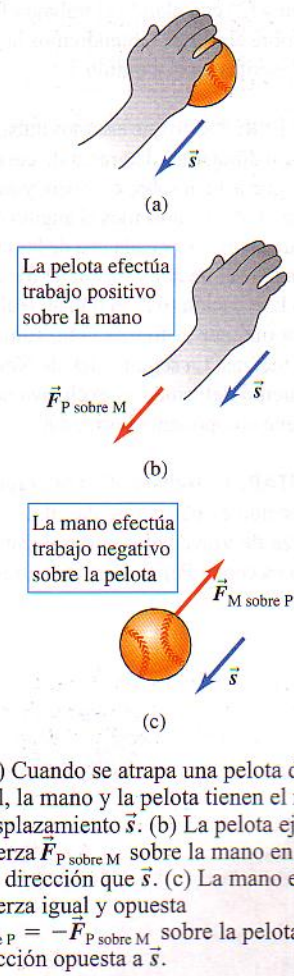
(a) Trabajo positivo (b) Cero trabajo (c) Trabajo negativo

6.4 Este levantador de pesas ejerce una fuerza $\vec{F}$ hacia arriba sobre la barra en todo momento. (a) Efectúa trabajo positivo sobre la barra sólo cuando la está levantando, pues entonces la fuerza tiene la misma dirección que el desplazamiento $\vec{s}$. (b) Efectúa cero trabajo mientras la barra está estacionaria (el desplazamiento es cero). (c) Efectúa trabajo negativo al bajar la barra ($\vec{F}$ es opuesta a $\vec{s}$).

por un piso horizontal llevando un libro, no realiza trabajo sobre él. El libro tiene un desplazamiento, pero la fuerza de soporte (vertical) que Ud. ejerce sobre el libro no tiene componente en la dirección (horizontal) del movimiento: $\phi = 90°$ y $\cos \phi = 0$ en la ecuación (6.2). Si un cuerpo se desliza por una superficie, el trabajo realizado sobre él por la fuerza normal es cero; y cuando una bola atada a un hilo se pone en movimiento circular uniforme, el trabajo realizado sobre ella por la tensión en el hilo es cero. En ambos casos el trabajo es cero porque la fuerza no tiene componente en la dirección del movimiento.

¿Qué significa realmente realizar trabajo *negativo*? La respuesta está en la tercera ley del movimiento de Newton. Cuando atrapamos una pelota (Fig. 6.5a), la mano y la pelota se mueven juntas con el mismo desplazamiento $\vec{s}$ (Fig. 6.5b). La pelota ejerce una fuerza $\vec{F}_{\text{P sobre M}}$ sobre la mano en la dirección de su desplazamiento, así que el trabajo realizado por la *pelota* sobre la *mano* es positivo. Sin embargo, por la tercera ley de Newton, la mano ejerce una fuerza igual y opuesta $\vec{F}_{\text{M sobre P}} = -\vec{F}_{\text{P sobre M}}$ sobre la pelota (Fig. 6.5c). Esta fuerza, que detiene la pelota, actúa opuesta al desplazamiento de la pelota. Por tanto, el trabajo realizado por la *mano* sobre la *pelota* es negativo. Puesto que la mano y la pelota tienen el mismo desplazamiento, el trabajo realizado por la mano sobre la pelota es el negativo del realizado por la pelota sobre la mano. En general, cuando un cuerpo realiza trabajo negativo sobre otro, éste realiza una cantidad igual de trabajo *positivo* sobre el primero.

CUIDADO Siempre hablamos de trabajo realizado *sobre* un cuerpo específico por una fuerza específica. Nunca olvide especificar exactamente qué fuerza realiza el trabajo en cuestión. Si levantamos un libro, ejercemos una fuerza hacia arriba sobre el libro y el desplazamiento de éste es hacia arriba, así que el trabajo realizado por la fuerza de levantamiento sobre el libro es positivo. En cambio, el trabajo realizado por la fuerza *gravitacional* (peso) sobre el libro que se levanta es *negativo*, porque esta fuerza es opuesta al desplazamiento.



6.5 (a) Cuando se atrapa una pelota de béisbol, la mano y la pelota tienen el mismo desplazamiento $\vec{s}$. (b) La pelota ejerce una fuerza $\vec{F}_{\text{P sobre M}}$ sobre la mano en la misma dirección que $\vec{s}$. (c) La mano ejerce una fuerza igual y opuesta $\vec{F}_{\text{M sobre P}} = -\vec{F}_{\text{P sobre M}}$ sobre la pelota en la dirección opuesta a $\vec{s}$.

¿Cómo calculamos el trabajo cuando varias fuerzas actúan sobre un cuerpo? Podemos usar la ecuación (6.2) o (6.3) para calcular el trabajo realizado por cada fuerza. Dado que el trabajo es una cantidad escalar, el trabajo *total* W_{tot} realizado por las fuerzas sobre el cuerpo es la suma algebraica de los trabajos realizados por las fuerzas individuales. Otra forma de calcular W_{tot} es calcular la suma vectorial de las fuerzas (la fuerza neta) y usarla en vez de $\vec{F}$ en la ecuación (6.2) o (6.3).

ActivPhysics ONLINE

5.1 Cálculos de trabajo

Ejemplo 6.2 Trabajo realizado por varias fuerzas

Un granjero engancha su tractor a un trineo cargado con leña y lo arrastra 20 m sobre el suelo horizontal (Fig. 6.6a). El peso total del trineo y la leña es de 14 700 N. El tractor ejerce una fuerza constante de 5000 N a 36.9° sobre la horizontal. Una fuerza de fricción de 3500 N se opone al movimiento. Calcule el trabajo realizado por cada fuerza que actúa sobre el trineo y el trabajo total de todas las fuerzas.

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR: Todas las fuerzas son constantes y el desplazamiento es rectilíneo, así que podemos calcular el trabajo empleando las fórmulas dadas en esta sección. Obtendremos el trabajo neto de dos maneras: (1) sumando los trabajos efectuados por cada fuerza sobre el trineo y (2) calculando el trabajo efectuado por la fuerza neta que actúa sobre el trineo. Obtendremos la fuerza neta empleando las técnicas descritas en el capítulo 5.

PLANTEAR: Puesto que estamos trabajando con fuerzas, los primeros pasos son dibujar un diagrama de cuerpo libre que muestre todas las fuerzas que actúan sobre el trineo, y escoger un sistema de coordenadas (Fig. 6.6b). Conocemos el ángulo entre el desplazamiento (que es en la dirección $+x$) y cada una de las cuatro fuerzas: peso, fuerza normal, fuerza del tractor y fuerza de fricción. Por tanto, podemos calcular con la ecuación (6.2) el trabajo realizado por cada fuerza.

Para obtener la fuerza neta, sumamos las componentes de las cuatro fuerzas. La segunda ley de Newton nos dice que, dado que el movimiento del trineo es exclusivamente horizontal, la fuerza neta sólo tiene componente horizontal.

EJECUTAR: El trabajo W_w realizado por el peso es cero porque su dirección es perpendicular al desplazamiento. (El ángulo entre la fuerza de gravedad y el desplazamiento es 90°, y el coseno del ángulo es cero.) Por lo mismo, el trabajo W_n realizado por la fuerza normal es cero. Entonces, $W_w = W_n = 0$. (Por cierto, la fuerza normal *no* es igual en magnitud al peso; véase el ejemplo 5.16 de la sección 5.3, donde el diagrama de cuerpo libre es muy similar a la Fig. 6.6b.)

Nos queda la fuerza F_T ejercida por el tractor y la fuerza de fricción f. Por la ecuación (6.2), el trabajo W_T efectuado por el tractor es

$$\begin{aligned} W_T &= F_T s \cos\phi = (5000\ \text{N})(20\ \text{m})(0.800) = 80{,}000\ \text{N}\cdot\text{m} \\ &= 80\ \text{kJ} \end{aligned}$$

La fuerza de fricción $\vec{f}$ es opuesta al desplazamiento, así que $\phi =$ 180° y $\cos\phi = -1$. El trabajo W_f realizado por la fuerza de fricción es

$$\begin{aligned} W_f &= fs\cos 180° = (3500\ \text{N})(20\ \text{m})(-1) = -70{,}000\ \text{N}\cdot\text{m} \\ &= -70\ \text{kJ} \end{aligned}$$

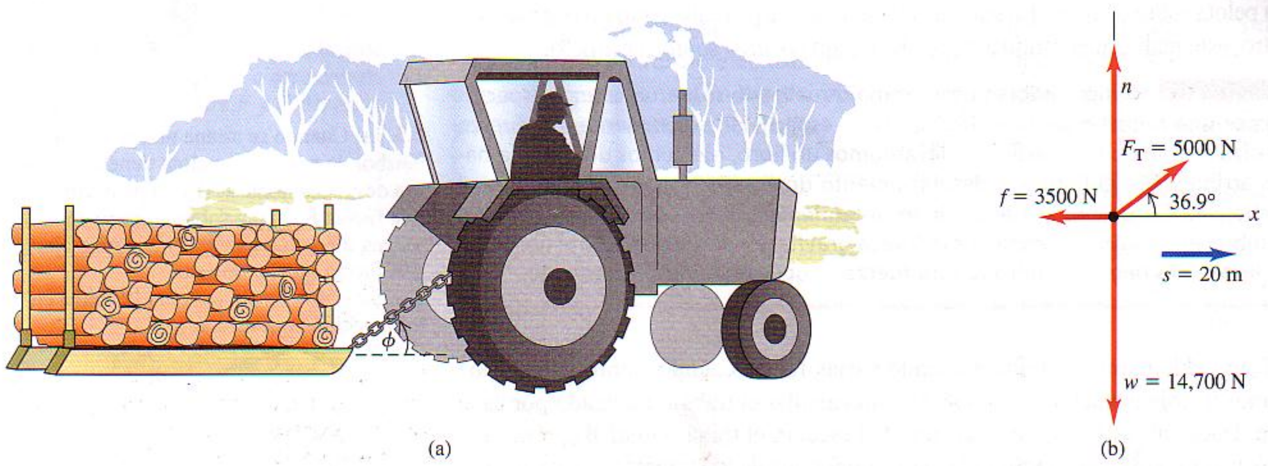
El trabajo total realizado por todas las fuerzas sobre el trineo es la suma *algebraica* del trabajo realizado por cada fuerza:

$$\begin{aligned} W_{tot} &= W_w + W_n + W_T + W_f = 0 + 0 + 80\ \text{kJ} + (-70\ \text{kJ}) \\ &= 10\ \text{kJ} \end{aligned}$$

Usando la otra estrategia, primero obtenemos la suma *vectorial* de todas las fuerzas (la fuerza neta) y la usamos para calcular el trabajo total. La mejor forma de hacerlo es usando componentes. De la figura 6.6b,

$$\begin{aligned} \sum F_x &= F_T\cos\phi + (-f) = (5000\ \text{N})\cos 36.9° - 3500\ \text{N} \\ &= 500\ \text{N} \\ \sum F_y &= F_T \operatorname{sen}\phi + n + (-w) \\ &= (5000\ \text{N})\operatorname{sen} 36.9° + n - 14{,}700\ \text{N} \end{aligned}$$

No necesitamos la segunda ecuación; sabemos que la componente y de fuerza es perpendicular al desplazamiento, así que no realiza



6.6 (a) Un tractor tira de un trineo con leña. (b) Diagrama de cuerpo libre del trineo y su carga, tratados como partícula.

trabajo. Además, no hay componente y de aceleración, así que ΣF_y debe ser cero de todos modos. Por tanto, el trabajo total es el realizado por la componente x total:

$$W_{tot} = \left(\sum \vec{F}\right)\cdot\vec{s} = \left(\sum F_x\right)s = (500\text{ N})(20\text{ m}) = 10{,}000\text{ J} = 10\text{ kJ}$$

EVALUAR: Obtenemos el mismo valor de W_{tot} con los dos métodos, como debe ser.

Observe que la fuerza neta en la dirección x *no* es cero, así que el trineo se está acelerando. En la sección 6.2 volveremos a este ejemplo y veremos cómo usar el concepto de trabajo para explorar el movimiento del trineo.

Ejemplo conceptual 6.3 Trabajo total cuando la velocidad es constante

Un electrón se mueve en línea recta hacia el este con rapidez constante de 8×10^7 m/s. Sobre él actúan fuerzas eléctricas, magnéticas y gravitacionales. Calcule el trabajo total efectuado sobre el electrón durante un desplazamiento de 1 m.

SOLUCIÓN

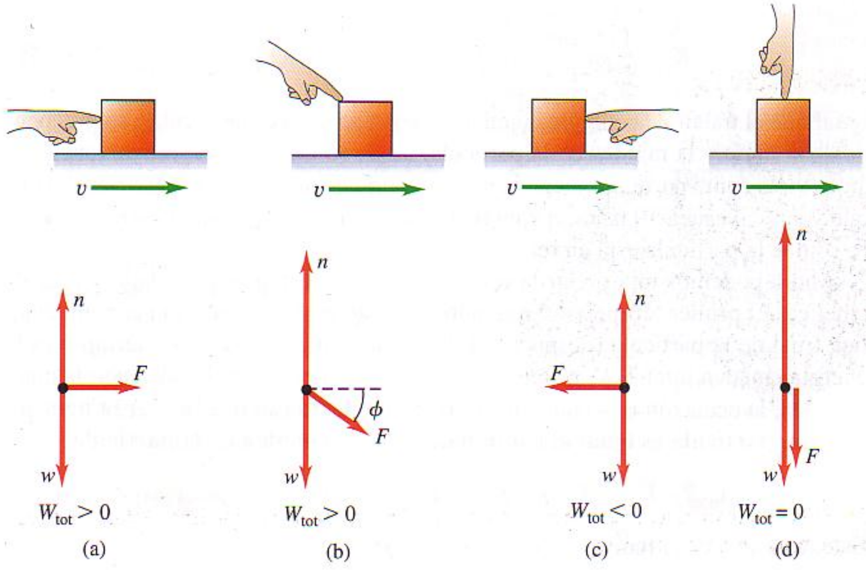
La velocidad del electrón es constante; por tanto, su aceleración es cero y, por la segunda ley de Newton, la fuerza neta es cero. Entonces, el trabajo total realizado por todas las fuerzas (igual al realizado por la suma vectorial de las fuerzas) debe ser *cero*. El trabajo de fuerzas individuales tal vez no sea cero, pero eso no es lo que se pregunta.

Evalúe su comprensión

Suponga que la barra de la figura 6.4 pesa 500 N. Calcule el trabajo que el levantador de pesas efectúa sobre la barra para (a) levantarla con rapidez constante una distancia de 1.5 m; (b) sostenerla estacionaria durante 3.0 s a una altura de 1.5 m sobre el suelo; (c) bajarla con rapidez constante una distancia de 1.5 m.

6.2 | Trabajo y energía cinética

El trabajo total realizado por fuerzas externas sobre un cuerpo se relaciona con el desplazamiento de éste (los cambios en su posición), pero también está relacionado con los cambios en la *rapidez* del cuerpo. Para comprobarlo, considere la figura 6.7, que muestra varios ejemplos de un bloque que se desliza sobre una mesa sin fric-



6.7 Bloque que se desliza sobre una mesa sin fricción. (a) La fuerza neta hace que la rapidez aumente y realiza trabajo positivo. (b) Aquí también la fuerza neta hace que la rapidez aumente y efectúa trabajo positivo. (c) La fuerza neta se opone al desplazamiento, hace que la rapidez disminuya y realiza trabajo negativo. (d) La fuerza neta es cero y no realiza trabajo; la rapidez es constante.

ción. Las fuerzas que actúan sobre el bloque son su peso $\vec{w}$, la fuerza normal $\vec{n}$ y la fuerza $\vec{F}$ ejercida por la mano.

En la figura 6.7a, la fuerza neta sobre el bloque es en la dirección de su movimiento. Por la segunda ley de Newton, el bloque se acelera; la ecuación (6.1) nos dice que el trabajo total W_{tot} efectuado sobre el bloque es positivo. W_{tot} también es positivo en la figura 6.7b, pero sólo la componente $F \cos \phi$ contribuye a él. Aquí también el bloque se acelera, y esta misma componente $F \cos \phi$ es la que causa la aceleración. El trabajo total es *negativo* en la figura 6.7c porque la fuerza neta se opone al deplazamiento; aquí el cuerpo se frena. La fuerza neta es cero en la figura 6.7d, así que la rapidez del bloque no cambia y el trabajo total efectuado sobre él es cero. Podemos concluir que, si una partícula se desplaza, se acelera si $W_{tot} > 0$, se frena si $W_{tot} < 0$ y mantiene su rapidez si $W_{tot} = 0$.

Hagamos más cuantitativas estas observaciones. Consideremos una partícula de masa m que se mueve en el eje x bajo la acción de una fuerza neta constante de magnitud F dirigida hacia el eje $+x$ (Fig. 6.1). La aceleración de la partícula es constante y está dada por la segunda ley de Newton, $F = ma_x$. Supongamos que la rapidez cambia de v_1 a v_2 mientras la partícula sufre un desplazamiento $s = x_2 - x_1$ del punto x_1 a x_2. Usando una ecuación de aceleración constante, ecuación (2.13), y sustituyendo v_{0x} por v_1, v_x por v_2 y $(x - x_0)$ por s, tenemos

$$v_2^2 = v_1^2 + 2a_x s$$

$$a_x = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2s}$$

Al multiplicar esto por m y sustituir ma_x por la fuerza neta F, obtenemos

$$F = ma_x = m\frac{v_2^2 - v_1^2}{2s}$$

y

$$Fs = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 \qquad (6.4)$$

El producto Fs es el trabajo efectuado por la fuerza neta F y por tanto es igual al trabajo total W_{tot} efectuado por todas las fuerzas que actúan sobre la partícula. Llamamos a la cantidad $\frac{1}{2}mv^2$ la **energía cinética** K de la partícula:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \qquad \text{(definición de energía cinética)} \qquad (6.5)$$

Igual que el trabajo, la energía cinética de una partícula es un escalar; sólo depende de la masa y la rapidez de la partícula, no de su dirección de movimiento. Un auto (visto como partícula) tiene la misma energía cinética yendo al norte a 10 m/s que yendo al este a 10 m/s. La energía cinética nunca puede ser negativa, y es cero sólo si la partícula está en reposo.

Ahora podemos interpretar la ecuación (6.4) en términos de trabajo y energía cinética. El primer término del miembro derecho es $K_2 = \frac{1}{2}mv_2^2$, la energía cinética final de la partícula (después del desplazamiento). El segundo término es la energía cinética inicial, $K_1 = \frac{1}{2}mv_1^2$, y la diferencia es el *cambio* de energía cinética. Así, la ecuación (6.4) dice que **el trabajo efectuado por la fuerza neta sobre una partícula es igual al cambio de energía cinética de la partícula**:

$$W_{tot} = K_2 - K_1 = \Delta K \qquad \text{(teorema de trabajo-energía)} \qquad (6.6)$$

Este resultado es el **teorema de trabajo-energía**.

Este teorema concuerda con nuestras observaciones acerca del bloque de la figura 6.7. Si W_{tot} es *positivo*, K_2 es mayor que K_1, la energía cinética *aumenta* y la partícula tiene mayor rapidez al final del desplazamiento que al principio. Si W_{tot} es *negativa*, la energía cinética *disminuye* y la rapidez es menor después del desplazamiento. Si $W_{tot} = 0$, K_1 y K_2 son iguales y la rapidez no cambia. Subrayamos que el teorema de trabajo-energía sólo habla de cambios en la *rapidez*, no en la velocidad, pues la energía cinética no contiene información acerca de la dirección del movimiento.

Por la ecuación (6.4) o (6.6), la energía cinética y el trabajo deben tener las mismas unidades. Por tanto, el joule es la unidad SI tanto del trabajo como de la energía cinética (y, como veremos, de todos los tipos de energía). Para verificarlo, observe que la cantidad $K = \frac{1}{2}mv^2$ tiene unidades de $\text{kg}\cdot(\text{m/s})^2$ o $\text{kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}^2$; recordamos que $1\ \text{N} = 1\ \text{kg}\cdot\text{m/s}^2$, así que

$$1\ \text{J} = 1\ \text{N}\cdot\text{m} = 1\ (\text{kg}\cdot\text{m/s}^2)\cdot\text{m} = 1\ \text{kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}^2$$

En el sistema británico, la unidad de energía cinética y trabajo es

$$1\ \text{ft}\cdot\text{lb} = 1\ \text{ft}\cdot\text{slug}\cdot\text{ft/s}^2 = 1\ \text{slug}\cdot\text{ft}^2/\text{s}^2$$

Puesto que usamos las leyes de Newton para deducir el teorema de trabajo-energía, sólo podemos usarlo en un marco de referencia inercial. Las rapideces que usemos para calcular energía cinética y las distancias que usemos para calcular trabajo *deben* medirse en un marco inercial. Además, observe que el teorema es válido en *cualquier* marco inercial, pero los valores de W_{tot} y $K_2 - K_1$ podrían diferir de un marco inercial a otro (porque el desplazamiento y rapidez de un cuerpo pueden ser diferentes en diferentes marcos).

Dedujimos el teorema de trabajo-energía para el caso especial de movimiento rectilíneo con fuerzas constantes, y en los siguientes ejemplos sólo lo aplicaremos a ese caso. En la siguiente sección veremos que el teorema es válido en general, aun si las fuerzas no son constantes y la trayectoria de la partícula es curva.

Estrategia para resolver problemas

Trabajo y energía cinética

IDENTIFICAR *los conceptos pertinentes:* El teorema de trabajo-energía es extremadamente útil en situaciones en las que se desea relacionar la rapidez v_1 de un cuerpo en un punto de su movimiento, con su rapidez v_2 en otro punto. El enfoque es menos útil en problemas en los que interviene el tiempo, como determinar cuánto tarda un cuerpo en ir del punto 1 al punto 2. Ello se debe a que en el teorema de trabajo-energía, $W_{tot} = K_2 - K_1$, no interviene el tiempo. Si es preciso calcular tiempos, suele ser mejor utilizar las relaciones entre tiempo, posición, velocidad y aceleración que describimos en los capítulos 2 y 3.

PLANTEAR *el problema con los pasos siguientes:*

1. Escoja las posiciones inicial y final del cuerpo, y dibuje un diagrama de cuerpo libre con todas las fuerzas que actúan sobre él.
2. Escoja un sistema de coordenadas. (Si el movimiento es rectilíneo, lo más fácil suele ser que las posiciones inicial y final estén sobre el eje x.)
3. Haga una lista de las cantidades conocidas y desconocidas, y decida cuáles son las incógnitas. En algunos casos, la incógnita será la rapidez inicial o final del cuerpo; en otros, será la magnitud de una de las fuerzas que actúan sobre el cuerpo.

EJECUTAR *la solución:* Calcule el trabajo efectuado por cada fuerza. Si la fuerza es constante y el desplazamiento es en línea recta, se puede usar la ecuación (6.2) o la (6.3). (Más adelante veremos cómo manejar fuerzas variables y trayectorias curvas.) Revise el signo del trabajo para cada fuerza; debe ser positivo si la fuerza tiene una componente en la dirección del desplazamiento, negativo si tiene una componente opuesta al desplazamiento y cero si la fuerza y el desplazamiento son perpendiculares.

Sume los trabajos realizados por cada fuerza para obtener el trabajo total W_{tot}. Cuide los signos. A veces es más fácil obtener primero la suma vectorial de las fuerzas (la fuerza neta) y luego calcular el trabajo de la fuerza neta; este valor también es W_{tot}.

Escriba expresiones para la energía cinética inicial y final (K_1 y K_2). Tenga presente que en la energía cinética interviene la *masa*, no el *peso*; si le dan el peso del cuerpo, tendrá que usar la relación $w = mg$ para calcular la masa.

Por último, use la relación $W_{tot} = K_2 - K_1$ para obtener la incógnita. Recuerde que el miembro derecho de esta ecuación es la energía cinética *final* menos la energía cinética *inicial*, nunca al revés.

EVALUAR *la respuesta:* Compruebe que su respuesta sea lógica físicamente. Recuerde sobre todo que la energía cinética $K = \frac{1}{2}mv^2$ nunca puede ser negativa. Si obtiene una K negativa, cometió un error. Tal vez intercambió las energías inicial y final en $W_{tot} = K_2 - K_1$ o tuvo un error de signo en uno de los cálculos de trabajo.

Ejemplo 6.4 Uso de trabajo y energía para calcular rapidez

Veamos otra vez el trineo de la figura 6.6 y las cifras finales del ejemplo 6.2. Supongamos que la rapidez inicial v_1 es 2.0 m/s. ¿Cuál es la rapidez final del trineo después de avanzar 20 m?

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR Y PLANTEAR: Usaremos el teorema de trabajo-energía, pues nos dan la rapidez inicial $v_1 = 2.0$ m/s y nos piden calcular la rapidez final v_2. La figura 6.8 muestra el diagrama de cuerpo libre del ejemplo 6.2. El movimiento es en la dirección $+x$.

EJECUTAR: Ya calculamos que trabajo total de todas las fuerzas en el ejemplo 6.2, donde obtuvimos $W_{tot} = 10$ kJ. Por tanto, la energía cinética del trineo y su carga debe aumentar en 10 kJ.

Si queremos escribir expresiones para las energías cinéticas inicial y final, necesitamos la masa del trineo y la carga. Nos dicen que el *peso* es de 14,700 N, así que la masa es

$$m = w/g = (14{,}700\ \text{N})/(9.8\ \text{m/s}^2) = 1500\ \text{kg}$$

Entonces, la energía cinética inicial K_1 es

$$K_1 = \frac{1}{2}mv_1{}^2 = \frac{1}{2}(1500\ \text{kg})(2.0\ \text{m/s})^2 = 3000\ \text{kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}^2$$
$$= 3000\ \text{J}$$

La energía cinética final K_2 es

$$K_2 = \frac{1}{2}mv_2^2 = \frac{1}{2}(1500\ \text{kg})v_2^2$$

donde v_2 es la rapidez que nos interesa. La ecuación (6.6) da

$$K_2 = K_1 + W_{tot} = 3000\ \text{J} + 10{,}000\ \text{J} = 13{,}000\ \text{J}$$

Igualamos estas dos expresiones de K_2, sustituimos 1J = 1 kg · m²/s² y despejamos v_2:

$$v_2 = 4.2\ \text{m/s}$$

EVALUAR: El trabajo total es positivo, así que la energía cinética aumenta ($K_2 > K_1$) y la rapidez aumenta ($v_2 > v_1$).

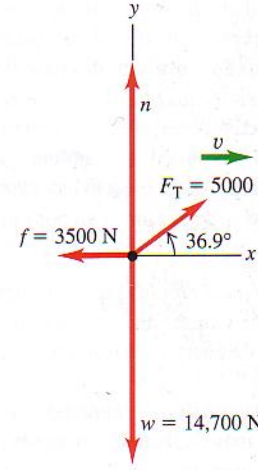
El problema también puede resolverse sin el teorema de trabajo-energía. Podemos obtener la aceleración de $\sum\vec{F} = m\vec{a}$ y usar las ecuaciones de movimiento con aceleración constante para obtener v_2. Como la aceleración es en el eje x,

$$a = a_x = \frac{\sum F_x}{m} = \frac{(5000\ \text{N})\cos 36.9° - 3500\ \text{N}}{1500\ \text{kg}}$$
$$= 0.333\ \text{m/s}^2$$

entonces

$$v_2^2 = v_1^2 + 2as = (2.0\ \text{m/s})^2 + 2(0.333\ \text{m/s}^2)(20\ \text{m})$$
$$= 17.3\ \text{m}^2/\text{s}^2$$
$$v_2 = 4.2\ \text{m/s}$$

Obtuvimos el mismo resultado con el enfoque de trabajo-energía, pero ahí evitamos el paso intermedio de calcular la aceleración. Veremos varios ejemplos más en este capítulo y el siguiente que *pueden* resolverse sin considerar la energía, pero son más fáciles si lo hacemos. Si un problema puede resolverse con dos métodos distintos, resolverlo con ambos (como hicimos aquí) es una buena forma de comprobar los resultados.



6.8 Diagrama de cuerpo libre del trineo y su carga en el ejemplo 6.2.

Ejemplo 6.5 Fuerzas sobre un martillo

En un martinete, un martillo de acero de 200 kg se levanta 3.00 m sobre el tope de una viga I que se está clavando en el suelo (Fig. 6.9a). El martillo se suelta, metiendo la viga otros 7.4 cm en el suelo. Los rieles verticales que guían el martillo ejercen una fuerza de fricción constante de 60 N sobre él. Use el teorema de trabajo-energía para determinar a) la rapidez del martillo justo antes de golpear la viga y b) la fuerza media que el martillo ejerce sobre la viga. Haga caso omiso de los efectos del aire.

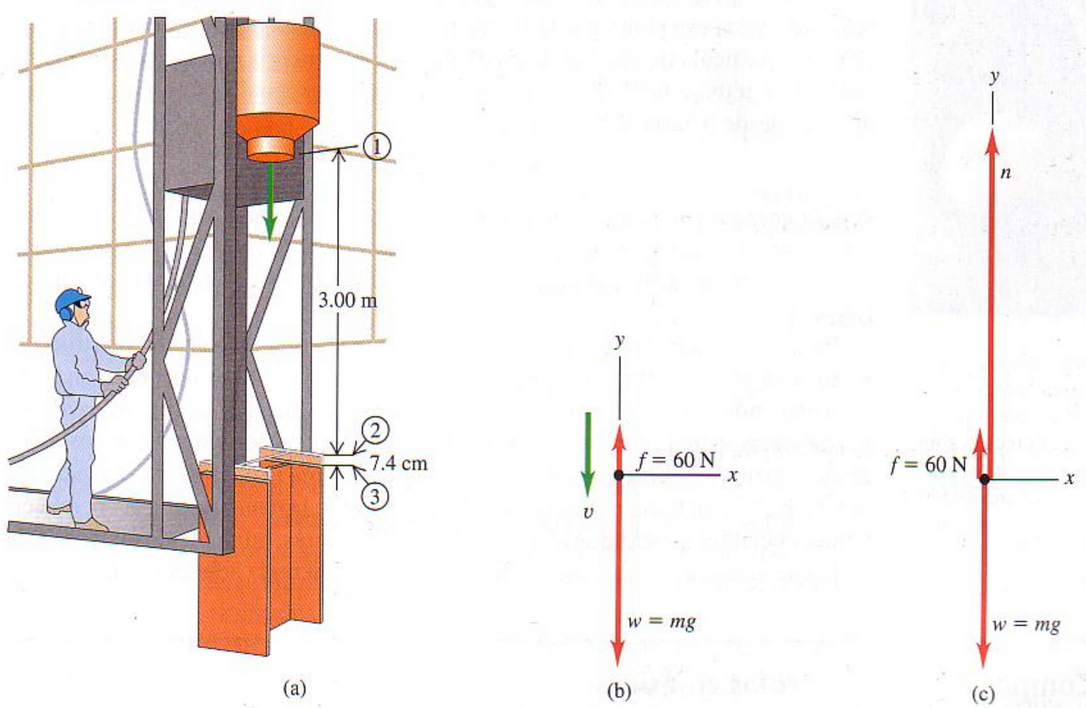
SOLUCIÓN

IDENTIFICAR: Este problema es un candidato ideal para el teorema de trabajo-energía, pues relaciona la rapidez de un cuerpo en distintos lugares con las fuerzas que actúan sobre el cuerpo. Aquí nos interesan *tres* posiciones: el punto 1, donde el martillo parte del reposo; el punto 2, donde hace contacto con la viga, y el punto 3, donde el martillo se detiene (véase la Fig. 6.9a). Dado que tenemos dos incógnitas —la rapidez del martillo en el punto 2 y la fuerza que la viga ejerce entre los puntos 2 y 3— aplicaremos el teorema de trabajo-energía dos veces: una al movimiento del punto 1 al 2 y otra al movimiento de 2 a 3.

PLANTEAR: La figura 6.9b es un diagrama de cuerpo libre que muestra las fuerzas verticales que actúan sobre el martillo en caída del punto 1 al 2. (Puesto que el desplazamiento es vertical, haremos caso omiso de cualesquier fuerzas horizontales que pudieran estar presentes, pues no efectúan trabajo.) En esta parte del movimiento, la incógnita es la rapidez del martillo v_2.

El diagrama de cuerpo libre de la figura 6.9c muestra las fuerzas verticales que actúan sobre el martillo durante el movimiento del punto 2 al 3. Además de las fuerzas mostradas en la figura 6.9b, la viga ejerce hacia arriba una fuerza normal de magnitud n sobre el martillo. En realidad, esta fuerza varía al irse deteniendo el martillo, pero por sencillez consideraremos n constante. Así n representa el valor *medio* de la fuerza hacia arriba durante el movimiento. La incógnita en esta parte del movimiento es la fuerza que el *martillo* ejerce sobre la viga; es la fuerza de reacción a la fuerza normal ejercida por la viga así que, por la tercera ley de Newton su magnitud también es n.

EJECUTAR: a) Del punto 1 al punto 2, las fuerzas verticales son el peso $w = mg = (200\ \text{kg})(9.8\ \text{m/s}^2) = 1960\ \text{N}$ hacia abajo y la fuerza de fricción $f = 60$ N hacia arriba. La fuerza neta es entonces $w - f = 1900$ N. El desplazamiento del martillo del punto 1 al 2 es $s_{12} = 3.00$



6.9 (a) Un martinete clava una viga I en el suelo. (b) Diagrama de cuerpo libre del martillo en caída. (c) Diagrama de cuerpo libre del martillo al clavar la viga. Las longitudes de los vectores no están a escala.

m hacia abajo. El trabajo total sobre el martillo al bajar del punto 1 al 2 es entonces

$$W_{tot} = (w - f)s_{12} = (1900\text{ N})(3.00\text{ m}) = 5700\text{ J}$$

En el punto 1, el martillo está en reposo, así que su energía cinética K_1 es cero. La ecuación (6.6) da

$$W_{tot} = K_2 - K_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 - 0$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{2W_{tot}}{m}} = \sqrt{\frac{2(5700\text{ J})}{200\text{ kg}}} = 7.55\text{ m/s}$$

Ésta es la rapidez del martillo en el punto 2, justo antes de golpear la viga.

b) Mientras el martillo se mueve hacia abajo entre los puntos 2 y 3, la fuerza neta hacia abajo que actúa sobre él es $w - f - n$ (véase la Fig. 6.9c). El trabajo total realizado sobre el martillo durante el desplazamiento es

$$W_{tot} = (w - f - n)s_{23}$$

La energía cinética inicial en esta parte del movimiento es K_2 que, de la parte (a), es igual a 5700 J (el trabajo total efectuado sobre el martillo mientras se mueve del punto 1 al 2). La energía cinética final es $K_3 = 0$, porque el martillo se detiene. Entonces, por el teorema de trabajo-energía

$$W_{tot} = (w - f - n)s_{23} = K_3 - K_2$$

$$n = w - f - \frac{(K_3 - K_2)}{s_{23}}$$

$$= 1960\text{ N} - 60\text{ N} - \frac{(0\text{ J} - 5700\text{ J})}{0.074\text{ m}}$$

$$= 79{,}000\text{ N}$$

La fuerza hacia abajo que el martillo ejerce sobre la viga tiene esta misma magnitud, 79,000 N (unas 9 toneladas): más de 40 veces el peso del martillo.

EVALUAR: El cambio total en la energía cinética del martillo durante el proceso total es cero; una fuerza neta relativamente pequeña efectúa trabajo positivo durante una distancia grande, y luego una fuerza neta mucho mayor realiza trabajo negativo en una distancia mucho más corta. Lo mismo sucede si Ud. acelera un auto gradualmente y choca con una pared. La fuerza tan grande necesaria para reducir la energía cinética a cero en una distancia corta es lo que daña el auto (y quizá a usted).

Significado de la energía cinética

6.10 Cuando un jugador de billar golpea una bola blanca en reposo, la energía cinética de la bola después de ser golpeada es igual al trabajo que el taco efectuó sobre ella. Cuanto mayor sea la fuerza ejercida por el taco y mayor sea la distancia que la bola se mueve mientras está en contacto con el taco, mayor será la energía cinética de la bola.

El ejemplo 6.5 ilustra el significado físico de la energía cinética. El martillo se deja caer del reposo y, al golpear la viga, su energía cinética es igual al trabajo total realizado hasta ese punto por la fuerza neta. Esto se cumple en general: para acelerar una partícula de masa m desde el reposo (cero energía cinética) hasta una rapidez v, el trabajo total efectuado sobre ella debe ser igual al cambio de energía cinética desde 0 hasta $K = \frac{1}{2}mv^2$;

$$W_{tot} = K - 0 = K$$

Así, *la energía cinética de una partícula es igual al trabajo total que se efectuó para acelerarla desde el reposo hasta su rapidez actual* (Fig. 6.10). La definición $K = \frac{1}{2}mv^2$, no se escogió al azar; es la *única* definición que concuerda con esta interpretación.

En la segunda parte del ejemplo 6.5, se usó la energía cinética del martillo para efectuar trabajo sobre la viga y clavarla en el suelo. Esto nos proporciona otra interpretación: *la energía cinética de una partícula es igual al trabajo real que puede efectuar una partícula mientras se detiene.* Es por esto que hacemos hacia atrás la mano y el brazo cuando atrapamos una pelota (Fig. 6.5). Al detenerse la pelota, realiza un trabajo (fuerza por distancia) sobre la mano igual a la energía cinética inicial de la pelota. Al hacer la mano hacia atrás, aumentamos la distancia en la que actúa la fuerza y así reducimos la fuerza ejercida sobre nuestra mano.

Ejemplo conceptual 6.6 — Comparación de energías cinéticas

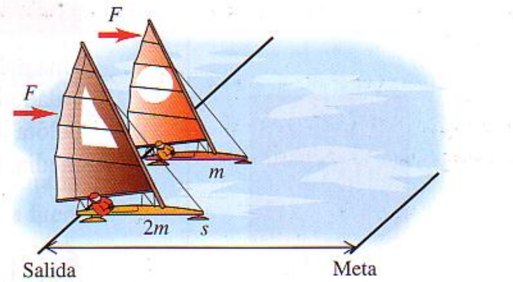
Dos veleros de hielo como el del ejemplo 5.6 (sección 5.2) compiten en un lago horizontal sin fricción (Fig. 6.11). Los botes tienen masas m y $2m$, respectivamente, pero sus velas son idénticas, así que el viento ejerce la misma fuerza constante $\vec{F}$ sobre cada bote. Los 2 botes parten del reposo y la meta está a una distancia s. ¿Cuál bote cruza la meta con mayor energía cinética?

SOLUCIÓN

Si usamos la definición matemática de energía cinética, $K = \frac{1}{2}mv^2$, [ecuación (6.5)], la respuesta no es obvia. El velero con masa $2m$ tiene mayor masa, y podríamos suponer que alcanza mayor energía cinética en la meta, pero el bote más pequeño de masa m cruza la meta con mayor rapidez, y podríamos suponer que *este* bote tiene mayor energía cinética. ¿Cómo decidimos?

La forma correcta de enfocar el problema es recordar que *la energía cinética de una partícula es igual al trabajo total realizado para acelerarla desde el reposo*. Ambos botes recorren la misma distancia s, y sólo la fuerza F en la dirección del movimiento realiza trabajo sobre ellos. Por tanto, el trabajo total efectuado entre la salida y la meta es el *mismo* para los dos botes, $W_{tot} = Fs$. En la meta, cada bote tiene una energía cinética igual al trabajo W_{tot} efectuado sobre él, porque partió del reposo. Así, ambos botes tienen la *misma* energía cinética en la meta.

El lector podría pensar que se trata de una pregunta "capciosa", pero no es así. Si entiende realmente el significado físico de cantidades como la energía cinética, podrá resolver problemas con mayor rapidez y comprensión.



6.11 Carrera entre veleros de hielo.

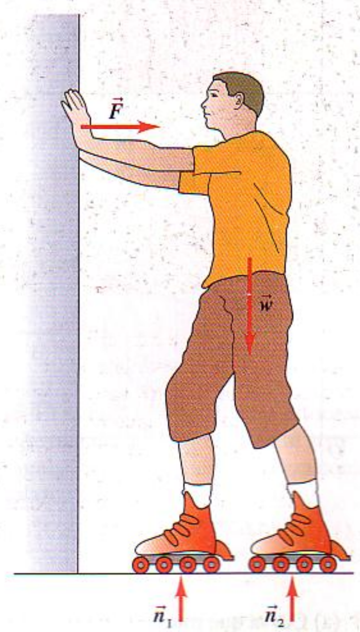
Observe que no necesitamos mencionar el tiempo que cada bote tardó en llegar a la meta. La razón es que el teorema de trabajo-energía no hace referencia directa al tiempo, sólo al desplazamiento. De hecho, el bote de masa m tarda menos en llegar a la meta que el de masa $2m$; dejamos el cálculo al lector (ejercicio 6.18).

Trabajo y energía cinética en sistemas compuestos

Tal vez notó que aquí nos hemos cuidado de aplicar el teorema de trabajo-energía sólo a cuerpos que podemos representar como *partículas*, o sea, como masas puntuales en movimiento. La razón es que, en los sistemas que deben representarse en términos de muchas partículas con diferentes movimientos, aparecen aspectos más complejos que no podemos ver con detalle en este capítulo. Sólo veremos un ejemplo.

Considere a un hombre parado en patines, sin fricción, sobre una superficie horizontal viendo hacia una pared rígida (Fig. 6.12). Él empuja la pared, poniéndose en movimiento a la derecha. Sobre él actúan su peso $\vec{w}$, las fuerzas normales $\vec{n}_1$ y $\vec{n}_2$ hacia arriba ejercidas por el suelo sobre sus patines y la fuerza horizontal $\vec{F}$ ejercida por la pared. No hay desplazamiento vertical, así que $\vec{w}$, $\vec{n}_1$ y $\vec{n}_2$ no efectúan trabajo. $\vec{F}$ es la fuerza horizontal que lo acelera a la derecha, pero el punto donde se aplica (las manos del hombre) no se mueve, así que $\vec{F}$ tampoco efectúa trabajo. ¿De dónde proviene entonces la energía cinética del hombre?

El problema es que simplemente no es correcto representar al hombre como masa puntual. Para que el movimiento se dé como se describió, diferentes partes del cuerpo deben tener diferentes movimientos; las manos están estacionarias respecto a la pared y el tronco se aleja de ella. Las diversas partes del cuerpo interactúan y una puede ejercer fuerzas y realizar trabajo sobre otra. Por tanto, la energía cinética *total* de este sistema compuesto puede cambiar, aunque las fuerzas aplicadas por cuerpos (como la pared) externos al sistema no realicen trabajo. Esto no sería posible con un sistema que puede representarse como partícula. En el capítulo 8 veremos más a fondo el movimiento de un conjunto de partículas que interactúan. Descubriremos que, al igual que en el hombre del ejemplo, la energía cinética total del sistema puede cambiar aun cuando el exterior no realice trabajo sobre ninguna parte del sistema.



6.12 Las fuerzas externas que actúan sobre un patinador que se empuja de una pared. El trabajo realizado por estas fuerzas es cero, pero aun así su energía cinética cambia.

Evalúe su comprensión

Una pelota de béisbol (masa 0.145 kg) sale de la mano del lanzador con una velocidad horizontal de 40 m/s (144 km/h). Si el movimiento del lanzador impulsa la pelota hacia adelante a lo largo de una distancia de 2.0 m, ¿qué fuerza horizontal media aplicó el lanzador a la pelota durante su lanzamiento?

6.3 | Trabajo y energía con fuerzas variables

Hasta ahora hemos considerado sólo trabajo efectuado por *fuerzas constantes*. Pero, ¿qué sucede cuando estiramos un resorte? Cuanto más lo estiramos, con más fuerza debemos tirar, así que la fuerza ejercida *no* es constante. También analizamos únicamente movimiento *rectilíneo*. Podemos imaginar muchas situaciones en las que una fuerza que varía en magnitud, dirección o ambas cosas actúa sobre un cuerpo que sigue una trayectoria curva. Necesitamos poder calcular el trabajo realizado por la fuerza en estos casos más generales. Por fortuna, veremos que el teorema de trabajo-energía se cumple aun cuando las fuerzas varían y la trayectoria del cuerpo no es recta.

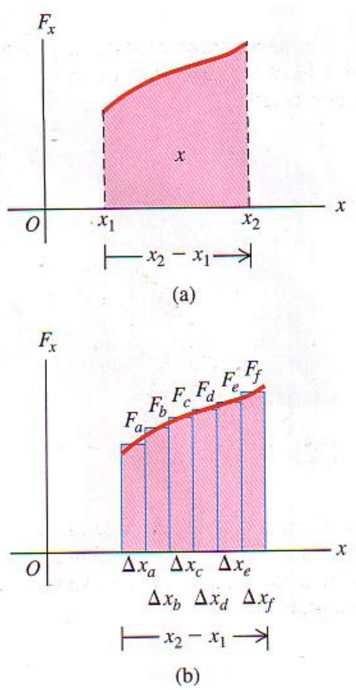
Agreguemos sólo una complicación a la vez. Consideremos un movimiento rectilíneo con una fuerza dirigida sobre la línea pero con componente x F_x que podría variar conforme se mueve el cuerpo. Imagine, por ejemplo, un tren que se mueve en una vía recta, pero el ingeniero está acelerando y frenando constantemente. Suponga que una partícula se mueve sobre el eje x de x_1 a x_2. La figura 6.13a es una gráfica del componente x de la fuerza en función de la coordenada x de la partícula. Para determinar el trabajo realizado por la fuerza, dividimos el desplazamiento total en segmentos pequeños, Δx_a, Δx_b, etc. (Fig. 6.13b). Aproximamos el trabajo realizado por la fuerza en el segmento Δx_a como la fuerza media F_a en ese segmento multiplicada por el desplazamiento Δx_a. Hacemos esto para cada segmento y sumamos los resultados. El trabajo realizado por la fuerza en el desplazamiento total de x_1 a x_2 es aproximadamente

$$W = F_a\Delta x_a + F_b\Delta x_b + \cdots$$

Si el número de segmentos se hace muy grande y su anchura muy pequeña, la suma se convierte (en el límite) en la *integral* de F_x de x_1 a x_2:

$$W = \int_{x_1}^{x_2} F_x\, dx \qquad (6.7)$$

(componente x de fuerza variable, desplazamiento rectilíneo)



6.13 (a) Curva que muestra cómo cierta fuerza F_x varía con x. (b) Si el área se divide en rectángulos pequeños, la suma de sus áreas aproxima el trabajo total hecho durante el desplazamiento. El área total bajo la curva es el trabajo realizado por la fuerza al moverse la partícula de x_1 a x_2.

Observe que $F_a\Delta x_a$ es el *área* de la primera tira vertical de la figura 6.13b y que la integral de la ecuación (6.7) representa el área bajo la curva de la figura 6.13a entre x_1 y x_2. *En una gráfica de fuerza en función de posición, el trabajo total realizado por la fuerza está representado por el área bajo la curva entre las posiciones inicial y final.* Otra interpretación de la ecuación (6.7) es que el trabajo W es igual a la fuerza media que actúa en todo el desplazamiento, multiplicada por el desplazamiento.

La ecuación (6.7) también es válida si F_x, la componente x de la fuerza, es constante. En tal caso, F_x puede sacarse de la integral:

$$W = \int_{x_1}^{x_2} F_x\, dx = F_x \int_{x_1}^{x_2} dx = F_x(x_2 - x_1)$$

Pero $x_2 - x_1 = s$, el desplazamiento total de la partícula. Así, en el caso de una fuerza constante F, la ecuación (6.7) dice que $W = Fs$, lo que coincide con la ecuación (6.1). La interpretación del trabajo como el área bajo la curva de F_x en función de x también es válida para una fuerza constante; $W = Fs$ es el área de un rectángulo de altura F y anchura s (Fig. 6.14).

Apliquemos lo aprendido al resorte estirado. Para mantener un resorte estirado una distancia x más allá de su longitud sin estiramiento debemos aplicar una fuerza de magnitud F en cada extremo (Fig. 6.15). Si el alargamiento x no es excesivo, vemos que la fuerza aplicada al extremo derecho tiene una componente x directamente proporcional a x:

$$F_x = kx \quad \text{(fuerza requerida para estirar un resorte)} \tag{6.8}$$

donde k es una constante llamada **constante de fuerza** (o constante de resorte) del resorte. La ecuación (6.8) indica que las unidades de k son fuerza entre distancia, N/m en el SI y lb/ft en unidades británicas. Un resorte blando de juguete (como Slinky™) tiene una constante de fuerza de cerca de 1 N/m; para los resortes mucho más rígidos de la suspensión de un auto, k es del orden de 10^5 N/m. La observación de que el alargamiento (no excesivo) es proporcional a la fuerza fue hecha por Robert Hooke en 1678 y se conoce como **ley de Hooke**, aunque no debería llamarse "ley", pues es una afirmación acerca de un dispositivo específico y no una ley fundamental de la naturaleza. Los resortes reales no siempre obedecen la ecuación (6.8) con precisión, pero es un modelo idealizado útil. Veremos esta ley más a fondo en el capítulo 11.

Para estirar un resorte, debemos efectuar trabajo. Aplicamos fuerzas iguales y opuestas a los extremos del resorte y las aumentamos gradualmente. Mantenemos fijo el extremo izquierdo, así que la fuerza aplicada en este punto no efectúa trabajo. La fuerza en el extremo móvil *sí* efectúa trabajo. La figura 6.16 es una gráfica de F_x contra x, el alargamiento del resorte. El trabajo realizado por F_x cuando x va de cero a un valor máximo X es

$$W = \int_0^X F_x\,dx = \int_0^X kx\,dx = \frac{1}{2}kX^2 \tag{6.9}$$

También podemos obtener este resultado gráficamente. El área del triángulo sombreado de la figura 6.16, que representa el trabajo total realizado por la fuerza, es igual a la mitad del producto de la base y la altura:

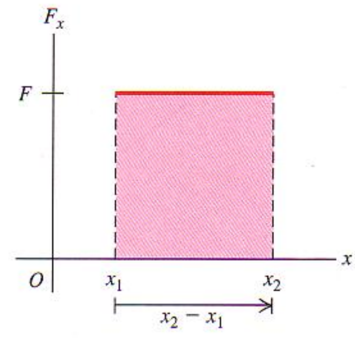
$$W = \frac{1}{2}(X)(kX) = \frac{1}{2}kX^2$$

Esta ecuación también dice que el trabajo es la fuerza *media* $kX/2$ multiplicada por el desplazamiento total X. Vemos que el trabajo total es proporcional al *cuadrado* del alargamiento final X. Para estirar un resorte ideal 2 cm necesitamos efectuar cuatro veces más trabajo que para estirarlo 1 cm.

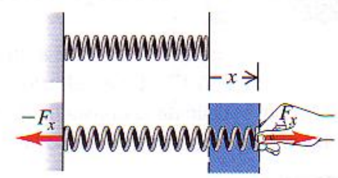
La ecuación (6.9) supone que el resorte no estaba estirado originalmente. Si el resorte ya está estirado una distancia x_1, el trabajo necesario para estirarlo a una distancia mayor x_2 es

$$W = \int_{x_1}^{x_2} F_x\,dx = \int_{x_1}^{x_2} kx\,dx = \frac{1}{2}kx_2^2 - \frac{1}{2}kx_1^2 \tag{6.10}$$

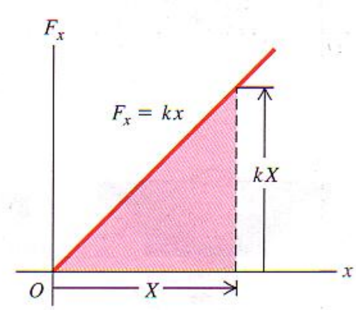
Si el resorte tiene espacios entre las espiras cuando no está estirado, también puede comprimirse. La ley de Hooke se cumple también para la compresión. En



6.14 El trabajo realizado por una fuerza constante F en la dirección x conforme una partícula se mueve de x_1 a x_2 es igual al área rectangular bajo la gráfica de fuerza contra desplazamiento.



6.15 La fuerza necesaria para estirar un resorte ideal es proporcional a su alargamiento: $F_x = kx$.



6.16 El trabajo efectuado para estirar un resorte una distancia X es igual al área triangular bajo la gráfica de fuerza contra desplazamiento.

este caso, la fuerza F y el desplazamiento x tienen direcciones opuestas a las de la figura 6.15, así que F_x y x en la ecuación (6.8) son negativas. Dado que tanto F como x se invierten, la fuerza tiene la dirección del desplazamiento y su trabajo es positivo. El trabajo total sigue siendo el dado por la ecuación (6.9) o (6.10), aun si X es negativo o x_1 o x_2, o ambos, son negativos.

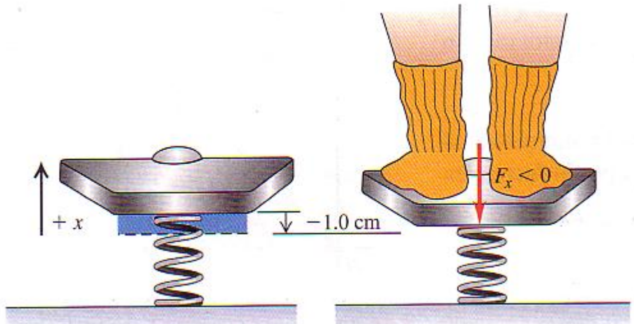
CUIDADO Observe que el trabajo dado por la ecuación (6.10) es el que se debe efectuar sobre un resorte para alterar su longitud. Por ejemplo, si estiramos un resorte que originalmente está relajado, $x_1 = 0, x_2 > 0$, y $W > 0$. Ello se debe a que la fuerza aplicada a un extremo del resorte tiene la misma dirección que el desplazamiento y el trabajo efectuado es positivo. En contraste, el trabajo que el resorte efectúa sobre el objeto al que está unido está dado por el negativo de la ecuación (6.10). Por tanto, cuando estiramos un resorte, éste efectúa trabajo negativo sobre nosotros. Fíjese bien en el signo del trabajo para evitar confusiones más adelante.

Ejemplo 6.7 Trabajo sobre una balanza de resorte

Una mujer que pesa 600 N se sube a una báscula que contiene un resorte rígido (Fig. 6.17). En equilibrio, el resorte se comprime 1.0 cm bajo su peso. Calcule la constante de fuerza del resorte y el trabajo total efectuado sobre él durante la compresión.

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR Y PLANTEAR: En equilibrio, la fuerza hacia arriba ejercida por el resorte equilibra la fuerza hacia abajo del peso de la mujer. Usaremos este principio y la ecuación (6.8) para determinar la constante de fuerza k, y usaremos la ecuación (6.10) para calcular el trabajo W que la mujer efectúa sobre el trabajo para comprimirlo. Hacemos que los valores positivos de x correspondan a alargamientos, de modo que tanto el desplazamiento del resorte como la fuerza que la mujer ejerce sobre él son negativos.



6.17 Compresión de un resorte en una báscula de cuarto de baño. Una fuerza negativa causa un desplazamiento negativo pero efectúa un trabajo positivo sobre el resorte.

EJECUTAR: Con las coordenadas que escogimos, la parte superior del resorte se desplaza $x = -1.0$ cm $= -0.010$ m y la fuerza que la mujer aplica al resorte es $F_x = -600$ N. Por la ecuación (6.8), la constante de fuerza es

$$k = \frac{F_x}{x} = \frac{-600\text{ N}}{-0.010\text{ m}} = 6.0 \times 10^4\text{ N/m}$$

Entonces, usando $x_1 = 0$ y $x_2 = -0.010$ m en la ecuación (6.10),

$$\begin{aligned} W &= \frac{1}{2}kx_2^2 - \frac{1}{2}kx_1^2 \\ &= \frac{1}{2}(6.0 \times 10^4\text{ N/m})(-0.010\text{ m})^2 - 0 = 3.0\text{ J} \end{aligned}$$

EVALUAR: La fuerza aplicada y el desplazamiento del extremo del resorte tuvieron la misma dirección, así que el trabajo efectuado debe haber sido positivo. Esto concuerda con nuestro resultado. Nuestra selección arbitraria de la dirección positiva no afecta el valor de W obtenido. (Compruébelo haciendo que la dirección $+x$ corresponda a una compresión. Obtendrá los mismos valores de k y W.)

Teorema de trabajo-energía para movimiento rectilíneo, con fuerzas variables

En la sección 6.2 dedujimos el teorema de trabajo-energía, $W_{tot} = K_2 - K_1$, para el caso especial de movimiento rectilíneo con fuerza neta constante. Ahora podemos demostrar que el teorema se cumple aun si la fuerza varía con la posición. Igual que en la sección 6.2, consideremos una partícula que sufre un desplazamiento x bajo la acción de una fuerza neta F con componente x, que ahora permitimos variar. Igual que en la figura 6.13, dividimos el desplazamiento total en muchos segmentos pequeños Δx. Podemos aplicar el teorema de trabajo-energía, ecuación (6.6), a cada segmento porque F es aproximadamente constante en cada uno. El cambio de energía cinética en el segmento Δx_a es igual al trabajo $F_a \Delta x_a$, etc. El cambio total de la energía cinética es la suma de los cambios en los segmentos individuales, y por tanto igual al trabajo total efectuado sobre la partícula en todo el desplazamiento. Así, $W_{tot} = \Delta K$ se cumple también para fuerzas variables.

El teorema de trabajo-energía para una fuerza que varía con la posición también puede deducirse usando v_x en vez de x como variable en la integral de trabajo. Para ello, recordamos que la aceleración a de una partícula puede expresarse de varias formas. Usando $a_x = dv_x/dt$, $v_x = dx/dt$ y la regla de de la cadena para derivadas:

$$a_x \frac{dv_x}{dt} = \frac{dv_x}{dx}\frac{dx}{dt} = v_x \frac{dv_x}{dx} \tag{6.11}$$

Con este resultado, la ecuación (6.7) nos dice que el trabajo total de la fuerza *neta* F_x es

$$W_{tot} = \int_{x_1}^{x_2} F_x\, dx = \int_{x_1}^{x_2} ma_x\, dx = \int_{x_1}^{x_2} mv_x \frac{dv_x}{dx} dx \tag{6.12}$$

Ahora, $(dv_x/dx)dx$ es el cambio de velocidad dv_x durante el desplazamiento dx, así que podemos sustituir dv_x por $(dv_x/dx)dx$ en la ecuación (6.12). Esto cambia la variable de integración de x a v_x, así que cambiamos los límites de x_1 y x_2 a las velocidades v_1 y v_2 en esos puntos. Esto nos da

$$W_{tot} = \int_{v_1}^{v_2} mv_x\, dv_x$$

La integral de $v_x dv_x$ es $v_x^2/2$. Sustituyendo los límites, tenemos finalmente

$$W_{tot} = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 \tag{6.13}$$

Ésta es la ecuación (6.6) pero sin el supuesto de que la fuerza neta F es constante. Por tanto, el teorema de trabajo-energía es válido aun si F varía durante el desplazamiento.

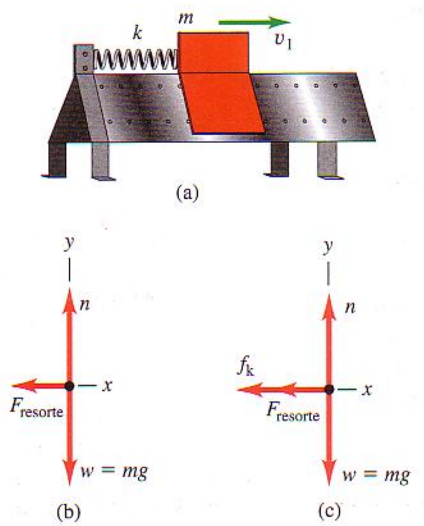
Ejemplo 6.8 Movimiento con fuerza variable

Un deslizador de riel de aire con masa de 0.100 kg se conecta al extremo del riel horizontal con un resorte cuya constante de fuerza es 20.0 N/m (Fig. 6.18a). Inicialmente, el resorte no está estirado y el deslizador se mueve con rapidez de 1.50 m/s a la derecha. Calcule la distancia máxima d que el deslizador se mueve a la derecha a) si el riel está activado, de modo que no hay fricción, y b) si se corta el suministro de aire al riel, de modo que hay fricción cinética con $\mu_k = 0.47$.

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR: La fuerza ejercida por el resorte no es constante, así que *no* podemos usar las fórmulas de aceleración constante del capítulo 2 para resolver este problema. En vez de ello, usaremos el teorema de trabajo-energía, en el que interviene la distancia recorrida (nuestra incógnita) a través de la fórmula del trabajo.

PLANTEAR: Las figuras 6.18b y 6.18c son los diagramas de cuerpo libre del deslizador sin y con fricción, respectivamente. Escogemos la dirección $+x$ a la derecha (la dirección del movimiento del deslizador), con $x = 0$ en la posición inicial del deslizador (donde el resorte está relajado) y $x = d$ (la incógnita) en la posición donde el deslizador se detiene. En ambos casos, el movimiento es exclusivamente horizontal, así que sólo las fuerzas horizontales realizan tra-



6.18 (a) Deslizador sujeto a un riel de aire con un resorte. (b) Diagrama de cuerpo libre del deslizador sin fricción. (c) Diagrama con fricción cinética.

bajo. Cabe señalar que la ecuación (6.10) da el trabajo efectuado *sobre* el resorte al estirarse, pero si queremos usar el teorema de trabajo-energía necesitaremos el trabajo efectuado *por* el resorte *sobre* el deslizador, es decir, el negativo de la ecuación (6.10).

EJECUTAR: a) Al moverse de $x_1 = 0$ a $x_2 = d$, el deslizador efectúa sobre el resorte un trabajo dado por la ecuación (6.10): $W = \frac{1}{2}kd^2 - \frac{1}{2}k(0)^2 = \frac{1}{2}kd^2$. El resorte efectúa sobre el deslizador un trabajo igual pero negativo: $-\frac{1}{2}kd^2$. El resorte se estira hasta que el deslizador se detiene momentáneamente, así que la energía cinética final del deslizador es $K_2 = 0$. Su energía cinética inicial es $\frac{1}{2}mv_1^2$, donde $v_1 = 1.50$ m/s es la rapidez inicial del deslizador. Usando el teorema de trabajo-energía, tenemos

$$-\frac{1}{2}kd^2 = 0 - \frac{1}{2}mv_1^2$$

y la distancia que recorre el deslizador es

$$d = v_1\sqrt{\frac{m}{k}} = (1.50\ \text{m/s})\sqrt{\frac{0.100\ \text{kg}}{20.0\ \text{N/m}}}$$
$$= 0.106\ \text{m} = 10.6\ \text{cm}$$

El resorte estirado tira del deslizador hacia la izquierda, así que éste sólo está en reposo momentáneamente.

b) Si el aire se apaga, debemos incluir el trabajo efectuado por la fuerza de fricción cinética constante. La fuerza normal n es igual en magnitud al peso del deslizador, pues el riel es horizontal y no hay otras fuerzas verticales. La magnitud de la fuerza de fricción cinética es entonces $f_k = \mu_k n = \mu_k mg$, dirigida opuesta al desplazamiento, y el trabajo que efectúa es

$$W_{fric} = f_k d \cos 180° = -f_k d = -\mu_k mgd$$

El trabajo total es la suma de W_{fric} y el trabajo realizado por el resorte, $-\frac{1}{2}kd^2$. Por tanto

$$-\mu_k mgd - \frac{1}{2}kd^2 = 0 - \frac{1}{2}mv_1^2$$

$$-(0.47)(0.100\ \text{kg})(9.8\ \text{m/s}^2)d - \frac{1}{2}(20.0\ \text{N/m})d^2$$
$$= -\frac{1}{2}(0.100\ \text{kg})(1.50\ \text{m/s})^2$$

$$(10.0\ \text{N/m})d^2 + (0.461\ \text{N})d - (0.113\ \text{N}\cdot\text{m}) = 0$$

Ésta es una ecuación cuadrática en d. Las soluciones son

$$d = \frac{-(0.461\ \text{N}) \pm \sqrt{(0.461\ \text{N})^2 - 4(10.0\ \text{N/m})(-0.113\ \text{N}\cdot\text{m})}}{2(10.0\ \text{N/m})}$$
$$= 0.086\ \text{m, o bien, } -0.132\ \text{m}$$

Usamos d para representar un desplazamiento positivo, así que sólo el valor positivo tiene sentido. Así, con fricción, el deslizador se mueve una distancia

$$d = 0.086\ \text{m} = 8.6\ \text{cm}$$

EVALUAR: Con fricción, el desplazamiento y el estiramiento son menores, como esperábamos. Una vez más, el deslizador se detiene momentáneamente y el resorte tira de él hacia la izquierda; que se mueva o no dependerá de la magnitud de la fuerza de fricción *estática*. ¿Qué valor debe tener el coeficiente de fricción estática μ_s para evitar que el deslizador regrese a la izquierda?

Teorema de trabajo-energía para movimiento en una curva

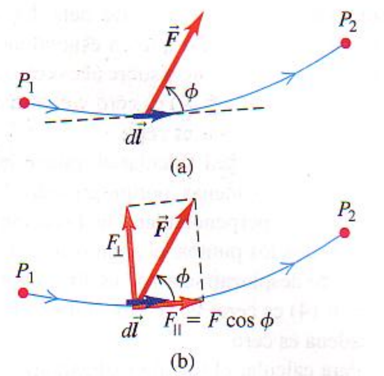
Podemos generalizar nuestra definición de trabajo para incluir una fuerza que varía en dirección, no sólo en magnitud, con un desplazamiento curvo. Suponga que una partícula se mueve de P_1 a P_2 siguiendo una curva, como se muestra en la figura 6.19a. Dividimos la curva entre esos puntos en muchos desplazamientos vectoriales infinitesimales, siendo $d\vec{l}$ uno representativo. Cada $d\vec{l}$ es tangente a la trayectoria en su posición. Sea $\vec{F}$ la fuerza en un punto representativo de la trayectoria, y sea ϕ el ángulo entre $\vec{F}$ y $d\vec{l}$ en ese punto. El elemento de trabajo dW realizado sobre la partícula durante $d\vec{l}$ puede escribirse como

$$dW = F\cos\phi\, dl = F_{\parallel}\, dl = \vec{F}\cdot d\vec{l}$$

donde $F_{\parallel} = F\cos\phi$ es la componente de $\vec{F}$ en la dirección paralela a $d\vec{l}$ (Fig. 6.19b). El trabajo total realizado por $\vec{F}$ sobre la partícula al moverse de P_1 a P_2 es

$$W = \int_{P_1}^{P_2} F\cos\phi\, dl = \int_{P_1}^{P_2} F_{\parallel}\, dl = \int_{P_1}^{P_2} \vec{F}\cdot d\vec{l} \qquad (6.14)$$

(trabajo en una trayectoria curva)



6.19 (a) Una partícula sigue una trayectoria curva de P_1 a P_2 bajo la acción de una fuerza $\vec{F}$ que varía en magnitud y dirección. En un desplazamiento infinitesimal $d\vec{l}$ el trabajo dW efectuado por la fuerza está dado por $dW = \vec{F}\cdot d\vec{l} = F\cos\phi\, dl$. (b) La fuerza que contribuye al trabajo es la componente de fuerza paralela al desplazamiento, $F_{\parallel} = F\cos\phi$.

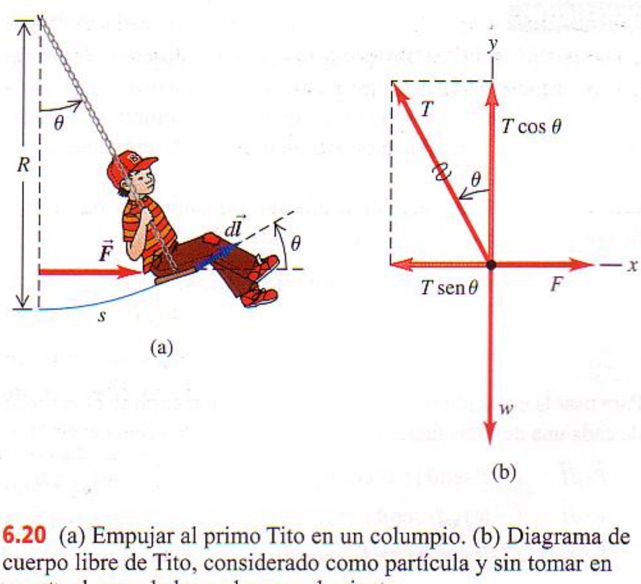
Ahora podemos demostrar que el teorema de trabajo-energía, ecuación (6.6), cumple aun con fuerzas variables y desplazamiento curvo. La fuerza $\vec{F}$ es prácticamente constante en cualquier segmento infinitesimal $d\vec{l}$ de la trayectoria, así que podemos aplicar el teorema de trabajo-energía para movimiento rectilíneo a ese segmento. Así, el cambio de energía cinética de la partícula en ese segmento, K, es igual al trabajo $dW = F_{\parallel}\, dl = \vec{F}\cdot d\vec{l}$ realizado sobre la partícula. La suma de estos trabajos infinitesimales de todos los segmentos de la trayectoria nos da el trabajo total realizado, ecuación (6.14), que es igual al cambio total de energía cinética en la trayectoria. Por tanto, $W_{tot} = \Delta K = K_2 - K_1$ se cumple *en general*, sea cual sea la trayectoria y el carácter de las fuerzas. Esto puede demostrarse con mayor rigor usando pasos como los de las ecuaciones (6.11) a (6.13) (véase el Problema de desafío 6.104).

Observe que sólo la componente de la fuerza neta paralela a la trayectoria, $F_{\parallel}$, realiza trabajo sobre la partícula, así que sólo ella puede cambiar la rapidez y la energía cinética de la partícula. La componente perpendicular, $F_{\perp} = F$ sen ϕ, no afecta la rapidez de la partícula; sólo cambia su dirección.

La integral de la ecuación (6.14) es una *integral de línea*. Para evaluarla en un problema específico, necesitamos una descripción detallada de la trayectoria y de cómo $\vec{F}$ varía en ella. Normalmente expresamos la integral de línea en términos de alguna variable escalar, como en el ejemplo que sigue.

Ejemplo 6.9 Movimiento en una trayectoria curva I

En un paseo familiar, le piden empujar a su odioso primo Tito en un columpio (Fig. 6.20a). Su peso es w, la longitud de las cadenas es R, y Ud. empuja a Tito hasta que las cadenas forman un ángulo θ_0 con la vertical. Para ello, Ud. ejerce una fuerza horizontal variable $\vec{F}$ que comienza en cero y aumenta apenas lo suficiente para que Tito se mueva lentamente y permanezca casi en equilibrio. ¿Qué trabajo total realizan todas las fuerzas sobre Tito? ¿Qué trabajo realiza la tensión T en las cadenas? ¿Qué trabajo efectúa usted aplicando la fuerza $\vec{F}$? (Haga caso omiso del peso del columpio.)



6.20 (a) Empujar al primo Tito en un columpio. (b) Diagrama de cuerpo libre de Tito, considerado como partícula y sin tomar en cuenta el peso de las cadenas y el asiento.

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR Y PLANTEAR: El movimiento sigue una curva, así que usaremos la ecuación (6.14) para calcular el trabajo efectuado por la fuerza de tensión, por $\vec{F}$ y por la fuerza neta. La figura 6.20b muestra el diagrama de cuerpo libre y el sistema de coordenadas. Sustituimos las dos tensiones de las cadenas por una sola, T.

EJECUTAR: Hay dos formas de obtener el trabajo total efectuado durante el movimiento: (1) calculando el trabajo efectuado por cada fuerza y obteniendo el total de esos trabajos, y (2) calculando el trabajo efectuado por la fuerza neta. La segunda estrategia es mucho más fácil. Puesto que en esta situación Tito está siempre en equilibrio, la fuerza neta sobre él es cero, la integral de la fuerza neta de la ecuación (6.14) es cero y el trabajo total realizado sobre él por todas las fuerzas es cero.

También es fácil calcular el trabajo efectuado sobre Tito por la tensión de las cadenas, porque en todos los puntos del movimiento la tensión es perpendicular a la dirección del movimiento. Por tanto, en todos los puntos, el ángulo entre la tensión de la cadena y el vector de desplazamiento $d\vec{l}$ es 90° y el producto escalar de la ecuación (6.14) es cero. Por tanto, el trabajo realizado por la tensión de la cadena es cero.

Para calcular el trabajo realizado por $\vec{F}$, debemos averiguar cómo varía con el ángulo θ. Tito está siempre en equilibrio, así que de $\Sigma F_x = 0$ obtenemos

$$F + (-T \operatorname{sen} \theta) = 0$$

y de $\Sigma F_y = 0$ obtenemos

$$T \cos \theta + (-w) = 0$$

Eliminando T de estas ecuaciones obtenemos

$$F = w \tan \theta$$

El punto donde se aplica $\vec{F}$ describe el arco s, cuya longitud es igual al radio R de la trayectoria circular multiplicada por su longitud θ (en radianes): $s = R\theta$. Por tanto, el desplazamiento $d\vec{l}$ que corresponde al pequeño cambio de ángulo $d\theta$ tiene magnitud $dl = ds = R\,d\theta$. El trabajo de $\vec{F}$ es

$$W = \int \vec{F} \cdot d\vec{l} = \int F \cos \theta \, ds$$

Expresando todo en términos del ángulo variable θ:

$$W = \int_0^{\theta_0} (w \tan \theta) \cos \theta \, (R\, d\theta) = wR \int_0^{\theta_0} \operatorname{sen} \theta \, d\theta$$
$$= wR\,(1 - \cos \theta_0)$$

EVALUAR: Si $\theta_0 = 0$, no hay desplazamiento; en tal caso, $\cos \theta_0 = 1$ y $W = 0$, como esperábamos. Si $\theta_0 = 90°$, $\cos \theta_0 = 0$ y $W = wR$. En este caso, el trabajo que Ud. realiza es el mismo que efectuaría si levantara a Tito verticalmente una distancia R con una fuerza igual a su peso w. De hecho, la cantidad $R(1 - \cos \theta_0)$ es el aumento en su altura sobre el suelo durante el desplazamiento, así que, para cualquier θ_0, el trabajo efectuado por $\vec{F}$ es el cambio de altura multiplicado por el peso. Éste es un ejemplo de un resultado más general que demostraremos en la sección 7.1.

Ejemplo 6.10 Movimiento en una trayectoria curva II

En el ejemplo 6.9, el desplazamiento infinitesimal $d\vec{l}$ que se muestra en la figura 6.20a tiene magnitud ds, su componente x es $ds \cos \theta$ y su componente y es $ds \operatorname{sen} \theta$. Por tanto, podemos escribir $d\vec{l} = \hat{\imath} ds \cos \theta + \hat{\jmath} ds \operatorname{sen} \theta$. Use esta expresión y la ecuación (6.14) para calcular el trabajo efectuado durante el movimiento por la tensión de la cadena, por la fuerza de gravedad y por la fuerza $\vec{F}$.

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR Y PLANTEAR: Usamos el mismo diagrama de cuerpo libre del ejemplo 6.9 (Fig. 6.20b). La única diferencia es que aquí calculamos el producto escalar de la ecuación (6.14) utilizando la ecuación (1.21) para el producto escalar en términos de componentes.

EJECUTAR: La figura 6.20b nos dice que podemos escribir las tres fuerzas en términos de vectores unitarios:

$$\vec{T} = \hat{\imath}(-T \operatorname{sen}\theta) + \hat{\jmath} T \cos \theta$$
$$\vec{w} = \hat{\jmath}(-w)$$
$$\vec{F} = \hat{\imath} F$$

Para usar la ecuación (6.14), deberemos calcular el producto escalar de cada una de estas fuerzas con $d\vec{l}$. Utilizando la ecuación (1.21),

$$\vec{T} \cdot d\vec{l} = (-T \operatorname{sen}\theta)(ds \cos \theta) + (T \cos \theta)(ds \operatorname{sen}\theta) = 0$$
$$\vec{w} \cdot d\vec{l} = (-w)(ds \operatorname{sen}\theta) = -w \operatorname{sen}\theta \, ds$$
$$\vec{F} \cdot d\vec{l} = F(ds \cos \theta) = F \cos \theta \, ds$$

Puesto que $\vec{T} \cdot d\vec{l} = 0$, la integral de esta cantidad es cero y el trabajo efectuado por la tensión de la cadena es cero (como vimos en el ejemplo 6.9). Utilizando $ds = R d\theta$ como en el ejemplo 6.9, el trabajo efectuado por la fuerza de gravedad es

$$\int \vec{w} \cdot d\vec{l} = \int (-w \operatorname{sen}\theta)\, R d\theta) = -wR \int_0^{\theta_0} \operatorname{sen}\theta \, d\theta$$
$$= -wR(1 - \cos \theta_0)$$

El trabajo efectuado por la gravedad es negativo porque la gravedad tira hacia abajo mientras Tito se mueve hacia arriba. Por último, el trabajo efectuado por $\vec{F}$ es la integral $\int \vec{F} \cdot d\vec{l} = \int F \cos \theta \, ds$, que calculamos en el ejemplo 6.9; la respuesta es $+wR(1 - \cos \theta_0)$.

EVALUAR: Como comprobación de las respuestas, vemos que la suma de las tres cantidades de trabajo es cero. Esto es lo que concluimos en el ejemplo 6.9 empleando el teorema de trabajo-energía.

El método de componentes suele ser la forma más cómoda de calcular productos escalares. Úselo cuando facilite las cosas.

Evalúe su comprensión

Se están efectuando pruebas de resistencia a choques con un automóvil de 1000 kg, conduciéndolo a 20 m/s contra un resorte gigante cuya constante de fuerza es 1.6×10^4 N/m. ¿Cuánto trabajo efectúa el automóvil sobre el resorte mientras se detiene? ¿Cuánto trabajo efectúa el resorte sobre el automóvil? ¿Qué tanto se comprime el resorte? Haga caso omiso de la fricción.

6.4 | Potencia

La definición de trabajo no menciona el paso del tiempo. Si levantamos una pesa de 400 N una distancia vertical de 0.5 m con velocidad constante, realizamos (400 N) (0.5 m) = 200 J de trabajo sea que tardemos 1 segundo, 1 hora o 1 año. No obstante, muchas veces necesitamos saber con qué rapidez se efectúa trabajo. Describimos esto en términos de *potencia*. En el habla cotidiana, "potencia" suele ser sinónimo de "energía" o "fuerza". En física usamos una definición mucho más precisa: **potencia** es la *rapidez* con que se efectúa trabajo; al igual que el trabajo y la energía, es una cantidad escalar.

Si se realiza un trabajo ΔW en un intervalo Δt, el trabajo medio efectuado por unidad de tiempo o **potencia media** P_{med} se define como

$$P_{med} = \frac{\Delta W}{\Delta t} \qquad \text{(potencia media)} \qquad (6.15)$$

La rapidez con que se efectúa trabajo podría no ser constante. Aun si varía, podemos definir la **potencia instantánea** P como el límite del cociente de la ecuación (6.15) cuando Δt se aproxima a cero:

$$P = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{dW}{dt} \qquad \text{(potencia instantánea)} \qquad (6.16)$$

La unidad SI de potencia es el **watt** (W), llamada así por el inventor inglés James Watt. Un watt es un joule por segundo (1 W = 1 J/s). También son de uso común el kilowatt (1 kW = 10^3 W) y el megawatt (1 MW = 10^6 W). En el sistema inglés, el trabajo se expresa en pies-libra, y la unidad de potencia es el pie-libra por segundo. También se usa una unidad mayor, el *caballo de fuerza* (hp):

$$1 \text{ hp} = 550 \text{ ft}\cdot\text{lb/s} = 33{,}000 \text{ ft}\cdot\text{lb/min}$$

Es decir, un motor de 1 hp que trabaja con carga completa realiza 33,000 ft • lb de trabajo cada minuto. Un factor de conversión útil es

$$1 \text{ hp} = 746 \text{ W} = 0.746 \text{ kW}$$

es decir, un caballo de fuerza equivale a cerca de $\frac{3}{4}$ de kilowatt.

El watt es una unidad común de potencia *eléctrica*; una bombilla de 100 W convierte 100 J de energía eléctrica en luz y calor cada segundo, pero los watts no son inherentemente eléctricos. Una bombilla podría especificarse en términos de caballos de fuerza, y algunos fabricantes de autos especifican sus motores en términos de kilowatts, no hp.

Las unidades de potencia pueden servir para definir nuevas unidades de trabajo o energía. El *kilowatt-hora* (kWh) es la unidad comercial usual de energía eléctrica. Un kWh es el trabajo realizado en 1 hora (3600 s) cuando la potencia es 1 kW (10^3 J/s), así que

$$1 \text{ kWh} = (10^3 \text{ J/s})(3600 \text{ s}) = 3.6 \times 10^6 \text{ J} = 3.6 \text{ MJ}$$

El kilowatt-hora es una unidad de *trabajo* o *energía*, no de potencia.

En mecánica, también podemos expresar la potencia en términos de fuerza y velocidad. Suponga que una fuerza $\vec{F}$ actúa sobre un cuerpo que tiene un desplazamiento $\Delta\vec{s}$. Si $F_{\parallel}$ es la componente de $\vec{F}$ tangente a la trayectoria (paralela a $\Delta\vec{s}$), el trabajo realizado por la fuerza es $\Delta W = F_{\parallel}\,\Delta s$, y la potencia media es

$$P_{\text{med}} = \frac{F_{\parallel}\Delta s}{\Delta t} = F_{\parallel}\frac{\Delta s}{\Delta t} = F_{\parallel}v_{\text{med}} \tag{6.17}$$

La potencia instantánea P es el límite de esto cuando $\Delta t \to 0$:

$$P = F_{\parallel}v \tag{6.18}$$

donde v es la magnitud de la velocidad instantánea. También podemos expresar la ecuación (6.18) en términos del producto escalar:

$$P = \vec{F}\cdot\vec{v} \tag{6.19}$$

(rapidez instantánea con que la fuerza realiza trabajo sobre una partícula)

Ejemplo 6.11 Fuerza y potencia

Cada uno de los dos motores a reacción de un avión Boeing 767 desarrolla un empuje (fuerza hacia adelante sobre el avión) de 197,000 N (44,300 lb). Cuando el avión está volando a 250 m/s (900 km/h), ¿cuántos caballos de potencia desarrolla cada motor?

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR Y PLANTEAR: El empuje tiene la dirección del movimiento, así que $F_{\parallel}$ de la ecuación (6.18) es simplemente igual al empuje. La incógnita es la potencia instantánea P.

EJECUTAR: Con $v = 250$ m/s, cada motor desarrolla una potencia P dada por la ecuación (6.18):

$$P = F_{\parallel}v = (1.97 \times 10^5\ \text{N})(250\ \text{m/s}) = 4.93 \times 10^7\ \text{W}$$
$$= (4.93 \times 10^7\ \text{W})\frac{1\ \text{hp}}{746\ \text{W}} = 66{,}000\ \text{hp}$$

EVALUAR: La rapidez de los aviones comerciales modernos depende directamente con la potencia de los motores (Fig. 6.21). Los motores más grandes de los aviones de hélice de los años 50 desarrollaban aproximadamente 3400 hp (2.5×10^6 W) y tenían rapideces máximas del orden de 600 km/h. La potencia de cada motor de un Boeing 767 es casi 20 veces mayor, y permite al avión volar a cerca de 900 km/h y llevar una carga mucho más pesada.

¿Qué pasa si los motores están produciendo el empuje máximo mientras el avión está en reposo en tierra (con los frenos puestos)? Puesto que $v = 0$, la potencia desarrollada por los motores es *cero*. ¡Fuerza y potencia no son la misma cosa!

(a)

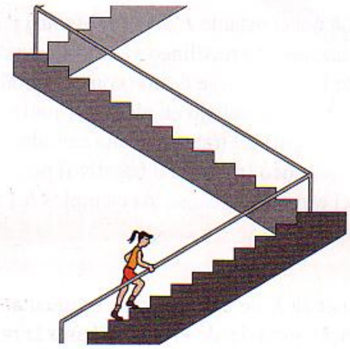
(b)

6.21 Aviones comerciales impulsados (a) por hélices y (b) por motores a reacción.

Ejemplo 6.12

Un "potente ascenso"

En un evento de caridad, una maratonista de 50.0 kg sube corriendo las escaleras de la Torre Sears de Chicago (443 m de altura, el edificio más alto de EE.UU.) (Fig. 6.22). ¿Qué potencia media en watts desarrolla si sube en 15.0 min? ¿En kilowatts? ¿En hp?



6.22 ¿Cuánta potencia se necesita para subir corriendo la Torre Sears de Chicago en 15 minutos?

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR Y PLANTEAR: Trataremos a la corredora como una partícula de masa m. Podemos calcular la potencia media que desarrolla de dos maneras: (1) determinando primero cuánto trabajo debe efectuar y dividiendo ese trabajo entre el tiempo transcurrido, como en la ecuación (6.15), o (2) calculando la fuerza media hacia arriba que la corredora debe ejercer (en la dirección del ascenso) y multiplicándola por su velocidad hacia arriba, como en la ecuación (6.17).

EJECUTAR: Como en el ejemplo 6.9, para levantar una masa m contra la gravedad se requiere una cantidad de trabajo igual al peso mg multiplicado por la altura h que se levanta. Por tanto, el trabajo que la corredora debe efectuar es

$$W = mgh = (50.0\ \text{kg})(9.80\ \text{m/s}^2)(443\ \text{m}) = 2.17 \times 10^5\ \text{J}$$

El tiempo es 15.0 min = 900 s, así que, por la ecuación (6.15), la potencia media es

$$P_{\text{med}} = \frac{2.17 \times 10^5\ \text{J}}{900\ \text{s}} = 241\ \text{W} = 0.241\ \text{kW} = 0.323\ \text{hp}$$

Intentemos ahora los cálculos empleando el enfoque alterno de la ecuación (6.17). La fuerza ejercida es vertical, y la componente vertical media de la velocidad es (443 m)/(900 s) = 0.492 m/s, así que la potencia media es

$$P_{\text{med}} = F_{\parallel} v_{\text{med}} = (mg)v_{\text{med}} = (50.0\ \text{kg})(9.80\ \text{m/s}^2)(0.492\ \text{m/s}) = 241\ \text{W}$$

que es el mismo resultado de antes.

EVALUAR: De hecho, la potencia *total* desarrollada por la corredora será muchas veces más que la calculada, porque ella no es una partícula, sino un conjunto de partes que ejercen fuerzas unas sobre otras y realizan trabajo, como el necesario para inhalar y exhalar y oscilar piernas y brazos. Lo que calculamos es sólo la parte de su gasto de potencia que se invierte en subirla al tope del edificio.

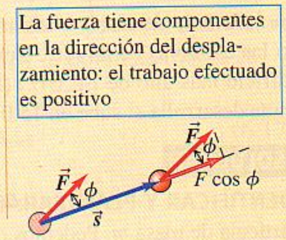
Evalúe su comprensión

En el ejemplo 6.2, ¿qué potencia está asociada a la fuerza F_T cuando el trineo se mueve a 2.0 m/s? ¿Qué potencia está asociada a la fuerza de fricción con esta rapidez?

RESUMEN

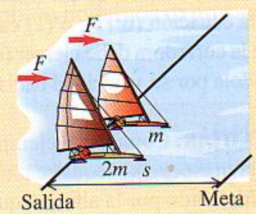
Cuando una fuerza constante $\vec{F}$ actúa sobre una partícula que sufre un desplazamiento rectilíneo $\vec{s}$, el trabajo realizado por la fuerza sobre la partícula se define como el producto escalar de $\vec{F}$ y $\vec{s}$. La unidad de trabajo en el SI es 1 joule = 1 newton-metro (1 J = 1 N • m). El trabajo es una cantidad escalar; tiene un signo algebraico (positivo o negativo) pero no tiene dirección en el espacio. (Véanse los ejemplos 6.1 a 6.3.)

$$W = \vec{F}\cdot\vec{s} = Fs\cos\phi$$
$$\phi = \text{ángulo entre } \vec{F} \text{ y } \vec{s} \qquad (6.2), (6.3)$$



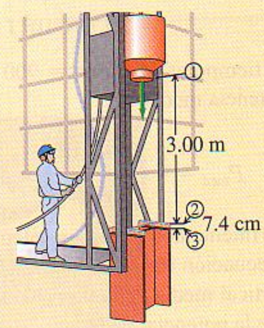
La energía cinética K de una partícula es igual al trabajo necesario para acelerarla desde el reposo hasta la rapidez v. También es igual al trabajo que la partícula puede efectuar en el proceso de detenerse. La energía cinética es una cantidad escalar sin dirección en el espacio; siempre es positiva o cero, y sus unidades son las mismas que las del trabajo: 1 J = 1 N • m = 1 kg • m²/s².

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \qquad (6.5)$$



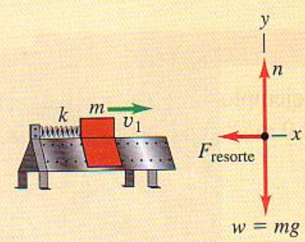
Cuando actúan fuerzas sobre una partícula mientras sufre un desplazamiento, la energía cinética de la partícula cambia en una cantidad igual al trabajo total W_{tot} realizado sobre ella por todas las fuerzas. Esta relación, llamada teorema de trabajo-energía, es válida para fuerzas tanto constantes como variables y para trayectorias tanto rectas como curvas de la partícula, pero sólo es aplicable a cuerpos que pueden tratarse como partículas. (Véanse los ejemplos 6.4 a 6.6.)

$$W_{tot} = K_2 - K_1 = \Delta K \qquad (6.6)$$



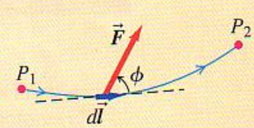
Si la fuerza varía durante un desplazamiento rectilíneo, el trabajo que realiza está dado por una integral [ecuación (6.7)]. (Véanse los ejemplos 6.7 y 6.8.)

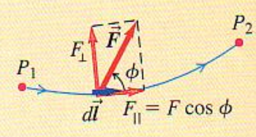
$$W = \int_{x_1}^{x_2} F_x\,dx \qquad (6.7)$$

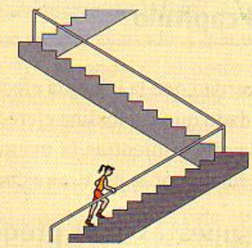


Si la partícula tiene una trayectoria curva, el trabajo efectuado por una fuerza $\vec{F}$ está dada por una integral en la que interviene el ángulo ϕ entre la fuerza y el desplazamiento. Esta expresión es válida aun si la magnitud de la fuerza y el ángulo ϕ varían durante el desplazamiento. (Véanse los ejemplos 6.9 y 6.10.)

$$W = \int_{P_1}^{P_2} F\cos\phi\,dl = \int_{P_1}^{P_2} F_{\parallel}\,dl$$
$$= \int_{P_1}^{P_2} \vec{F}\cdot d\vec{l} \qquad (6.14)$$





La potencia es la rapidez con que se efectúa trabajo. La potencia media P_{med} es la cantidad de trabajo ΔW realizada en un tiempo Δt dividida entre ese tiempo. La potencia instantánea es el límite de la potencia media cuando Δt se acerca a cero. Cuando una fuerza $\vec{F}$ actúa sobre una partícula que se mueve con velocidad $\vec{v}$, la potencia instantánea (rapidez con que la fuerza efectúa trabajo) es el producto escalar de $\vec{F}$ y $\vec{v}$. Al igual que el trabajo y la energía cinética, la potencia es una cantidad escalar. Su unidad en el SI es 1 watt = 1 joule/segundo (1 W = 1 J/s). (Véanse los ejemplos 6.11 y 6.12.)	$$P_{med} = \frac{\Delta W}{\Delta t} \quad (6.15)$$ $$P = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{dW}{dt} \quad (6.16)$$ $$P = \vec{F} \cdot \vec{v} \quad (6.19)$$	

Términos clave

constante de fuerza, 221
energía cinética, 214
joule, 208
ley de Hooke, 221
potencia, 227
potencia instantánea, 227
potencia media, 227
teorema de trabajo-energía, 214
trabajo, 208
watt, 227

Notas del lector

Respuesta a la pregunta inicial del capítulo

Es verdad que la jabalina efectúa trabajo sobre la atleta. Sin embargo, dado que la jabalina ejerce una fuerza hacia atrás sobre la mano de la atleta mientras la mano se mueve hacia adelante, el trabajo efectuado por la jabalina es *negativo.* (Véase la sección 6.1).

Respuestas a las preguntas de Evalúe su comprensión

Sección 6.1 En todos los casos, la barra tiene cero aceleración, así que la fuerza neta que actúa sobre ella es cero. Por tanto, el levantador de pesas debe ejercer una fuerza hacia arriba cuya magnitud es igual al peso de la barra, 500 N. (a) La fuerza y el desplazamiento tienen la misma dirección, así que $W = Fs = (500\text{ N})(1.5\text{ m}) = 750\text{ J}$. (b) El desplazamiento es cero, así que $W = 0$. (c) El desplazamiento es opuesto a la fuerza, así que $W = -Fs = -(500\text{ N})(1.5\text{ m}) = -750\text{ J}$
Sección 6.2 El trabajo que el lanzador efectuó sobre la pelota es igual al cambio de energía cinética que le produjo. Ese trabajo es igual al producto de la fuerza media horizontal F que aplicó y el desplazamiento $s = 2.0$ m. La energía cinética inicial K_1 era cero (la pelota estaba inicialmente en reposo), y la final $K_2 = \frac{1}{2}mv_2^2 = \frac{1}{2}(0.145\text{ kg})(40\text{ m/s})^2 = 116\text{ J}$. Así pues, por el teorema de trabajo-energía, $F(2.0\text{ m}) = 116\text{ J} - 0$ y $F = (116\text{ J})/(2.0\text{ m}) = 58\text{ N}$.
Sección 6.3 Al detenerse el auto, efectúa sobre el resorte un trabajo igual a su energía cinética inicial: $\frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}(1000\text{ kg})(20\text{ m/s})^2 = 2.0 \times 10^5\text{ J}$. El trabajo efectuado por el resorte sobre el auto es el negativo de este valor, -2.0×10^5 J. Por la ecuación (6.10), el trabajo que el automóvil efectúa sobre el resorte es $\frac{1}{2}kx_2^2 - \frac{1}{2}kx_1^2$; el resorte no está comprimido inicialmente, así que $x_1 = 0$ y $2.0 \times 10^5\text{ J} = \frac{1}{2}kx_2^2 = \frac{1}{2}(1.6 \times 10^4\text{ N/m})x_2^2$. Despejando, obtenemos $x_2 = 5.0$ m o -5.0 m; en este caso, el signo menos es el apropiado porque el resorte se comprime. Por tanto, el resorte se comprime 5.0 m.
Sección 6.4 La componente de la fuerza F_T en la dirección del movimiento del trineo es $F_\parallel = F_T \cos 36.9°$, con $F_T = 5000$ N. Por tanto, la potencia es $P = F_\parallel v = (5000\text{ N})(\cos 36.9°)(2.0\text{ m/s}) = 8000$ W. Para la fuerza de fricción, $F_\parallel = -f = -3500$ N; el signo menos indica que la fuerza es opuesta a la velocidad. Así, la potencia por fricción es $P = F_\parallel v = (-3500\text{ N})(2.0\text{ m/s}) = -7000\text{ W}$. Dicho de otro modo, la fuerza de fricción efectúa 7000 J de trabajo *negativo* sobre el trineo cada segundo.

Preguntas para análisis

P6.1 En el caso de una fuerza constante en la dirección del desplazamiento, ¿cómo puede efectuarse el doble de trabajo con una fuerza de la mitad de la magnitud?
P6.2 Un elevador es subido por sus cables con rapidez constante. ¿El trabajo realizado sobre él es positivo, negativo o cero? Explique.
P6.3 Se tira de una cuerda atada a un cuerpo y éste se acelera. Según la tercera ley de Newton, el cuerpo tira de la cuerda con una fuerza igual y opuesta. ¿Es cero el trabajo total realizado? Si así es, ¿cómo puede cambiar la energía cinética del cuerpo? Explique.
P6.4 Cuando se usa un gato para levantar un auto, se ejerce una fuerza de mucha menor magnitud que el peso del auto. ¿Implica esto que se efectúa mucho menos trabajo sobre el auto que si éste se levantara directamente? Explique.
P6.5 Si hubiera una fuerza neta distinta de cero y de magnitud constante sobre un objeto, ¿el trabajo total realizado sobre él podría ser cero? Explique, ilustrando su respuesta con un ejemplo.
P6.6 En el ejemplo 5.5 (sección 5.1), compare el trabajo realizado sobre la cubeta por la tensión del cable y el realizado sobre el carro por dicha tensión.
P6.7 En el ejemplo 5.21 (sección 5.4), ¿la fuerza $\vec{F}$ realiza trabajo sobre el trineo? Explique. ¿Alguna de las fuerzas aplicadas al trineo realiza trabajo sobre él? ¿Es constante la rapidez del trineo? ¿Es constante su velocidad? Explique sus respuestas.
P6.8 En el ejemplo 5.11 (sección 5.2) la gravedad efectúa trabajo sobre el tobogán que viaja una distancia d cuesta abajo, midiendo d paralela a la pendiente. La magnitud de la fuerza de gravedad depende de la masa del tobogán y su contenido pero no del ángulo de pendiente α de la colina. Para una distancia constante d, ¿el *trabajo* realizado por la gravedad depende de α? Explique.
P6.9 Una fuerza $\vec{F}$ sobre el eje x tiene magnitud que depende de x. Dibuje una posible gráfica de F contra x tal que la fuerza no realice trabajo sobre un objeto que se mueve de x_1 a x_2, aunque la magnitud de la fuerza nunca sea cero en este intervalo.
P6.10 ¿La energía cinética de un auto cambia más al acelerar de 10 a 15 m/s o de 15 a 20 m/s? Explique.
P6.11 Un tabique de 1.5 kg cae verticalmente a 5.0 m/s. Un libro de física de 1.5 kg se desliza sobre el piso a 5.0 m/s. Un melón de 1.5 kg viaja con componentes de velocidad de 3.0 m/s a la derecha y 4.0 m/s hacia arriba. ¿Todos estos objetos tienen la misma velocidad? ¿Tienen la misma energía cinética? Para cada pregunta, justifique su respuesta.
P6.12 ¿El trabajo *total* efectuado sobre un objeto durante un desplazamiento puede ser negativo? Explique. Si el trabajo total es negativo, ¿puede su magnitud ser mayor que la energía cinética inicial del objeto? Explique.
P6.13 Una fuerza neta actúa sobre un objeto y lo acelera desde el reposo hasta una rapidez v_1, efectuando un trabajo W_1. ¿En qué factor debe aumentarse ese trabajo para lograr una rapidez final tres veces mayor, si el objeto parte del reposo?
P6.14 Un camión que va por una autopista tiene mucha energía cinética relativa a una patrulla detenida, pero ninguna relativa al conductor del camión. En estos dos marcos de referencia, ¿se requiere el mismo trabajo para detener el camión? Explique.
P6.15 Imagine que sostiene un portafolios por el asa, con el brazo recto a su costado. ¿La fuerza que la mano ejerce efectúa trabajo sobre el portafolios i) cuando usted camina con rapidez constante por un pasillo horizontal? ii) ¿Cuando usa una escalera eléctrica para subir del primer al segundo piso de un edificio? Justifique su respuesta en cada caso.
P6.16 Si un libro se desliza sobre una mesa, la fuerza de fricción realiza trabajo negativo sobre él. ¿Existe algún caso en que la fricción realice trabajo *positivo*? Explique. (*Sugerencia:* Piense en una caja en un camión que acelera, con fricción entre ella y el piso del camión.)
P6.17 Cronométrese al subir corriendo una escalera y calcule la tasa media con que efectúa trabajo contra la fuerza de gravedad. Exprese su respuesta en watts y en caballos de fuerza.

P6.18 Si se aplica una fuerza constante a un objeto que se mueve con aceleración constante, ¿es constante la potencia de la fuerza? Si no, ¿cómo tendría que variar la fuerza con la rapidez para que la potencia fuera constante?

P6.19 Un anuncio de un generador eléctrico portátil asegura que el motor a diesel produce 28,000 hp para impulsar un generador eléctrico que produce 30 MW de potencia eléctrica. ¿Es esto posible? Explique.

P6.20 Un auto aumenta su rapidez mientras el motor produce potencia constante. ¿La aceleración es mayor al principio de este proceso o al final? Explique.

P6.21 Considere una gráfica de potencia instantánea contra tiempo, cuyo eje P vertical comienza en $P = 0$. ¿Qué significado físico tiene el área bajo la curva entre dos líneas verticales en t_1 y t_2? ¿Cómo podría calcular la potencia media a partir de la gráfica? Dibuje una curva de P contra t que conste de dos secciones rectas y en la que la potencia máxima sea igual al doble de la potencia media.

P6.22 Una fuerza neta distinta de cero actúa sobre un objeto. ¿Alguna de las cantidades siguientes puede ser constante? i) La rapidez del objeto; ii) la velocidad del objeto; iii) la energía cinética del objeto.

Ejercicios

Sección 6.1 Trabajo

6.1 Imagine que empuja su libro de física 1.50 m sobre una mesa horizontal con fuerza horizontal de 2.40 N. La fuerza de fricción opuesta es de 0.600 N. a) ¿Cuánto trabajo efectúa la fuerza de 2.40 N sobre el libro? b) ¿Y la de fricción? c) ¿Qué trabajo total se efectúa sobre el libro?

6.2 Un viejo cubo de roble de 6.75 kg cuelga en un pozo del extremo de una cuerda que pasa sobre una polea sin fricción en la parte superior del pozo, y usted tira de la cuerda horizontalmente para levantar el cubo lentamente 4.00 m. a) ¿Cuánto trabajo efectúa Ud. sobre el cubo? b) ¿Y la fuerza gravitacional que actúa sobre el cubo? c) ¿Qué trabajo total se realiza sobre el cubo?

6.3 Un pescador enrolla 12.0 m de sedal al tirar de un pez que ejerce una resistencia constante de 25.0 N. Si se tira con velocidad constante, ¿cuánto trabajo realiza sobre el pez la tensión del sedal?

6.4 Un obrero empuja horizontalmente una caja de 30.0 kg una distancia de 4.5 m en un piso plano, con velocidad constante. El coeficiente de fricción cinética entre el piso y la caja es de 0.25. a) ¿Qué magnitud de fuerza debe aplicar el obrero? b) ¿Cuánto trabajo efectúa sobre la caja? c) ¿Cuánto trabajo efectúa la fricción sobre la caja? d) ¿Cuánto trabajo realiza la fuerza normal? ¿La gravedad? e) ¿Qué trabajo total se efectúa sobre la caja?

6.5 Suponga que el obrero del ejercicio 6.4 empuja con un ángulo de 30° bajo la horizontal. a) ¿Qué magnitud de fuerza debe aplicar para mover la caja con velocidad constante? b) ¿Qué trabajo realiza esta fuerza sobre la caja si se empuja 4.5 m? c) ¿Qué trabajo realiza la fricción sobre la caja en este desplazamiento? d) ¿Cuánto trabajo realiza la fuerza normal? ¿La gravedad? e) ¿Qué trabajo total se efectúa sobre la caja?

6.6 Una lancha tira de una esquiadora con una cuerda horizontal. Ella esquía hacia un lado, hasta que la cuerda forma un ángulo de 15.0° con su dirección de movimiento, y luego sigue en línea recta. La tensión en la cuerda es de 180 N. ¿Cuánto trabajo realiza la cuerda sobre el esquiador durante un desplazamiento de 300 m?

6.7 Dos remolcadores tiran de un buque tanque averiado. Cada uno ejerce una fuerza constante de 1.80×10^6 N, uno 14° al oeste del norte y el otro 14° al este del norte, tirando del buque tanque 0.75 km al norte. ¿Qué trabajo total efectúan sobre el buque tanque?

6.8 Un carrito de supermercado cargado rueda por un estacionamiento por el que sopla un viento fuerte. Usted aplica una fuerza constante $\vec{F} = (30\ \mathrm{N})\hat{\imath} - (40\ \mathrm{N})\hat{\jmath}$ al carrito mientras éste sufre un desplazamiento $\vec{s} = (-9.0\ \mathrm{m})\hat{\imath} - (3.0\ \mathrm{m})\hat{\jmath}$. ¿Cuánto trabajo efectúa la fuerza que usted aplica al carrito?

6.9 Una pelota de 0.800 kg se ata al extremo de un cordón de 1.60 m de longitud y se hace girar en un círculo vertical. a) Durante un círculo completo, contando a partir de cualquier punto, calcule el trabajo total efectuado sobre la pelota por: (i) la tensión en el cordón; (ii) la gravedad. b) Repita la parte (a) para el movimiento a lo largo del semicírculo que va del cenit al nadir de la trayectoria.

Sección 6.2 Trabajo y energía cinética

6.10 a) Calcule la energía cinética, en joules, de un auto de 1600 kg que viaja a 50.0 km/h. b) ¿En qué factor cambia la energía cinética si se duplica la rapidez?

6.11 **T. Rex.** Se cree que la masa de un *Tyrannosaurus rex* era del orden de 7000 kg. a) Trate al dinosaurio como una partícula y estime su energía cinética al caminar con rapidez de 4.0 km/h. b) ¿Con qué rapidez tendría que moverse una persona de 70 kg para tener la misma energía cinética que el *T. rex* al caminar?

6.12 a) ¿Cuántos joules de energía cinética tiene una persona al caminar? ¿Y al correr? b) ¿Cuántos joules de energía cinética tiene un automóvil grande que avanza a velocidades de autopista? c) Si dejamos caer una pesa de 1 kg desde la altura del hombro, ¿cuántos joules de energía cinética tendrá al llegar al suelo?

6.13 Imagine que pertenece a la Cuadrilla de Rescate Alpino y debe proyectar hacia arriba una caja de suministros por una pendiente de ángulo constante α de modo que llegue a un esquiador varado que está una distancia vertical h sobre la base de la pendiente. La pendiente es resbalosa, pero hay cierta fricción presente, con coeficiente de fricción cinética μ_k. Use el teorema de trabajo-energía para calcular la rapidez mínima que debe impartir a la caja en la base de la pendiente para que llegue al esquiador. Exprese su respuesta en términos de g, h, μ_k y α.

6.14 Se lanza una piedra de 20 N verticalmente hacia arriba desde el suelo. Se observa que, cuando está 15.0 m sobre el suelo, viaja con velocidad de 25.0 m/s hacia arriba. Use el teorema de trabajo-energía para determinar a) su rapidez en el momento de ser lanzada; b) su altura máxima.

6.15 Una masa m baja deslizándose por un plano inclinado liso que forma un ángulo α con la horizontal, desde una altura vertical inicial h. a) El trabajo efectuado por una fuerza es la sumatoria del trabajo efectuado por las componentes de la fuerza. Considere las componentes de la gravedad paralela y perpendicular al plano. Calcule el trabajo efectuado sobre la masa por cada componente y use estos resultados para demostrar que el trabajo efectuado por la gravedad es exactamente el mismo que efectuaría si la masa cayera verticalmente por el aire desde una altura h. b) Use el teorema de trabajo-energía para demostrar que la rapidez de la masa en la base del plano inclinado es la misma que tendría si se hubiera dejado caer desde la altura h, sea cual sea el ángulo α del plano. Explique cómo esta rapidez puede ser independiente del ángulo del plano. c) Use los resultados de la parte (b) para obtener la rapidez de una piedra que baja deslizándose por una colina helada sin fricción, partiendo del reposo 15.0 m arriba del pie de la colina.

6.16 Un auto es detenido por una fuerza de fricción constante independiente de la rapidez del auto. ¿En qué factor cambia la distancia en que se detiene el auto si se duplica su rapidez inicial? (Utilice métodos de trabajo-energía.)

6.17 Una pelota de béisbol sale de la mano del lanzador con rapidez de 32.0 m/s. La masa de la pelota es 0.145 kg. Haga caso omiso de la resistencia del aire. ¿Cuánto trabajo efectuó el lanzador sobre la bola?

6.18 Velero de hielo. En el ejemplo conceptual 6.6 (sección 6.2), sea A el bote de masa m y el otro, de masa $2m$, B. a) En la meta, ¿qué razón v_A/v_B tienen las rapideces de los dos botes? b) Sea t_A el tiempo que tarda A en llegar a la meta, y t_B, el que tarda B. ¿Cuánto vale t_B/t_A?

6.19 Un electrón en movimiento tiene energía cinética K_1. Después de realizarse sobre él una cantidad neta de trabajo W, se mueve con una cuarta parte de su rapidez anterior y en la dirección opuesta. a) Calcule W en términos de K_1. b) ¿Su respuesta depende de la dirección final del movimiento del electrón?

6.20 Un trineo de 8.00 kg se mueve en línea recta sobre una superficie horizontal sin fricción. En cierto punto, su rapidez es de 4.00 m/s; 2.50 m más adelante, es de 6.00 m/s. Use el teorema de trabajo-energía para determinar la fuerza que actúa sobre el trineo, suponiendo que es constante y actúa en la dirección del movimiento.

6.21 Un balón de fútbol soccer de 0.420 kg se mueve inicialmente con rapidez de 2.00 m/s. Una jugadora lo patea, ejerciendo una fuerza constante de 40.0 N en la dirección del movimiento del balón. ¿Durante qué distancia debe estar su pie en contacto con el balón para aumentar la rapidez de éste a 6.00 m/s?

6.22 Un "12-pack" de Omni-Cola (masa de 4.30 kg) está en reposo en un piso horizontal. Luego, un perro entrenado que ejerce una fuerza horizontal con magnitud de 36.0 N lo empuja 1.20 m en línea recta. Use el teorema de trabajo-energía para determinar la rapidez final si a) no hay fricción entre el 12-pack y el piso; b) el coeficiente de fricción cinética entre el 12-pack y el piso es de 0.30.

6.23 Una bola de béisbol de 0.145 kg se lanza hacia arriba con rapidez inicial de 25.0 m/s. a) ¿Cuánto trabajo ha realizado la gravedad sobre ella cuando alcanza una altura de 20.0 m sobre la mano del lanzador? b) Use el teorema de trabajo-energía para calcular la rapidez de la bola a esa altura. Haga caso omiso de la resistencia del aire. c) ¿La respuesta a la parte (b) depende de si la bola se está moviendo hacia arriba o hacia abajo cuando está a la altura de 20.0 m? Explique.

6.24 Una sandía de 4.80 kg se deja caer (rapidez inicial cero) desde la azotea de un edificio de 25.0 m. a) Calcule el trabajo realizado por la gravedad sobre la sandía durante su desplazamiento desde la azotea hasta la acera. ¿Qué energía cinética tiene la sandía justo antes de estrellarse contra el suelo? Haga caso omiso de la resistencia del aire.

6.25 Un vagón de juguete de 7.00 kg se mueve en línea recta sobre una superficie horizontal sin fricción. Tiene rapidez inicial de 4.00 m/s y luego es empujado 3.0 m en la dirección de la velocidad inicial por una fuerza de 10.0 N. a) Use el teorema de trabajo-energía para calcular la rapidez final del vagón. b) Calcule la aceleración producida por la fuerza y úsela en las relaciones de cinemática del capítulo 2 para calcular la rapidez final. Compare este resultado con el de la parte (a).

6.26 Un bloque de hielo de 2.00 kg se desliza 0.750 m hacia abajo por un plano inclinado 36.9° bajo la horizontal. Si el bloque parte del reposo, ¿qué rapidez final tiene? Puede despreciarse la fricción.

6.27 Distancia de paro. Un auto viaja por un camino horizontal con rapidez v_0 en el instante en que los frenos se amarran, de modo que las llantas se deslizan en lugar de rodar. a) Use el teorema de trabajo-energía para calcular la distancia mínima en que puede detenerse el auto en términos de v_0, g y el coeficiente de fricción cinética μ_k entre las llantas y el camino. b) El auto se detiene en 91.2 m si $v_0 = 80.0$ km/h. ¿En qué distancia se detiene si $v_0 = 60.0$ km/h? Suponga que el valor de μ_k no varía.

Sección 6.3 Trabajo y energía con fuerzas variables

6.28 Se requiere un trabajo de 12.0 J para estirar un resorte 3.00 cm respecto a su longitud no estirada. ¿Cuánto trabajo debe efectuarse para comprimir ese resorte 4.00 cm respecto a su longitud no estirada?

6.29 Una fuerza de 160 N estira un resorte 0.050 m más allá de su longitud no estirada. a) ¿Qué fuerza se requiere para un estiramiento de 0.015 m? ¿Para una compresión de 0.020 m respecto a la longitud no estirada? b) ¿Cuánto trabajo debe efectuarse en los dos casos de la parte (a)?

6.30 Una niña aplica una fuerza $\vec{F}$ paralela al eje x a un trineo de 10.0 kg que se mueve sobre la superficie congelada de un estanque. La niña controla la rapidez del trineo, y la componente x de la fuerza que aplica varía con la coordenada x del objeto como se muestra en la figura 6.23. Calcule el trabajo efectuado por $\vec{F}$ cuando el trineo se mueve a) de $x = 0$ a $x = 8.0$ m; b) de $x = 8.0$ m a $x = 12.0$ m; c) de $x = 0$ a $x = 12.0$ m.

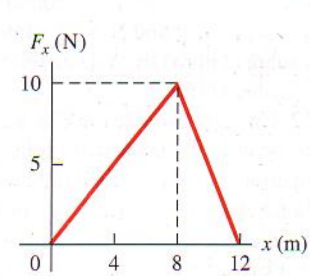


Figura 6.23 Ejercicios 6.30 y 6.31.

6.31 Suponga que el trineo del ejercicio 6.30 está inicialmente en reposo en $x = 0$. Use el teorema de trabajo-energía para determinar la rapidez del trineo en a) $x = 8.0$ m; b) $x = 12.0$ m. Puede despreciarse la fricción entre el trineo y la superficie del estanque.

6.32 Una vaca terca trata de salirse del establo mientras usted la empuja cada vez con más fuerza para impedirlo. En coordenadas cuyo origen es la puerta del establo, la vaca camina de $x = 0$ a $x = 6.9$ m mientras usted aplica una fuerza con componente x $F_x = -[20.0\text{ N} + (3.0\text{ N/m})x]$. ¿Cuánto trabajo efectúa sobre la vaca la fuerza que usted aplica durante este desplazamiento?

6.33 Una caja de 6.0 kg que se mueve a 3.0 m/s sobre una superficie horizontal sin fricción choca con un resorte ligero cuya constante de fuerza es de 75 N/cm. Use el teorema de trabajo-energía para determinar la compresión máxima del resorte.

6.34 "Press" de piernas. Como parte de su ejercicio diario, usted se acuesta boca arriba y empuja con los pies una plataforma conectada a dos resortes firmes paralelos. Al empujar la plataforma, Ud.

comprime los resortes. Realiza 80.0 J de trabajo al comprimir los resortes 0.200 m respecto a su longitud no comprimida. a) ¿Qué fuerza debe aplicar para mantener la plataforma en esta posición? b) ¿Cuánto trabajo *adicional* debe realizar para mover la plataforma 0.200 m más, y qué fuerza máxima debe aplicar?

6.35 a) En el ejemplo 6.8 (sección 6.3), se calcula que, con el riel de aire apagado, el deslizador viaja 8.6 cm antes de parar momentáneamente. ¿Qué valor debe tener el coeficiente de fricción estática μ_s para evitar que el deslizador regrese a la izquierda? b) Si μ_s entre el deslizador y el riel es de 0.60, ¿qué rapidez inicial máxima v_1 puede imprimirse al deslizador sin que regrese a la izquierda luego de detenerse momentáneamente? Con el riel desactivado, el coeficiente de fricción cinética es $\mu_k = 0.47$.

6.36 Un bloque de hielo de 4.00 kg se coloca contra un resorte horizontal con $k = 200$ N/m, comprimido 0.025 m. El resorte se suelta y acelera al bloque sobre una superficie horizontal. Pueden despreciarse la fricción y la masa del resorte. a) Calcule el trabajo efectuado por el resorte sobre el bloque desde la posición inicial hasta que el resorte recupera su longitud no comprimida. b) ¿Qué rapidez tiene el bloque al perder contacto con el resorte?

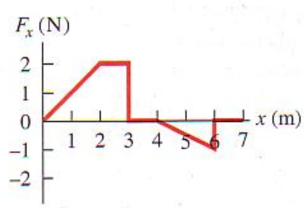


Figura 6.24 Ejercicios 6.37 y 6.38.

6.37 Se aplica a un automóvil modelo de 2.0 kg, controlado por radio, una fuerza $\vec{F}$ paralela al eje x, mientras el auto se mueve por una pista recta. La componente x de la fuerza varía con la coordenada x del auto como se muestra en la figura 6.24. Calcule el trabajo efectuado por $\vec{F}$ cuando el auto se mueve de a) $x = 0$ a $x = 3.0$ m; b) $x = 3.0$ m a $x = 4.0$ m; c) $x = 4.0$ m a $x = 7.0$ m; d) $x = 0$ a $x = 7.0$ m; e) $x = 7.0$ m a $x = 2.0$ m.

6.38 Suponga que el auto de 2.0 kg del ejercicio 6.37 está inicialmente en reposo en $x = 0$ y que $\vec{F}$ es la fuerza neta que actúa sobre el auto. Use el teorema de trabajo-energía para determinar la rapidez del auto en a) $x = 3.0$ m; b) $x = 4.0$ m; c) $x = 7.0$ m.

6.39 En un parque acuático, trineos con pasajeros se impulsan por una superficie horizontal sin fricción liberando un gran resorte comprimido. El resorte, con constante de fuerza $k = 4000$ N/m y masa despreciable, descansa sobre la superficie horizontal sin fricción. Un extremo está en contacto con una pared fija; un trineo con pasajero (masa total 70.0 kg) se empuja contra el otro extremo, comprimiendo el resorte 0.375 m. Luego se libera el trineo con velocidad inicial cero. ¿Qué rapidez tiene el trineo cuando el resorte a) regresa a su longitud no comprimida? b) ¿Está aún comprimido 0.200 m?

6.40 En el ejemplo 6.9 (sección 6.3), en lugar de aplicar una fuerza horizontal variable $\vec{F}$ que mantiene a Tito casi en equilibrio, usted aplica una fuerza horizontal constante de magnitud $F = 2w$; donde w es el peso de Tito. Al igual que en ese ejemplo, considere a Tito como partícula y desprecie el peso del columpio. Ud. empuja hasta que las cadenas forman un ángulo de θ_0 con la horizontal. a) Use la ecuación (6.14) para calcular el trabajo efectuado sobre Tito por $\vec{F}$. b) Con el ángulo θ_0, ¿qué relación hay entre la magnitud de $\vec{F}$ en este ejercicio y en el ejemplo 6.7? c) Compare el trabajo realizado por $\vec{F}$ en este ejercicio con el del ejemplo 6.7.

6.41 Un deslizador pequeño de 0.0900 kg se coloca contra un resorte comprimido en la base de un riel de aire inclinado 40.0° sobre la horizontal. El resorte tiene $k = 640$ N/m y masa despreciable. Al soltarse el resorte, el deslizador viaja una distancia máxima de 1.80 m sobre el riel antes de deslizarse hacia abajo. Antes de alcanzar esta distancia máxima, el deslizador pierde contacto con el resorte. a) ¿Qué distancia se comprimió originalmente el resorte? b) Cuando el deslizador ha recorrido 0.80 m por el riel desde su posición inicial contra el resorte comprimido, ¿está todavía en contacto con el resorte? ¿Qué energía cinética tiene en ese punto?

6.42 Un albañil ingenioso construye un aparato para disparar tabiques hasta arriba de la pared en la que está trabajando. Se coloca un tabique sobre un resorte vertical comprimido con $k = 450$ N/m y masa despreciable. Al soltarse el resorte, el tabique es empujado hacia arriba. Si un tabique de 1.80 kg debe alcanzar una altura máxima de 3.6 m sobre su posición inicial, ¿qué distancia debe comprimirse el resorte? (El tabique pierde contacto con el resorte cuando éste recupera su longitud no comprimida. ¿Por qué?)

Sección 6.4 Potencia

6.43 ¿Cuántos joules de energía consume una bombilla de 100 watts cada hora? ¿Con qué rapidez tendría que correr una persona de 70 kg para tener esa cantidad de energía?

6.44 Una piedra de 20.0 kg se desliza por una superficie horizontal áspera a 8.0 m/s y finalmente se para debido a la fricción. El coeficiente de fricción cinética entre la piedra y la superficie es de 0.200. ¿Cuánta potencia térmica media se produce al detenerse la piedra?

6.45 Un equipo de dos personas en una bicicleta tándem debe vencer una fuerza de 165 N para mantener una rapidez de 9.00 m/s. Calcule la potencia requerida por ciclista, suponiendo contribuciones iguales. Exprese su respuesta en watts y en caballos de fuerza.

6.46 El consumo total de energía eléctrica en EE.UU. es del orden de 1.0×10^{19} J/año. a) Exprese la tasa media de consumo de energía eléctrica en watts. b) Si la población de ese país es de 260 millones, determine la tasa media de consumo por persona. c) El Sol transfiere energía a la Tierra por radiación a razón de 1.0 kW por m^2 de superficie, aproximadamente. Si esta energía pudiera recolectarse y convertirse en energía eléctrica con eficiencia del 40%, ¿qué área (en km^2) se requeriría para recolectar la energía eléctrica gastada por EE.UU.?

6.47 Cuando el motor de 75 kW (100 hp) está desarrollando su potencia máxima, un pequeño avión monomotor con masa de 700 kg gana altitud a razón de 2.5 m/s (150 m/min). ¿Qué fracción de la potencia del motor se está invirtiendo en hacer que el avión ascienda? (El resto se usa para vencer la resistencia del aire o se pierde por ineficiencias en la hélice y el motor.)

6.48 **Trabajar como caballo.** Imagine que trabaja levantando cajas de 30 kg una distancia vertical de 0.90 m del suelo a un camión. a) ¿Cuántas cajas tendría que cargar en el camión en 1 min para que su gasto medio de potencia invertido en levantar las cajas fuera de 0.50 hp? b) ¿Y para que fuera de 100 W?

6.49 Un elevador vacío tiene masa de 600 kg y está diseñado para subir con rapidez constante una distancia vertical de 20.0 m (5 pisos) en 16.0 s. Es impulsado por un motor capaz de suministrar 40 hp al elevador. ¿Cuántos pasajeros como máximo pueden subir en el elevador? Suponga una masa de 65.0 kg por pasajero.

6.50 El martillo de un martinete pesa 3800 N y debe levantarse verticalmente 2.80 m con rapidez constante en 4.00 s. ¿Qué potencia en hp debe alimentar el motor al martillo?

6.51 El portaaviones *John F. Kennedy* tiene una masa de 7.4×10^7 kg. Cuando sus máquinas desarrollan su potencia máxima de 280,000 hp, la nave viaja con su rapidez máxima de 35 nudos (65 km/h). Si el 70% de esa potencia se dedica a empujar la nave por el agua, ¿qué magnitud tiene la fuerza de resistencia del agua que se opone al movimiento del portaaviones a esta velocidad?

6.52 Un "remolcador" de esquiadores opera en una ladera de 15.0° con longitud de 300 m. La cuerda se mueve a 12.0 km/h y se suministra potencia para remolcar 50 pasajeros (de 70.0 kg en promedio) a la vez. Estime dicha potencia.

6.53 Una partícula se acelera del reposo con una fuerza neta constante. a) Demueste que la potencia instantánea provista por la fuerza es ma^2t. b) ¿En qué factor debe aumentarse la potencia para triplicar la aceleración? c) En $t = 5.0$ s, la potencia suministrada por la fuerza neta es de 36 W. ¿Qué potencia se necesita en $t = 15.0$ s para mantener una aceleración constante?

6.54 Demuestre que la potencia instantánea P suministrada por la fuerza neta que actúa sobre una partícula está relacionada con la energía cinética K de la partícula por $P = dK/dt$.

6.55 Un insecto volador representativo aplica una fuerza media igual al doble de su peso durante cada aleteo hacia abajo cuando se cierne en el aire. Suponga que la masa del insecto es de 10 g y que las alas recorren una distancia media vertical de 1.0 cm en cada aleteo. Suponiendo 100 aleteos por segundo, estime el gasto medio de potencia del insecto.

Problemas

6.56 Barra giratoria. Una barra delgada y uniforme con masa de 12.0 kg y longitud de 2.00 m gira uniformemente alrededor de un pivote en un extremo, describiendo 5.00 revoluciones completas cada 3.00 segundos. ¿Qué energía cinética tiene esta barra? (*Sugerencia:* Los diferentes puntos de la barra tienen diferente velocidad. Divida la barra en segmentos infinitesimales de masa dm e integre para obtener la energía cinética total de todos estos segmentos.)

6.57 Un transportador de equipaje tira de una maleta de 20.0 kg para subirla por una rampa inclinada 25.0° sobre la horizontal con una fuerza $\vec{F}$ de magnitud 140 N que actúa paralela a la rampa. El coeficiente de fricción cinética entre la rampa y la maleta es $\mu_k = 0.300$. Si la maleta viaja 3.80 m en la rampa, calcule el trabajo realizado sobre la maleta por a) $\vec{F}$; b) la fuerza gravitacional, c) la fuerza normal, d) la fuerza de fricción, e) todas las fuerzas (el trabajo total hecho sobre la maleta). f) Si la rapidez de la maleta es cero en la base de la rampa, ¿qué rapidez tiene después de haber subido 3.80 m por la rampa?

6.58 Dominadas. Al hacer una "dominada", un hombre levanta su cuerpo 0.40 m. a) ¿Cuánto trabajo efectúa por kilogramo de masa corporal? b) Los músculos que intervienen en el movimiento pueden generar aproximadamente 70 J de trabajo por kilogramo de masa muscular. Si el hombre apenas logra hacer una dominada de 0.40 m, ¿qué porcentaje de la masa de su cuerpo corresponde a esos músculos? (Como comparación, el porcentaje *total* de músculo en un hombre representativo de 70 kg con el 14% de grasa corporal es cercano al 43%.) c) Repita la parte (b) para el pequeño hijo de nuestro hombre, cuyos brazos tienen la mitad de la longitud pero cuyos músculos también pueden generar 70 J de trabajo por kilogramo de masa muscular. d) Los adultos y niños tienen aproximadamente el mismo porcentaje de músculo en su cuerpo. Explique por qué para los niños suele ser más fácil hacer dominadas que para sus padres.

6.59 Máquinas simples. Se instalan rampas para discapacitados porque un peso w puede levantarse con una fuerza relativamente pequeña igual a w sen α más la pequeña fuerza de fricción. Estos planos inclinados son un ejemplo de una clase de dispositivos llamados *máquinas simples*. Se aplica una fuerza de entrada F_e al sistema y produce una fuerza de salida F_s aplicada al objeto que se mueve. En una máquina simple, el cociente F_s/F_e se llama ventaja mecánica real (AMA, por sus siglas en inglés). La razón inversa de las distancias que los puntos de aplicación de estas fuerzas se desplazan durante el movimiento del objeto, s_e/s_s, es la ventaja mecánica ideal (IMA, por sus siglas en inglés). a) Calcule la IMA de un plano inclinado. b) ¿Qué puede decir de la relación entre el trabajo suministrado a la máquina, W_e, y el producido por ella, W_s, si AMA = IMA? c) Dibuje una polea dispuesta para producir IMA = 2. d) Definimos la eficiencia e de una máquina simple como el cociente del trabajo de salida y el de entrada, $e = W_s/W_e$. Demuestre que e = AMA/IMA.

6.60 Una mujer está en un elevador que tiene aceleración constante hacia arriba mientras sube una distancia de 18.0 m. Durante este desplazamiento, la fuerza normal ejercida por el piso del elevador efectúa 8.25 kJ de trabajo sobre ella y la gravedad realiza –7.35 kJ de trabajo sobre ella. a) ¿Qué masa tiene la mujer? b) ¿Qué fuerza normal ejerce el piso sobre ella? c) ¿Qué aceleración tiene el elevador?

6.61 El transbordador espacial *Endeavour*, con masa de 86,400 kg, está en una órbita circular con radio de 6.66×10^6 m alrededor de la Tierra, tardando 90.1 min en completar una órbita. En una misión de reparación, la nave se acerca cuidadosamente 1.00 m cada 3.00 s a un satélite averiado. Calcule la energía cinética del *Endeavour* a) relativa a la Tierra; b) relativa al satélite.

6.62 Un paquete de 5.00 kg baja 1.50 m deslizándose por una larga rampa inclinada 12.0° bajo la horizontal. El coeficiente de fricción cinética entre el paquete y la rampa es $\mu_k = 0.310$. Calcule el trabajo realizado sobre el paquete por a) la fricción, b) la gravedad, c) la fuerza normal, d) todas las fuerzas (el trabajo total sobre el paquete). e) Si el paquete tiene una rapidez de 2.20 m/s en la parte superior de la rampa, ¿qué rapidez tiene después de bajar deslizándose 1.50 m?

6.63 El paquete del problema 6.62 tiene una rapidez de 2.20 m/s en la parte superior de la rampa. Use el teorema de trabajo-energía para determinar qué distancia baja el paquete por la rampa antes de detenerse.

6.64 Un objeto es atraído hacia el origen con una fuerza dada por $F_x = -k/x^2$. (Las fuerzas gravitacionales y eléctricas tienen esta dependencia de la distancia.) a) Calcule el trabajo realizado por F_x cuando el objeto se mueve en la dirección x de x_1 a x_2. Si $x_2 > x_1$, ¿el trabajo hecho por F_x es positivo o negativo? b) La otra fuerza que actúa sobre el objeto es la que Ud. ejerce con la mano para moverlo lentamente de x_1 a x_2. ¿Qué tanto trabajo efectúa Ud.? Si $x_2 > x_1$, ¿es el trabajo que usted hace positivo o negativo? c) Explique las similitudes y diferencias entre sus respuestas a las partes (a) y (b).

6.65 La atracción gravitacional de la Tierra sobre un objeto es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia entre el objeto y el centro de la Tierra. En la superficie terrestre, esa fuerza es igual al peso normal del objeto, mg, donde $g = 9.8$ m/s^2, mientras que a grandes distancias la fuerza es cero. Si un asteroide de 20,000 kg cae a la Tierra desde un punto muy lejano, ¿qué rapidez mínima tendrá al chocar con la superficie terrestre y cuánta energía cinética impartirá a nuestro planeta? Puede hacer caso omiso de los efectos de la atmósfera terrestre.

6.66 Coeficientes de fricción variables. Una caja resbala con una rapidez de 4.50 m/s por una superficie horizontal cuando, en el punto P, se topa con una sección áspera. Ahí, el coeficiente de fricción no es constante: inicia en 0.100 en P y aumenta linealmente con la distancia después de P, alcanzando un valor de 0.600 en 12.5 m más allá de P. a) Use el teorema de trabajo-energía para averiguar la distancia que la caja se desliza antes de pararse. b) Determine el coeficiente de fricción en el punto donde se paró. c) ¿Qué distancia se habría deslizado la caja si el coeficiente de fricción, en vez de aumentar, se hubiera mantenido en 0.100?

6.67 Un objeto que puede moverse a lo largo del eje x es atraído hacia el origen con una fuerza de magnitud $F = \alpha x^3$ ($\alpha = 4.00$ N/m^3). ¿Cuánto vale F cuando el objeto está a) en $x = 1.00$ m? b) ¿En $x = 2.00$ m? c) ¿Cuánto trabajo efectúa F cuando el objeto se mueve de $x = 1.00$ m a $x = 2.00$ m? ¿Es este trabajo positivo o negativo?

6.68 Considere un resorte (con un extremo fijo) que no obedece fielmente la ley de Hooke. Para mantenerlo estirado o comprimido una distancia x, se debe aplicar al extremo libre una fuerza sobre el eje x con componente x $F_x = kx - bx^2 = cx^3$. Aquí $k = 100$ N/m, $b = 700$ N/m^2 y $c = 12{,}000$ N/m^3. Escogemos x positiva cuando se estira el resorte y negativa cuando se comprime. a) ¿Cuánto trabajo debe realizarse para estirar este resorte 0.050 m respecto a su longitud no estirada? b) ¿Y para *comprimirlo* 0.050 m respecto a su longitud no estirada? c) ¿Es más fácil estirar o comprimir este resorte? Explique por qué en términos de la dependencia de F_x en x. (Muchos resortes reales tienen el mismo comportamiento cualitativo.)

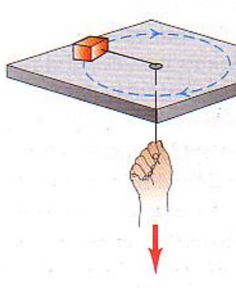


Figura 6.25 Problema 6.69.

6.69 Un pequeño bloque de 0.120 kg se conecta a un cordón que pasa por un agujero en una superficie horizontal sin fricción (Fig. 6.25). El bloque está girando a una distancia de 0.40 m del agujero con rapidez de 0.70 m/s. Luego, se tira del cordón por abajo, acortando el radio de la trayectoria del bloque a 0.10 m. Ahora la rapidez del bloque es de 2.80 m/s. a) ¿Qué tensión hay en el cordón en la situación original ($\upsilon = 0.70$ m/s)? b) ¿Y en la situación final ($\upsilon = 2.80$ m/s)? c) ¿Cuánto trabajo efectuó la persona que tiró del cordón?

6.70 Bombardeo con protones. Un protón con masa de 1.67×10^{-27} kg es impulsado con una rapidez inicial de 3.00×10^5 m/s directamente hacia un núcleo de uranio que está a 5.00 m. El protón es repelido por el núcleo con una fuerza de magnitud $F = \alpha/x^2$, donde x es la separación de los objetos y $\alpha = 2.12 \times 10^{-26}$ N • m^2. Suponga que el núcleo no se mueve. a) ¿Qué rapidez tiene el protón cuando está a 8.00×10^{-10} m del núcleo? b) Al acercarse el protón al núcleo de uranio, la fuerza repulsiva lo frena hasta detenerlo momentáneamente, después de lo cual el protón se aleja del núcleo. ¿Qué tanto se acerca el protón al núcleo? c) ¿Qué rapidez tiene el protón cuando está otra vez a 5.00 m del núcleo de uranio?

6.71 Un bloque de hielo de 6.00 kg está en reposo en una superficie horizontal sin fricción. Un obrero le aplica una fuerza horizontal $\vec{F}$ y el bloque se mueve sobre el eje x de modo que su posición en función del tiempo está dada por $x(t) = \alpha t^2 + \beta t^3$ ($\alpha = 0.200$ m/s^2, $\beta = 0.0200$ m/s^3). a) Calcule la velocidad del objeto en $t = 4.00$ s. b) Calcule la magnitud de $\vec{F}$ en $t = 4.00$ s. c) Calcule el trabajo efectuado por $\vec{F}$ durante los primeros 4.00 s del movimiento.

6.72 Una fuerza neta de magnitud (5.00 N/m^2)x^2 que forma un ángulo constante de 31.0° con el eje $+x$ actúa sobre un objeto de 0.250 kg mientras éste se mueve paralelo al eje x. ¿Qué rapidez tiene el objeto en $x = 1.50$ m si su rapidez era de 4.00 m/s en $x = 1.00$ m?

6.73 Un hombre y su bicicleta tienen una masa combinada de 80.0 kg. Al llegar a la base de un puente, el hombre viaja a 5.00 m/s (Fig. 6.26). La altura vertical del puente es de 5.20 m, y la rapidez del ciclista en la cima ha bajado a 1.50 m/s. Haga caso omiso de la fricción y cualquier ineficiencia de la bicicleta o de las piernas del ciclista. a) ¿Qué trabajo total se efectúa sobre el hombre y su bicicleta al subir de la base a la cima del puente? b) ¿Cuánto trabajo realizó el hombre con la fuerza que aplicó a los pedales?

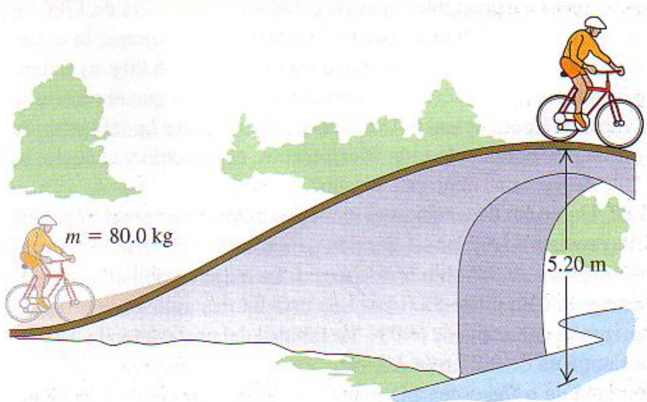


Figura 6.26 Problema 6.73.

6.74 Una fuerza en la dirección $+x$ tiene magnitud $F = b/x^n$, donde b y n son constantes. a) Para $n > 1$, calcule el trabajo efectuado sobre una partícula por esta fuerza cuando la partícula se mueve sobre el eje x de $x = x_0$ al infinito. b) Demuestre que, para $0 < n < 1$, aunque F se acerque a cero al hacerse x muy grande, F realiza un trabajo infinito cuando la partícula se mueve de $x = x_0$ al infinito.

6.75 Imagine que le piden diseñar amortiguadores de resorte para las paredes de un estacionamiento. Un auto de 1200 kg que rueda libremente a 0.65 m/s no debe comprimir el resorte más de 0.070 m antes de pararse. ¿Qué constante de fuerza debe tener el resorte? Suponga que la masa del resorte es despreciable.

6.76 El resorte de un rifle de resorte tiene masa despreciable y k = 400 N/m. El resorte se comprime 6.00 cm y una esfera de 0.0300 kg se coloca en el cañón horizontal contra el resorte. El resorte se libera y la esfera sale por el cañón. Éste mide 6.00 cm, así que la esfera sale de él en el instante en que pierde contacto con el resorte. El rifle se sostiene con el cañón horizontal. a) Calcule la rapidez con que la esfera sale del cañón, haciendo caso omiso de la fricción. b) Repita el cálculo suponiendo que una fuerza resistiva constante de 6.00 N actúa sobre la esfera mientras se mueve dentro del cañón. c) Para la situación de la parte (b), ¿en qué posición dentro del cañón la esfera tiene mayor rapidez? Determine esa rapidez. (En este caso, la rapidez máxima no se alcanza en el extremo del cañón.)

6.77 Un libro de 2.50 kg se empuja contra un resorte horizontal de masa despreciable y k = 250 N/m, comprimiéndolo 0.250 m. Al soltarse, el libro se desliza sobre una mesa horizontal que tiene coeficiente de fricción cinética μ_k = 0.30. Use el teorema de trabajo-energía para averiguar qué distancia recorre el libro desde su posición inicial hasta detenerse.

6.78 Empujar un gato. Micifuz (masa 7.00 kg) está tratando de llegar al tope de una rampa sin fricción de 2.00 m de longitud que tiene una inclinación de 30.0° sobre la horizontal. Puesto que el pobre felino no tiene tracción sobre la rampa, usted lo empuja en todo momento con una fuerza constante de 100 N paralela a la rampa. Si Micifuz adquiere vuelo, de modo que tiene una rapidez de 2.40 m/s en la base de la rampa, ¿qué rapidez tendrá al llegar al tope? Use el teorema de trabajo-energía.

6.79 Barrera protectora. Un estudiante propone un diseño para una barrera contra choques de automóviles consistente en un resorte con masa despreciable capaz de detener una vagoneta de 1700 kg que se mueve a 20.0 m/s. Para no lastimar a los pasajeros, la aceleración del auto al frenarse no puede ser mayor que 5.00g. a) Calcule la constante de resorte k requerida y la distancia que el resorte se comprimirá para detener el vehículo. No considere la deformación sufrida por el vehículo ni la fricción entre el vehículo y el suelo. b) ¿Qué desventajas tiene este diseño?

6.80 Un grupo de estudiantes empuja a un profesor sentado en una silla provista de ruedas sin fricción para subirlo 2.50 m por una rampa inclinada 30.0° sobre la horizontal. La masa combinada del profesor y la silla es de 85.0 kg. Los estudiantes aplican una fuerza horizontal constante de 600 N. La rapidez del profesor en la base de la rampa es de 2.00 m/s. Use el teorema de trabajo-energía para calcular su rapidez final.

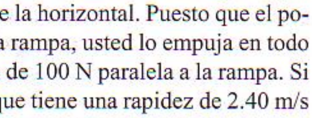


Figura 6.27 Problema 6.81.

6.81 Un bloque de 5.00 kg se mueve con v_0 = 6.00 m/s en una superficie horizontal sin fricción hacia un resorte con k = 500 N/m y masa despreciable conectado a una pared (Fig. 6.27). Calcule la distancia máxima que se comprimirá el resorte. b) Si dicha distancia no debe ser mayor que 0.150 m, ¿qué valor máximo puede tener v_0?

6.82 Considere el sistema de la figura 6.28. La cuerda y la polea tienen masas despreciables, y la polea no tiene fricción. Entre el bloque de 8.00 kg y la mesa, el coeficiente de fricción cinética es μ_k = 0.250. Los bloques se liberan del reposo. Use métodos de energía para calcular la rapidez del bloque de 6.00 kg después de descender 1.50 m.

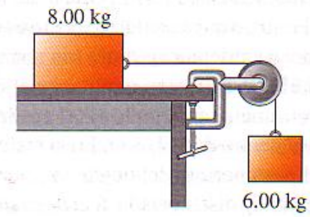


Figura 6.28 Problemas 6.82 y 6.83.

6.83 Considere el sistema de la figura 6.28. La cuerda y la polea tienen masas despreciables, y la polea no tiene fricción. El bloque de 6.00 kg se mueve inicialmente hacia abajo, y el de 8.00 kg lo hace a la derecha, ambos con rapidez de 0.900 m/s. Los bloques se detienen después de moverse 2.00 m. Use el teorema de trabajo-energía para calcular el coeficiente de fricción cinética entre el bloque de 8.00 kg y la mesa.

6.84 Arco y flecha. La figura 6.29 muestra cómo la fuerza ejercida por la cuerda de un arco compuesto sobre una flecha varía en función de qué tan atrás se tira de la flecha (la *longitud de tensado*). Suponga que la misma fuerza se ejerce sobre la flecha cuando ésta se mueve hacia adelante después de ser soltada. El tensado máximo de este arco es una longitud de 75.0 cm. Si el arco dispara una flecha de 0.0250 kg con tensado máximo, ¿qué rapidez tiene la flecha al separarse del arco?

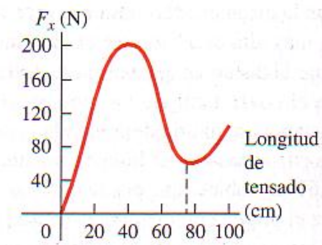


Figura 6.29 Problema 6.84.

6.85 En una pista de hielo horizontal, prácticamente sin fricción, una patinadora que se mueve a 3.0 m/s encuentra una zona áspera que reduce su rapidez en un 45% debido a una fuerza de fricción que es el 25% del peso de la patinadora. Use el teorema de trabajo-energía para determinar la longitud de la zona áspera.

6.86 Rescate. Imagine que una amiga (masa 65.0 kg) está parada en medio de un estanque congelado. Hay muy poca fricción entre sus pies y el hielo, de modo que no puede caminar. Por fortuna, tiene una cuerda ligera atada a la cintura y usted está en la orilla sosteniendo el otro extremo. Usted tira de la cuerda durante 3.00 s y acelera a su amiga desde el reposo hasta tener una rapidez de 6.00 m/s mientras usted permanece en reposo. ¿Qué potencia media suministra la fuerza que aplicó?

6.87 Se requiere una bomba para elevar 800 kg de agua por minuto desde el fondo de un pozo de 14.0 m, expulsándola con una rapidez de 18.0 m/s. a) ¿Cuánto trabajo se efectuará por minuto para subir el agua? b) ¿Y para impartirle la energía cinética que tiene al salir? c) ¿Qué potencia desarrolla la bomba?

6.88 Calcule la potencia desarrollada por el obrero del problema 6.71 en función del tiempo. ¿Qué valor numérico tiene la potencia (en watts) en t = 4.00 s?

6.89 Una estudiante de física pasa una parte del día caminando entre clases o por esparcimiento, y durante ese tiempo gasta energía a razón de 280 W en promedio. El resto del día está sentada en clase, estudiando o descansando; durante estas actividades, gasta energía a razón de 100 W en promedio. Si en un día ella gasta en total 1.1×10^7 J de energía, ¿cuánto tiempo dedicó a caminar?

6.90 Todas las aves, sea cual sea su tamaño, deben desarrollar continuamente entre 10 y 25 watts por kilogramo de masa corporal para volar batiendo las alas. (a) El colibrí gigante de los Andes (*Patagona gigas*) tiene una masa de 70 g y aletea 10 veces por segundo al cernirse. Estime el trabajo efectuado por ese colibrí en cada aleteo. (b) Un atleta de 70 kg puede desarrollar 1.4 kW durante unos cuantos segundos como máximo; el desarrollo *constante* de potencia de un atleta representativo es sólo del orden de 500 W. ¿Es posible para un avión de propulsión humana poder volar por periodos largos batiendo las alas? Explique.

6.91 La presa Grand Coulee tiene 1270 m de longitud y 170 m de altura. La potencia eléctrica producida por los generadores en su base es de aproximadamente 2000 MW. ¿Cuántos metros cúbicos de agua deben fluir cada segundo desde la parte superior de la presa para producir esta potencia si el 92% del trabajo realizado sobre el agua por la gravedad se convierte en energía eléctrica? (Cada m^3 de agua tiene 1000 kg de masa.)

6.92 El motor de un auto de masa m alimenta una potencia constante P a las ruedas para acelerar el auto. Puede hacerse caso omiso de la fricción de rodamiento y la resistencia del aire. El auto está inicialmente en reposo. a) Demuestre que la rapidez del auto en función del tiempo es $v = (2Pt/m)^{1/2}$. b) Demuestre que la aceleración del auto no es constante, sino que está dada en función del tiempo por $a = (P/2mt)^{1/2}$. c) Demuestre que el desplazamiento en función del tiempo es $x - x_0 = (8P/9m)^{1/2}t^{3/2}$.

6.93 Potencia del corazón humano. El corazón humano es una bomba potente y muy confiable; cada día admite y descarga unos 7500 L de sangre. Suponga que el trabajo que realiza es igual al requerido para levantar esa cantidad de sangre a la altura media de una mujer estadounidense (1.63 m). La densidad (masa por unidad de volumen) de la sangre es de 1.05×10^3 kg/m^3. a) ¿Cuánto trabajo realiza el corazón en un día? b) ¿Qué potencia desarrolla en watts?

6.94 Seis unidades diesel en serie pueden suministrar 13.4 MW al primer vagón de un tren de carga. Las unidades tienen una masa total de 1.10×10^6 kg. Los vagones tienen una masa media de 8.2×10^4 kg y cada uno requiere una tracción horizontal de 2.8 kN para moverse a 27 m/s (constante) en vías horizontales. a) ¿Cuántos vagones puede tener el tren en estas condiciones? b) En tal caso, no sobraría potencia para acelerar ni para subir cuestas. Demuestre que la fuerza adicional requerida para acelerar el tren es aproximadamente la misma para lograr una aceleración de 0.10 m/s^2 que para subir una pendiente de 1.0% (α = arctan 0.010). c) Con la pendiente de 1.0%, demuestre que se necesitan 2.9 MW más para mantener la rapidez de 27 m/s de las unidades diesel. d) Con 2.9 MW menos de potencia disponible, ¿cuántos vagones pueden arrastrar las unidades diesel subiendo una cuesta de 1.0% con rapidez constante de 27 m/s?

6.95 Se necesita una fuerza de 53 kN aplicada al primer vagón de un tren de 16 vagones con masa de 9.1×10^5 kg para tirar de él con rapidez constante de 45 m/s sobre rieles horizontales. a) ¿Qué potencia debe proporcionar la locomotora al primer vagón? b) ¿Cuánta más potencia que la calculada en (a) se necesitaría para impartir al tren una aceleración de 1.5 m/s^2 en el instante en que el tren va a 45 m/s sobre vías horizontales? c) ¿Y para tirar del tren subiendo una cuesta de 1.5% (ángulo de pendiente α = arctan 0.015) con rapidez constante de 45 m/s?

6.96 Varias fuerzas actúan sobre un objeto. Una de ellas es $\vec{F} = \alpha xy\hat{\imath}$, una fuerza en la dirección x cuya magnitud depende de la posición del objeto, con $\alpha = 2.50$ N/m^2. Calcule el trabajo realizado por esta fuerza sobre el objeto para cada uno de los siguientes desplazamientos del objeto: a) El objeto parte del punto $x = 0$, $y = 3.00$ m y se mueve paralelo al eje x hasta el punto $x = 2.00$ m, $y = 3.00$ m. b) El objeto parte del punto $x = 2.00$ m, $y = 0$ y se mueve en la dirección y hasta el punto $x = 2.00$ m, $y = 3.00$ m. c) El objeto parte del origen y se mueve sobre la línea $y = 1.5x$ hasta el punto $x = 2.00$ m, $y = 3.00$ m.

6.97 Ciclismo. Para una ciclista de ruta, el coeficiente de arrastre es 1.00, el área frontal es de 0.463 m^2 y el coeficiente de fricción $C(f_{\text{aire}} = \frac{1}{2} CA\rho v^2)$ de rodamiento es de 1.00. Ella tiene una masa de 50.0 kg, y su bicicleta, 12.0 kg. a) Para mantener una rapidez de 12.0 m/s en un camino plano, ¿qué potencia debe suministrar la ciclista a la rueda trasera? b) En carreras de velocidad, la misma ciclista usa otra bicicleta con coeficiente de fricción de rodamiento de 0.0030 y masa de 9.00 kg. Además, la ciclista se encorva para reducir su coeficiente de arrastre a 0.88 y su área frontal a 0.366 m^2. ¿Qué potencia debe suministrar ahora a la rueda trasera para mantener una rapidez de 12.0 m/s? c) En la situación de la parte (b), ¿qué potencia se requiere para mantener una rapidez de 6.0 m/s? Tome nota de la gran reducción en la potencia requerida cuando la rapidez sólo se reduce a la mitad. (Si desea saber más acerca de las limitaciones aerodinámicas de la rapidez para una amplia variedad de vehículos de propulsión humana, véase "The Aerodynamics of Human-Powered Land Vehicles", *Scientific American*, diciembre de 1983.)

6.98 Potencia automotriz I. El motor de un camión transmite 28.0 kW (37.5 hp) a las ruedas de tracción cuando el camión viaja con velocidad constante de magnitud 60.0 km/h sobre una carretera horizontal. a) Determine la fuerza resistiva que actúa sobre el camión. b) Suponga que el 65% de esa fuerza se debe a la fricción de rodamiento, y el resto, al arrastre del aire. Si la fuerza de fricción de rodamiento es independiente de la rapidez y el arrastre del aire es proporcional al cuadrado de la rapidez ¿qué potencia impulsará el camión a 30.0 km/h? ¿A 120 km/h? Dé sus respuestas en kilowatts y en hp.

6.99 Potencia automotriz II. a) Si se requieren 8.00 hp para impulsar un automóvil de 1800 kg a 60.0 km/h en una carretera horizontal, calcule la fuerza retardante total debida a la fricción, la resistencia del aire, etc. b) ¿Qué potencia se requiere para impulsar el auto a 60.0 km/h en una subida de 10.0% (una pendiente que sube 10.0 m por cada 100.0 m de distancia horizontal)? c) ¿Qué potencia se requiere para impulsar el auto a 60.0 km/h en una *bajada* de 1.00%? d) ¿Qué inclinación debe tener una bajada para que el auto avance a 60.0 km/h sin motor?

Problemas de desafío

6.100 En un día invernal en Maine, un bodeguero está empujando cajas hacia arriba por una tabla áspera inclinada con un ángulo α arriba de la horizontal. La tabla está cubierta en parte con hielo, habiendo más hielo cerca de la base de la tabla que cerca del tope, de modo que el coeficiente de fricción aumenta con la distancia x a lo largo de la tabla: $\mu = Ax$, donde A es una constante positiva y la base de la tabla está en $x = 0$. (Para esta tabla, los coeficientes de fricción cinética y estática son iguales, $\mu_k = \mu_s = \mu$.) El bodeguero empuja una caja tabla arriba de modo que sale de la base de la tabla con rapidez v_0. Demuestre que cuando la caja se detiene, permanecerá detenida si

$$v_0^2 \geq \frac{3g \operatorname{sen}^2 \alpha}{A \cos \alpha}$$

6.101 Un resorte con masa. Normalmente hacemos caso omiso de la energía cinética de las espiras en movimiento de un resorte, pero tratemos de obtener una aproximación razonable de esta cantidad. Considere un resorte de masa M, longitud en equilibrio L_0 y constante de fuerza k. El trabajo efectuado para estirar o comprimir el resorte en una distancia L es $\frac{1}{2}kX^2$, donde $X = L - L_0$. a) Considere que el resorte descrito tiene un extremo fijo y el otro moviéndose con rapidez v. Suponga que la rapidez de los puntos a lo largo del resorte varía linealmente con la distancia l medida desde el extremo fijo. Suponga también que la masa M del resorte se distribuye uniformemente a lo largo del mismo. Calcule la energía cinética del resorte en términos de M y v. (*Sugerencia:* Divida el resorte en segmentos de longitud dl; determine la rapidez de cada segmento en términos de l, v y L; calcule la masa de cada segmento en términos de dl, M y L, e integre desde 0 hasta L. El resultado *no* es $\frac{1}{2}Mv^2$, ya que no todo el resorte se mueve con la misma rapidez.) En un rifle de resorte, un resorte de masa 0.243 kg y $k = 3200$ N/m se comprime 2.50 cm respecto a su longitud no estirada. Cuando se tira del gatillo, el resorte empuja una esfera de 0.053 kg horizontalmente. El trabajo efectuado por la fricción es despreciable. Calcule la rapidez de la esfera cuando el resorte recupera su longitud no comprimida b) haciendo caso omiso de la masa del resorte; c) incluyendo, con ayuda de los resultados de la parte (a), la masa del resorte. d) En la parte (c), ¿qué energía cinética final tienen la esfera y el resorte?

6.102 Un avión en vuelo está sujeto a una fuerza de resistencia del aire proporcional al cuadrado de su rapidez v, pero hay una fuerza de resistencia adicional porque el avión tiene alas. El aire que fluye sobre las alas es empujado hacia abajo y ligeramente hacia adelante, de modo que, por la tercera ley de Newton, el aire ejerce una fuerza sobre las alas y el avión que es hacia arriba y ligeramente hacia atrás (Fig. 6.30). La fuerza hacia arriba es la fuerza de sustentación que mantiene al avión en el aire, y la fuerza hacia atrás se denomina *arrastre inducido*. A las velocidades de vuelo, el arrastre inducido es inversamente proporcional a v^2, así que la fuerza de resistencia total del aire se puede expresar como $F_{\text{aire}} = \alpha v^2 + \beta/v^2$, donde α y β son constantes positivas que dependen de la forma y tamaño del avión y de la densidad del aire. Para un Cessna 150, un avión pequeño de un solo motor, $\alpha = 0.30\ \text{N} \cdot \text{s}^2/\text{m}^2$ y $\beta = 3.5 \times 10^5\ \text{N} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2$. En vuelo estable, el motor debe suministrar una fuerza hacia adelante que equilibre exactamente la fuerza de resistencia del aire. a) Calcule la rapidez (en km/h) a la que este avión tiene el *alcance* máximo (es decir, viaja mayor distancia) para una cantidad dada de combustible. b) Calcule la rapidez (en km/h) con la que el avión tendrá *permanencia* máxima en el aire.

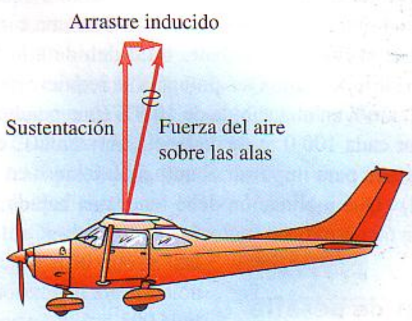


Figura 6.30 Problema de desafío 6.102.

6.103 La figura 6.31 muestra la tasa de consumo de oxígeno de hombres que caminan y corren a diferentes velocidades. El eje vertical indica volumen de oxígeno (en cm^3) que un hombre consume por kilogramo de masa corporal por minuto. Observe la transición de caminar a correr que se da naturalmente cerca de los 9 km/h. El metabolismo de 1 cm^3 de oxígeno libera unos 20 J de energía. Usando los datos de la gráfica, calcule la energía requerida para que un hombre de 70 kg viaje 1 km a pie con cada una de las siguientes rapideces: a) 5 km/h (caminando); b) 10 km/h (corriendo); c) 15 km/h (corriendo). d) ¿Cuál rapidez es la más eficiente, es decir, requiere menor energía para viajar 1 km?

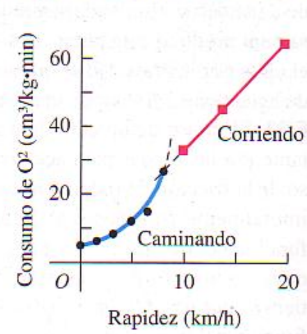


Figura 6.31 Problema de desafío 6.103.

6.104 Demostración general del teorema de trabajo-energía. Considere una partícula que se mueve siguiendo una trayectoria curva en el espacio desde (x_1, y_1, z_1) hasta (x_2, y_2, z_2). En el punto inicial, la partícula tiene velocidad $\vec{v} = v_{1x}\hat{\imath} + v_{1y}\hat{\jmath} + v_{1z}\hat{k}$. La trayectoria se puede dividir en segmentos infinitesimales $d\vec{l} = dx\hat{\imath} + dy\hat{\jmath} + dz\hat{k}$. Mientras la partícula se mueve, actúa sobre ella una fuerza neta $\vec{F} = F_x\hat{\imath} + F_y\hat{\jmath} + F_z\hat{k}$. Las componentes de fuerza F_x, F_y y F_z son, en general, funciones de la posición. Por la misma sucesión de pasos empleada en las ecuaciones (6.11) a (6.13), demuestre el teorema de trabajo-energía para este caso general. Es decir, demuestre que

$$W_{\text{tot}} = K_2 - K_1$$

donde

$$W_{\text{tot}} = \int_{(x_1, y_1, z_1)}^{(x_2, y_2, z_2)} \vec{F} \cdot d\vec{l} = \int_{(x_1, y_1, z_1)}^{(x_2, y_2, z_2)} (F_x\,dx + F_y\,dy + F_z\,dz)$$