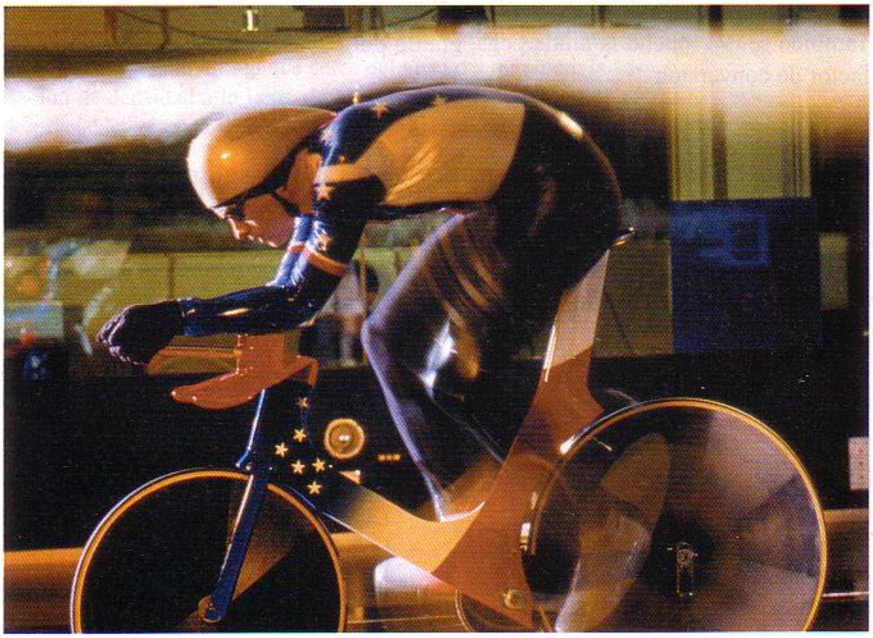
MECÁNICA DE FLUIDOS 14



Este ciclista olímpico monta una bicicleta estacionaria en un túnel de viento. Observando el flujo de aire en torno a su cuerpo (con la ayuda de estelas de humo), los científicos pueden determinar qué diseños de bicicleta y técnicas de ciclismo reducen al mínimo la resistencia del aire y aumentan al máximo el desempeño.

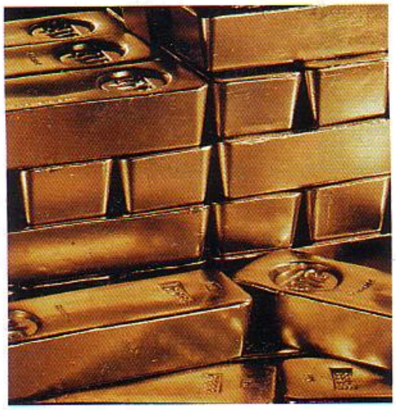
? **En diversos puntos alrededor del ciclista, el aire se ve obligado a pasar por marcadas constricciones (como entre el brazo y el tronco). ¿Esto hace que el aire se frene, se acelere o ninguna de las dos cosas?**

Los fluidos desempeñan un papel crucial en muchos aspectos de la vida cotidiana. Los bebemos, respiramos y nadamos en ellos; circulan por nuestro organismo y controlan el clima. Los aviones vuelan en ellos y los barcos flotan en ellos. Un fluido es cualquier sustancia que puede fluir; usamos el término tanto para líquidos como para gases. Normalmente, pensamos que los gases son fáciles de comprimir y que los líquidos son casi incompresibles, empero hay casos excepcionales.

Comenzaremos nuestro estudio con la **estática de fluidos**, o sea el estudio de fluidos en reposo en situaciones de equilibrio. Al igual que otras situaciones de equilibrio, ésta se basa en la primera y tercera leyes de Newton. Exploraremos los conceptos clave de densidad, presión y flotación. La **dinámica de fluidos**, es decir, el estudio de fluidos en movimiento, es mucho más compleja; de hecho, es una de las ramas más complejas de la mecánica. Por fortuna, podemos analizar muchas situaciones importantes usando modelos idealizados sencillos y los principios que ya conocemos, como las leyes de Newton y la conservación de la energía. Aun así, apenas tocaremos la superficie de este tema tan amplio e interesante.

14.1 | Densidad

Una propiedad importante de cualquier material es su **densidad**, la cual es definida como su masa por unidad de volumen. Un material homogéneo, como el hielo o el hierro, tiene la misma densidad en todas sus partes. Usamos la letra griega ρ (ro) para la densidad. Si una masa m de material tiene un volumen V, la densidad ρ es



14.1 El precio del oro se cotiza por peso (digamos, en dólares por onza). Dado que el oro es uno de los metales más densos, es posible almacenar una fortuna en oro en un volumen pequeño.

$$\rho = \frac{m}{V} \quad \text{(definición de densidad)} \qquad (14.1)$$

La densidad de algunos materiales varía de un punto a otro dentro del material; ejemplos de ello son la atmósfera terrestre (que es menos densa a mayor altitud) y los océanos (que son más densos a grandes profundidades). En el caso de estos materiales, la ecuación (14.1) describe la densidad *media*. En general, la densidad de un material depende de los factores ambientales como la temperatura y la presión.

La unidad de densidad en el SI es el kilogramo por metro cúbico (1 kg/m^3). También se usa mucho la unidad cgs, gramo por centímetro cúbico (1 g/cm^3). El factor de conversión

$$1 \text{ g/cm}^3 = 1000 \text{ kg/m}^3$$

resulta útil. En la tabla 14.1, se dan las densidades de varias sustancias comunes a temperaturas ordinarias (véase también la Fig. 14.1). Observe la amplia gama de magnitudes. El material más denso que se encuentra en la Tierra es el metal osmio (ρ = 22,500 kg/m^3), pero esto no es nada en comparación con la densidad de los objetos astronómicos exóticos como las estrellas enanas blancas y las estrellas de neutrones.

Tabla 14.1 Densidades de algunas sustancias comunes

Material	Densidad (kg/m^3)*	Material	Densidad (kg/m^3)*
Aire (1 atm, 20°C)	1.20	Hierro, acero	7.8×10^3
Etanol	0.81×10^3	Latón	8.6×10^3
Benceno	0.90×10^3	Cobre	8.9×10^3
Hielo	0.92×10^3	Plata	10.5×10^3
Agua	1.00×10^3	Plomo	11.3×10^3
Agua de mar	1.03×10^3	Mercurio	13.6×10^3
Sangre	1.06×10^3	Oro	19.3×10^3
Glicerina	1.26×10^3	Platino	21.4×10^3
Concreto	2×10^3	Estrella enana blanca	10^{10}
Aluminio	2.7×10^3	Estrella de neutrones	10^{18}

*Para obtener las densidades en gramos por centímetro cúbico, divida entre 10^3.

La **gravedad específica** de un material es la razón entre su densidad y la del agua a 4.0°C, 1000 kg/m^3; es un número puro sin unidades. Por ejemplo, la gravedad específica del aluminio es 2.7. Aunque "gravedad específica" no es un buen término, pues nada tiene que ver con la gravedad; habría sido mejor la definición de "densidad relativa".

La medición de la densidad es una técnica analítica importante. Por ejemplo, podemos determinar el nivel de carga de un acumulador midiendo la densidad de su electrólito, o sea una disolución de ácido sulfúrico (H_2SO_4). Al descargarse la batería, el H_2SO_4 se combina con el plomo de las placas del acumulador para formar sulfato de plomo ($PbSO_4$) insoluble, lo que reduce la concentración de la disolución. La densidad baja de cerca de 1.30×10^3 kg/m^3 en un acumulador cargado a 1.15×10^3 kg/m^3 en uno descargado.

Otro ejemplo automotriz es el anticongelante permanente, que suele ser una disolución de etilén glicol ($\rho = 1.12 \times 10^3$ kg/m^3) y agua. El punto de congelación de la disolución depende de la concentración de glicol, el cual puede determinarse midiendo su gravedad específica. Tales mediciones se realizan en forma rutinaria en los talleres de servicio automotriz por medio de un dispositivo llamado hidrómetro, el cual estudiaremos en la sección 14.3.

Ejemplo 14.1 Peso de un cuarto lleno de aire

Calcule la masa y el peso del aire de una estancia cuyo piso mide 4.0 m × 5.0 m y que tiene una altura de 3.0 m. ¿Qué masa y peso tiene un volumen igual de agua?

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR: Suponemos que el aire es homogéneo, así que la densidad es la misma en todo el cuarto. (Es verdad que el aire es menos denso a gran altitud que cerca del nivel del mar, pero la variación de densidad a lo largo de la altura de 3.0 m del cuarto es despreciable; véase la sección 14.2.)

PLANTEAR: Usaremos la ecuación (14.1) para relacionar la masa (la incógnita) con el volumen (que calculamos a partir de las dimensiones del cuarto) y la densidad (de la tabla 14.1).

EJECUTAR: El volumen del recinto es $V = (3.0\text{ m})(4.0\text{ m}) \times (5.0\text{ m}) = 60\text{ m}^3$. La masa m_{aire} está dada por la ecuación (14.1):

$$m_{\text{aire}} = \rho_{\text{aire}}V = (1.2\text{ kg/m}^3)(60\text{ m}^3) = 72\text{ kg}$$

El peso del aire es

$$w_{\text{aire}} = m_{\text{aire}}g = (72\text{ kg})(9.8\text{ m/s}^2) = 700\text{ N} = 160\text{ lb}$$

La masa de un volumen igual de agua es

$$m_{\text{agua}} = \rho_{\text{agua}}V = (1000\text{ kg/m}^3)(60\text{ m}^3) = 6.0 \times 10^4\text{ kg}$$

El peso es

$$w_{\text{agua}} = m_{\text{agua}}\,g = (6.0 \times 10^4\text{ kg})(9.8\text{ m/s}^2) = 5.9 \times 10^5\text{ N} = 1.3 \times 10^5\text{ lb} = 66\text{ tons}$$

EVALUAR: ¡El aire contenido en un cuarto pesa aproximadamente lo que pesa una persona adulta! El agua es casi mil veces más densa que el aire, y su masa y peso son mayores en la misma proporción. De hecho, el peso de un cuarto lleno de agua seguramente hundiría el piso de una casa común.

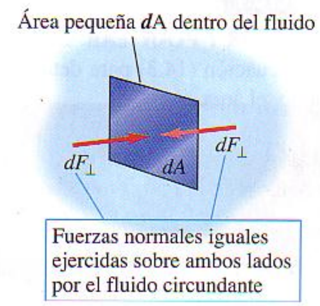
Evalúe su comprensión

¿Qué volumen de agua tendría la misma masa que un metro cúbico de platino? Si esa agua ocupara un cubo, ¿cuánto mediría cada lado?

14.2 | Presión en un fluido

Cuando un fluido (líquido o gas) está en reposo, ejerce una fuerza perpendicular a cualquier superficie en contacto con él, como la pared de un recipiente o un cuerpo sumergido en el fluido. Ésta es la fuerza que sentimos en las piernas al meterlas en una piscina. Aunque el fluido global está en reposo, las moléculas que lo componen están en movimiento; la fuerza ejercida por el fluido se debe a los choques de las moléculas con su entorno.

Si imaginamos una superficie *dentro* del fluido, el fluido a cada lado de ella ejerce fuerzas iguales y opuestas sobre ella. (Si no, la superficie se aceleraría y el fluido no permanecería en reposo.) Considere una superficie pequeña de área dA centrada en un punto en el fluido; la fuerza normal que el fluido ejerce sobre cada lado es $dF_\perp$ (Fig. 14.2). Definimos la **presión** p en ese punto como la fuerza normal por unidad de área, es decir, la razón de $dF_\perp$ a dA:



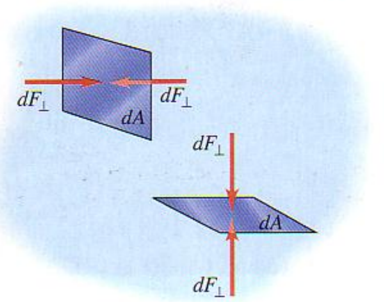
14.2 La presión que actúa sobre ambos lados de un área pequeña dentro de un fluido es $p = dF_\perp/dA$.

$$p = \frac{dF_\perp}{dA} \qquad \text{(definición de presión)} \qquad (14.2)$$

Si la presión es la misma en todos los puntos de una superficie plana finita de área A, entonces

$$p = \frac{F_\perp}{A} \qquad (14.3)$$

La presión no tiene dirección propia: puede producir una fuerza $dF_{\perp} = p\,dA$ en cualquier dirección



14.3 La presión es un escalar (no tiene dirección intrínseca) y sus unidades son newtons por metro cuadrado. En contraste, la fuerza es un vector y sus unidades son newtons.

donde $F_{\perp}$ es la fuerza normal neta en un lado de la superficie. La unidad en el SI de la presión es el **pascal**, donde

$$1 \text{ pascal} = 1 \text{ Pa} = \text{N/m}^2$$

Ya presentamos el pascal en el capítulo 11. Dos unidades relacionadas, que se emplean principalmente en meteorología, son el *bar*, igual a 10^5 Pa, y el *milibar*, igual a 100 Pa.

La **presión atmosférica** p_a es la presión de la atmósfera terrestre, es decir, la presión en el fondo del mar de aire en que vivimos. Esta presión varía con el estado del tiempo y con la altitud. La presión atmosférica normal al nivel del mar (valor medio) es 1 *atmósfera* (atm), definida como exactamente 101,325 Pa. Con cuatro cifras significativas,

$$(p_a)_{\text{med}} = 1 \text{ atm} = 1.013 \times 10^5 \text{ Pa}$$
$$= 1.013 \text{ bar} = 1013 \text{ milibares} = 14.70 \text{ lb/pulg.}^2$$

CUIDADO En el lenguaje ordinario, las palabras "presión" y "fuerza" significan casi lo mismo, pero en la mecánica de fluidos describen cantidades distintas con características diferentes (Fig. 14.3). La presión de fluidos actúa perpendicular a cualquier superficie en el fluido, sin importar su orientación. Por tanto, la presión no tiene una dirección intrínseca: es un escalar. En cambio, la fuerza es un vector con dirección definida. Recuerde que la presión es fuerza por unidad de área.

Ejemplo 14.2 La fuerza del aire

En la estancia del ejemplo 14.1, ¿qué fuerza total actúa hacia abajo sobre el piso debida a una presión del aire de 1.00 atm?

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR Y PLANTEAR: La presión es uniforme, así que usamos la ecuación (14.3) para determinar la fuerza $F_{\perp}$ a partir de la presión y el área

EVALUAR: El área del piso es $A = (4.0 \text{ m})(5.0 \text{ m}) = 20 \text{ m}^2$. Por la ecuación (14.3) la fuerza total hacia abajo es

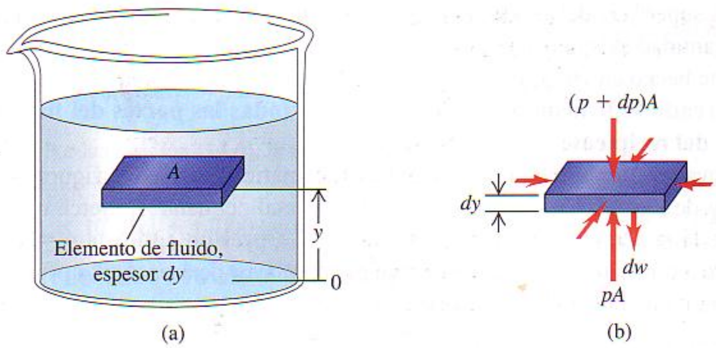
$$F_{\perp} = pA = (1.013 \times 10^5 \text{ N/m}^2)(20 \text{ m}^2)$$
$$= 2.0 \times 10^6 \text{ N} = 4.5 \times 10^5 \text{ lb} = 225 \text{ toneladas}$$

EVALUAR: Al igual que en el ejemplo 14.1, esta fuerza basta para hundir el piso. ¿Por qué no lo hace? Porque hay una fuerza hacia arriba en el lado de abajo del piso. Si la casa tiene sótano, dicha fuerza es ejercida por el aire bajo el piso. En este caso, si despreciamos el espesor del piso, la fuerza *neta* debida a la presión del aire es cero.

Presión, profundidad y ley de Pascal

Si podemos despreciar el peso del fluido, la presión en un fluido es la misma en todo su volumen. Usamos esta aproximación al ver el esfuerzo y la deformación de volumen en la sección 11.4, pero muchas veces el peso del fluido *no* es despreciable. La presión atmosférica es menor a gran altitud que al nivel del mar, lo que obliga a presurizar la cabina de un avión que vuela a 35,000 pies. Al sumergirnos en agua profunda, los oídos nos indican que la presión aumenta rápidamente al aumentar la profundidad.

Podemos deducir una relación general entre la presión p en cualquier punto de un fluido en reposo y la altura y del punto. Supondremos que la densidad ρ y la



14.4 Fuerzas que actúan sobre un elemento de fluido en equilibrio.

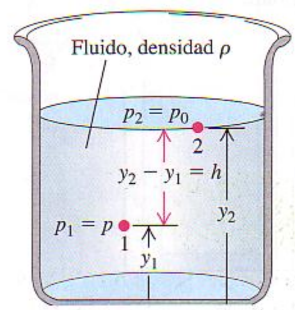
aceleración debida a la gravedad g son las mismas en todo el fluido. Si el fluido está en equilibrio, cada elemento de volumen está en equilibrio. Considere un elemento delgado, de altura dy (Fig. 14.4). Las superficies inferior y superior tienen área A, y están a distancias y y $y + dy$ por arriba de algún nivel de referencia donde $y = 0$. El volumen del elemento es $dV = A\,dy$, su masa es $dm = \rho\,dV = \rho A\,dy$, y su peso es $dw = dm\,g = \rho g A\,dy$.

¿Qué otras fuerzas actúan sobre este elemento? Llamemos a la presión en la superficie inferior p; la componente y de fuerza total hacia arriba que actúa sobre esa superficie es pA. La presión en la superficie de arriba es $p + dp$, y la componente y de fuerza total (hacia abajo) sobre esta superficie es $-(p + dp)A$. El elemento de fluido está en equilibrio, así que la componente y de fuerza total, incluido el peso y las fuerzas en las superficies de arriba y abajo, debe ser cero:

$$\sum F_y = 0 \quad \text{así que} \quad pA - (p + dp)A - \rho g A\,dy = 0$$

Dividiendo entre el área A y reacomodando, obtenemos

$$\frac{dp}{dy} = -\rho g \tag{14.4}$$



14.5 La presión p a una profundidad h en un fluido es mayor que en la superficie, por $\rho g h$.

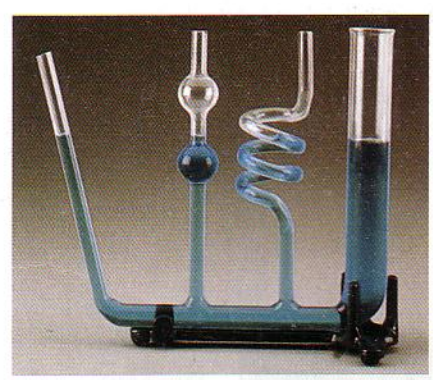
Esta ecuación indica que, si y aumenta, p disminuye; es decir, al subir en el fluido la presión disminuye, como esperaríamos. Si p_1 y p_2 son las presiones en las alturas y_1 y y_2 respectivamente, y si ρ y g son constantes, entonces

$$p_2 - p_1 = -\rho g(y_2 - y_1) \quad \text{(presión en un fluido de densidad uniforme)} \tag{14.5}$$

Suele ser útil expresar la ecuación (14.5) en términos de la *profundidad* bajo la superficie de un fluido (Fig. 14.5). Tomemos el punto 1 en cualquier nivel en el fluido y sea p la presión en ese punto. Tomemos el punto 2 en la *superficie* del fluido, donde la presión es p_0 (el subíndice indica profundidad cero). La profundidad del punto 1 es $h = y_2 - y_1$, y la ecuación (14.5) se convierte en

$$p_0 - p = -\rho g(y_2 - y_1) = -\rho g h$$

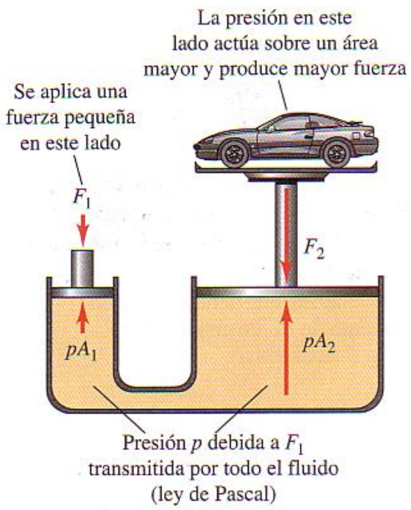
$$p = p_0 + \rho g h \qquad \text{(presión en un fluido de densidad uniforme)} \tag{14.6}$$



14.6 La presión en la parte superior de cada columna de fluido es igual a p_0, la presión atmosférica. La presión sólo depende de la altura, no de la forma del recipiente, así que todas las columnas de fluido tienen la misma altura.

La presión p a una profundidad h es mayor que la presión p_0 en la superficie, en una cantidad $\rho g h$. Observe que la presión es la misma en cualesquier dos puntos situados en el mismo nivel en el fluido. La *forma* del recipiente no importa (Fig. 14.6).

La ecuación (14.6) nos dice que, si aumentamos la presión p_0 en la superficie, tal vez usando un pistón que embona herméticamente en el recipiente para empujar



14.7 Principio del elevador hidráulico, una aplicación de la ley de Pascal. El tamaño del recipiente lleno de fluido se ha exagerado por claridad.

contra la superficie del fluido, la presión p a cualquier profundidad aumenta en la misma cantidad exactamente. El científico francés Blaise Pascal (1623-1662) reconoció este hecho en 1653, y se llama **ley de Pascal: La presión aplicada a un fluido encerrado se transmite sin disminución a todas las partes del fluido y las paredes del recipiente**.

El elevador hidráulico que se muestra esquemáticamente en la figura14.7 ilustra la ley de Pascal. Un pistón con área transversal pequeña A_1 ejerce una fuerza F_1 sobre la superficie de un líquido (aceite). La presión aplicada $p = F_1/A_1$ se transmite a través del tubo conector a un pistón mayor de área A_2. La presión aplicada es la misma en ambos cilindros, así que

$$p = \frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2} \quad \text{y} \quad F_2 = \frac{A_2}{A_1}F_1 \tag{14.7}$$

El elevador hidráulico es un dispositivo multiplicador de la fuerza con un factor de multiplicación igual al cociente de las áreas de los pistones. Las sillas de los dentistas, los gatos hidráulicos para autos, muchos elevadores y los frenos hidráulicos usan este principio.

En el caso de los gases, el supuesto de que la densidad ρ es uniforme sólo es realista en distancias verticales cortas. En un cuarto de 3.00 m de altura lleno de aire con densidad uniforme de 1.2 kg/m^3, la diferencia de presión entre el piso y el techo, dada por la ecuación (14.6) es

$$\rho g h = (1.2\ \text{kg/m}^3)(9.8\ \text{m/s}^2)(3.0\ \text{m}) = 35\ \text{Pa}$$

o sea, cerca de 0.00035 atm, una diferencia muy pequeña. En cambio, entre el nivel del mar y la cumbre del Monte Everest (8882 m) la densidad del aire cambia en un factor de casi 3, y no podemos usar la ecuación (14.6). Los líquidos, en cambio, son casi incompresibles, y suele ser una buena aproximación considerar su densidad como independiente de la presión. Una presión de varios cientos de atmósferas sólo causa un pequeño incremento porcentual en la densidad de la mayor parte de los líquidos.

Presión absoluta, presión manométrica y manómetros

Si la presión dentro de un neumático es igual a la presión atmosférica, el neumático estará desinflado. La presión debe ser *mayor* que la atmosférica para poder sostener el vehículo, así que la cantidad significativa es la *diferencia* entre las presiones interior y exterior. Si decimos que la presión de un neumático es de "32 libras" (en realidad 32 lb/pulg^2, igual a 220 kPa o 2.2×10^5 Pa), queremos decir que es *mayor* que la presión atmosférica (14.7 lb/pulg^2 o 1.01×10^5 Pa) en esa cantidad. La presión *total* en el neumático es de 47 lb/pulg^2, o 320 kPa. El exceso de presión más allá de la atmosférica suele llamarse **presión manométrica**, y la presión total se llama **presión absoluta**. Los ingenieros usan las abreviaturas psig y psia para "lb/pulg^2 manométrica" y "lb/pulg^2 absoluta", respectivamente. Si la presión es *menor* que la atmosférica, como en un vacío parcial, la presión manométrica es negativa.

Ejemplo 14.3 Determinación de presión absoluta y manométrica

Un sistema de calentamiento solar del agua usa paneles solares colocados en el techo, 12.0 m arriba del tanque de almacenamiento. La presión del agua en el nivel de los paneles es de 1 atm. ¿Qué presión absoluta hay en el tanque? ¿Y cuál es la presión manométrica?

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR: El agua es casi incompresible. (Imagine que trata de comprimir con un pistón un cilindro lleno de agua. ¡No podría hacerlo!) Por tanto, consideramos que el fluido tiene densidad uniforme.

PLANTEAR: El nivel de los paneles corresponde al punto 2 de la figura 14.5, y el del tanque, al punto 1. Por tanto, la incógnita es p en la ecuación (14.6); nos dan $p_0 = 1\ \text{atm} = 1.01 \times 10^5\ \text{Pa}$ y $h = 12.0\ \text{m}$.

EJECUTAR: Por la ecuación (14.6), la presión absoluta es

$$\begin{aligned} p &= p_0 + \rho g h \\ &= (1.01 \times 10^5\ \text{Pa}) + (1000\ \text{kg/m}^3)(9.80\ \text{m/s}^2)(12.0\ \text{m}) \\ &= 2.19 \times 10^5\ \text{Pa} = 2.16\ \text{atm} = 31.8\ \text{lb/pulg}^2 \end{aligned}$$

La presión manométrica es

$$\begin{aligned} p - p_0 &= (2.19 - 1.01) \times 10^5\ \text{Pa} \\ &= 1.18 \times 10^5\ \text{Pa} = 1.16\ \text{atm} = 17.1\ \text{lb/pulg}^2 \end{aligned}$$

EVALUAR: Si un tanque así tiene un medidor de presión, seguramente estará calibrado para indicar la presión manométrica, no la presión absoluta. Como señalamos, la variación en la presión *atmosférica* a esta altura es despreciable.

El medidor de presión más sencillo es el *manómetro* de tubo abierto (Fig. 14.8a). El tubo en forma de U contiene un líquido de densidad ρ, con frecuencia mercurio o agua. Un extremo del tubo se conecta al recipiente donde se medirá la presión, y el otro está abierto a la atmósfera, con $p_0 = p_a$. La presión en el fondo del tubo debida al fluido de la columna izquierda es $p + \rho g y_1$, y la debida al fluido de la columna derecha es $p_a + \rho g y_2$. Estas presiones se miden en el mismo punto, así que deben ser iguales:

$$\begin{aligned} p + \rho g y_1 &= p_a + \rho g y_2 \\ p - p_a &= \rho g(y_2 - y_1) = \rho g h \end{aligned} \tag{14.8}$$

En la ecuación (14.8), p es la *presión absoluta*, y la diferencia $p - p_a$ entre la presión absoluta y la atmosférica es la presión manométrica. Así, la presión manométrica es proporcional a la diferencia de altura $(y_2 - y_1)$ de las columnas.

Otro medidor de presión común es el **barómetro de mercurio**, que consiste en un tubo de vidrio largo, cerrado por un extremo, que se llena con mercurio y luego se invierte sobre un plato con mercurio (Fig. (14.8b). El espacio arriba de la columna sólo contiene vapor de mercurio, cuya presión es insignificante, así que la presión p_0 arriba de la columna es prácticamente cero. Por la ecuación (14.6),

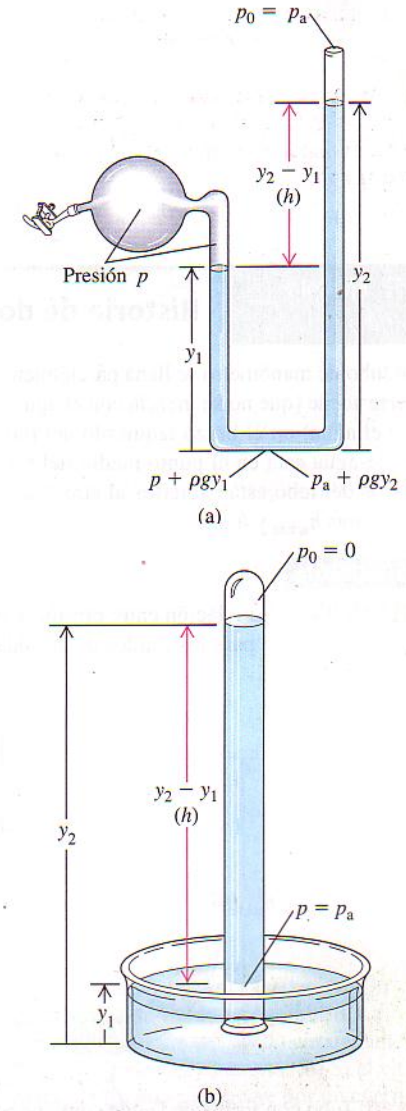
$$p_a = p = 0 + \rho g(y_2 - y_1) = \rho g h \tag{14.9}$$

Así, el barómetro de mercurio indica la presión atmosférica p_a directamente por la altura de la columna de mercurio.

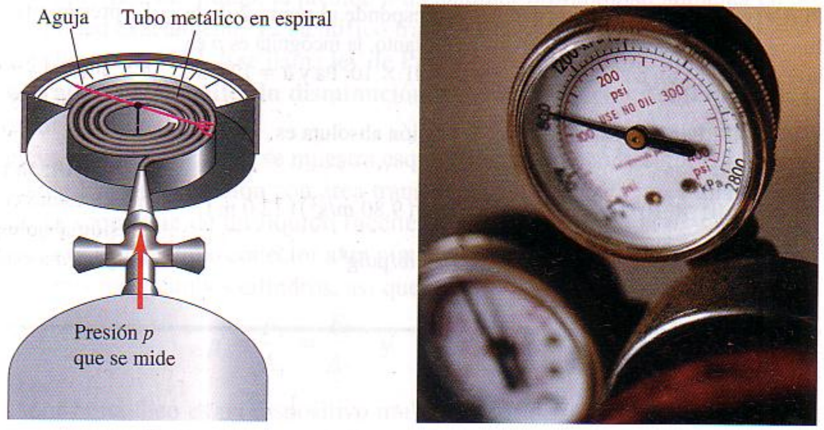
En muchas aplicaciones, las presiones suelen describirse en términos de la altura de la columna de mercurio correspondiente, como "pulgadas de mercurio" o "milímetros de mercurio" (abreviado mm Hg). Una presión de 1 mm Hg es 1 *torr*, por Evangelista Torricelli, inventor del barómetro de mercurio. Sin embargo, estas unidades dependen de la densidad del mercurio, que varía con la temperatura, y del valor de g, que varía con el lugar, y por ello se prefiere el pascal como unidad de presión.

Un dispositivo común para medir la presión arterial, llamado *esfigmomanómetro*, usa un manómetro lleno de mercurio. Las lecturas de la presión arterial, como 130/80, se refieren a las presiones manométricas máxima y mínima en las arterias, medidas en mm Hg o torrs. La presión arterial varía con la altura en el cuerpo; el punto de referencia estándar es la parte superior del brazo, a la altura del corazón.

Muchos tipos de medidores de presión usan un recipiente flexible sellado (Fig. 14.9). Un cambio en la presión dentro o fuera del recipiente causa un cambio en sus dimensiones, que se detecta óptica, eléctrica o mecánicamente.



14.8 Dos tipos de medidores de presión. (a) Manómetro de tubo abierto. (b) Barómetro de mercurio.



(a) (b)

14.9 (a) Medidor de presión de Bourdon. Al aumentar la presión dentro del tubo espiral metálico, éste se endereza y desvía la aguja unida a él. (b) Medidor de presión tipo Bourdon empleado en un tanque de gas comprimido.

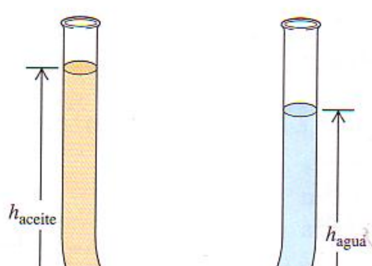
Ejemplo 14.4

Historia de dos fluidos

Un tubo de manómetro se llena parcialmente con agua. Después se vierte aceite (que no se mezcla con el agua y tiene menor densidad que el agua) en el brazo izquierdo del tubo hasta que la interfaz aceite-agua está en el punto medio del tubo (Fig. 14.10). Ambos brazos del tubo están abiertos al aire. Determine la relación entre las alturas h_{aceite} y h_{agua}.

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR: La relación entre presión y profundidad en un fluido sólo es válida para los fluidos de densidad uniforme. Por tanto, no podemos escribir una sola ecuación para el aceite y el agua juntos. Lo que sí podemos hacer es escribir una relación presión-profundidad para cada fluido por separado, tomando en cuenta que ambas columnas de fluido tienen la misma presión en la base (donde están en contacto y en equilibrio, así que las presiones deben ser iguales) y en la parte superior (donde ambas están en contacto con la atmósfera y en equilibrio con ella).



14.10 Tubo con forma de U que contiene aceite (a la izquierda) y agua (a la derecha). ¿Qué relación hay entre las alturas de las dos columnas de fluido?

PLANTEAR: Sea p_0 la presión atmosférica, y p, la presión en el fondo del tubo. Las densidades de los dos fluidos son ρ_{agua} y ρ_{aceite} (que es menor que ρ_{agua}). Usamos la ecuación (14.6) para cada fluido.

EJECUTAR: Para los dos fluidos, la ecuación (14.6) se convierte en

$$p = p_0 + \rho_{\text{agua}} g h_{\text{agua}}$$

$$p = p_0 + \rho_{\text{aceite}} g h_{\text{aceite}}$$

Puesto que la presión p en la base del tubo es la misma para ambos fluidos, igualamos las dos expresiones y despejamos h_{aceite} en términos de h_{agua}. Puede demostrarse que el resultado es

$$h_{\text{aceite}} = \frac{\rho_{\text{agua}}}{\rho_{\text{aceite}}} h_{\text{agua}}$$

EVALUAR: Puesto que el aceite es menos denso que el agua, la razón $\rho_{\text{agua}}/\rho_{\text{aceite}}$ es mayor que la unidad y h_{aceite} es mayor que h_{agua} (como se muestra en la Fig. 14.10). Este resultado es lógico: se necesita una mayor altura de aceite menos denso para producir la misma presión p en la base del tubo.

Evalúe su comprensión

El mercurio es menos denso a altas temperaturas que a bajas temperaturas. Suponga que saca al exterior un barómetro de mercurio que estaba dentro de un refrigerador bien sellado, en un caluroso día de verano, y observa que la columna de mercurio se mantiene a la misma altura en el tubo. Compare la presión del aire en el exterior con la del interior del refrigerador. (Haga caso omiso del cambio aún menor en las dimensiones del tubo de vidrio debido al cambio de temperatura.)

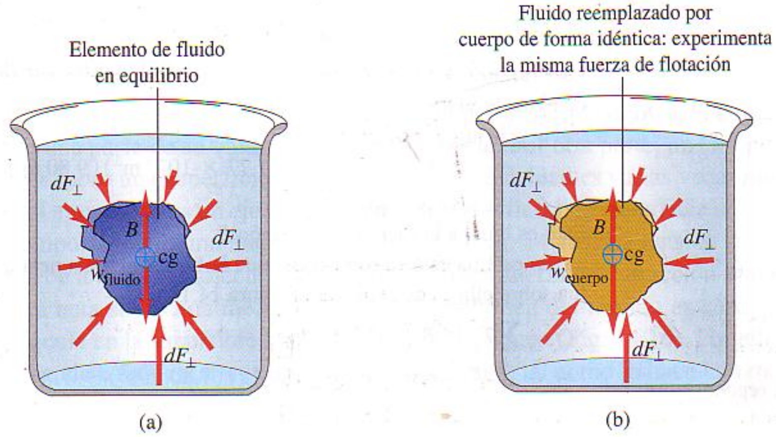
14.3 | Flotación

La **flotación** es un fenómeno muy conocido: un cuerpo sumergido en agua parece pesar menos que en el aire. Si el cuerpo es menos denso que el fluido, entonces flota. El cuerpo humano normalmente flota en el agua, y un globo lleno de helio flota en el aire.

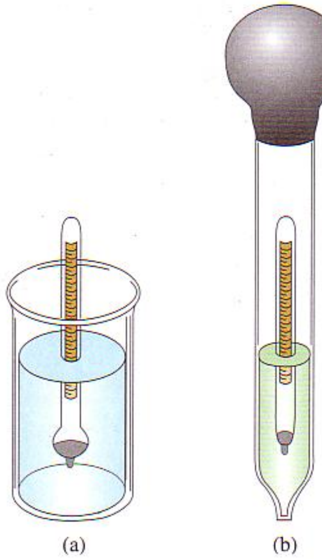
El **principio de Arquímedes** establece que: **Si un cuerpo está parcial o totalmente sumergido en un fluido, éste ejerce una fuerza hacia arriba sobre el cuerpo igual al peso del fluido desplazado por el cuerpo**. Para demostrar este principio, consideremos una porción arbitraria de fluido en reposo. En la figura 14.11a, el contorno irregular es la superficie que delimita esta porción de fluido. Las flechas representan las fuerzas que el fluido circundante ejerce sobre la superficie de frontera.

Todo el fluido está en equilibrio, así que la suma de todas las componentes *y* de fuerza sobre esta porción de fluido es cero. Por tanto, la suma de todas las componentes *y* de las fuerzas *de superficie* debe ser una fuerza hacia arriba de igual magnitud que el peso *mg* del fluido dentro de la superficie. Además, la suma de los momentos de torsión sobre la porción de fluido debe ser cero, así que la línea de acción de la componente *y* resultante de las fuerzas superficiales debe pasar por el centro de gravedad de esta porción de fluido.

Ahora quitamos el fluido que está dentro de la superficie y lo reemplazamos por un cuerpo sólido cuya forma es idéntica (Fig. 14.11b). La presión en cada punto es exactamente la misma que antes, de modo que la fuerza total hacia arriba ejercida por el fluido sobre el cuerpo también es la misma, igual en magnitud al peso *mg* del fluido que se desplazó para colocar el cuerpo. Llamamos a esta fuerza hacia arriba la **fuerza de flotación** que actúa sobre el cuerpo sólido. La línea de acción de la fuerza de flotación pasa por el centro de gravedad del fluido desplazado (que no necesariamente coincide con el centro de gravedad del cuerpo).



14.11 Principio de Arquímedes. (a) Un elemento de un fluido en equilibrio. La fuerza de flotación del fluido circundante es igual al peso del elemento. (b) Si el elemento de fluido se sustituye por un cuerpo de idéntica forma, el cuerpo experimenta la misma fuerza de flotación que en (a). Esta fuerza es igual al peso del fluido desplazado



14.12 (a) Hidrómetro sencillo. (b) Uso de un hidrómetro para probar ácido de un acumulador o del anticongelante.

Si un globo flota en equilibrio en el aire, su peso (incluido el gas en su interior) debe ser igual al del aire desplazado por el globo. Si un submarino sumergido está en equilibrio, su peso debe ser igual al del agua que desplaza. Un cuerpo cuya densidad media es menor que la del líquido puede flotar parcialmente sumergido en la superficie superior libre del líquido. Cuanto mayor es la densidad del líquido menor será la porción sumergida del cuerpo. Si nadamos en agua de mar (densidad 1030 kg/m^3), flotamos más que en agua dulce (1000 kg/m^3). Aunque parezca improbable, el plomo flota en el mercurio. El "vidrio flotado" de superficie muy plana se fabrica flotando vidrio fundido en estaño fundido y dejándolo enfriar.

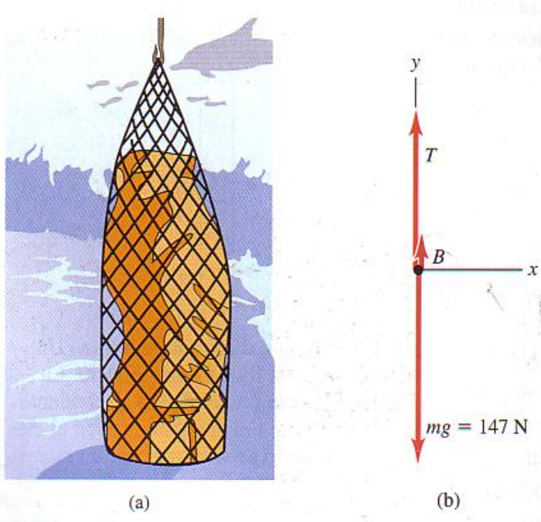
Otro ejemplo conocido es el hidrómetro, empleado para medir la densidad de los líquidos (Fig. 14.12a). El flotador calibrado se hunde en el fluido hasta que el peso del fluido que desplaza es igual a su propio peso. El hidrómetro flota *más alto* en los líquidos más densos que en los líquidos menos densos, y tiene un peso en su base para que la posición enderezada sea estable; una escala en el tallo superior permite leer directamente la densidad. La figura 14.12b muestra un tipo de hidrómetro de uso común para medir la densidad del ácido de un acumulador o del anticongelante. La base del tubo grande se sumerge en el líquido; se aprieta el bulbo para expulsar el aire y luego se suelta, como si fuera un gotero gigante. El líquido sube por el tubo exterior, y el hidrómetro flota en la muestra de líquido.

Ejemplo 14.5 Flotación

Una estatua de oro sólido de 15.0 kg de peso está siendo levantada de un barco hundido (Fig. 14.13a). ¿Qué tensión hay en el cable cuando la estatua está en reposo y a) totalmente sumergida? b) ¿Fuera del agua?

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR: Cuando la estatua está sumergida, experimenta una fuerza de flotación hacia arriba igual en magnitud al peso del fluido deplazado. Para calcular la tensión, observamos que la estatua está en equilibrio (en reposo) y consideramos las tres fuerzas que actúan sobre ella: su peso, la fuerza de flotación y la tensión en el cable.



14.13 (a) La estatua completamente sumergida en reposo. (b) Diagrama de cuerpo libre de la estatua sumergida.

PLANTEAR: La figura 14.13b muestra el diagrama de cuerpo libre de la estatua en equilibrio. La incógnita es la tensión T. Nos dan el peso mg y podemos calcular la fuerza de flotación B usando el principio de Arquímedes. Lo haremos en dos casos: (a) cuando la estatua está sumergida en el agua y (b) cuando está fuera del agua y sumergida en el aire.

EJECUTAR: a) Para calcular la fuerza de flotación, primero calculamos el volumen de la estatua, usando la densidad del oro de la tabla 14.1:

$$V = \frac{m}{\rho_{\text{oro}}} = \frac{15.0\text{ kg}}{19.3 \times 10^3\text{ kg/m}^3} = 7.77 \times 10^{-4}\text{ m}^3$$

Usando otra vez la tabla 14.1, calculamos el peso de ese volumen de agua de mar:

$$\begin{aligned} w_{\text{am}} &= m_{\text{am}}g = \rho_{\text{am}}Vg \\ &= (1.03 \times 10^3\text{ kg/m}^3)(7.77 \times 10^{-4}\text{ m}^3)(9.80\text{ m/s}^2) \\ &= 7.84\text{ N} \end{aligned}$$

Esto es igual a la fuerza de flotación B.

La estatua está en reposo, así que la fuerza externa neta que actúa sobre ella es de cero. De la figura 14.13b,

$$\begin{aligned} \sum F_y &= B + T + (-mg) = 0 \\ T &= mg - B = (15.0\text{ kg})(9.80\text{ m/s}^2) - 7.84\text{ N} \\ &= 147\text{ N} - 7.84\text{ N} = 139\text{ N} \end{aligned}$$

Si hay una balanza de resorte unida al extremo superior del cable, marcará 7.84 N menos de lo que marcaría si la estatua no estuviera sumergida en agua de mar. Por ello, la estatua sumergida parece pesar 139 N, cerca de 5% menos que su peso real de 147 N.
b) La densidad del aire es de cerca de 1.2 kg/m^3, así que la fuerza de flotación del aire sobre la estatua es

$$B = \rho_{\text{aire}} Vg = (1.2\ \text{kg/m}^3)(7.77 \times 10^{-4}\ \text{m}^3)(9.80\ \text{m/s}^2)$$
$$= 9.1 \times 10^{-3}\ \text{N}$$

Esto es sólo 62 millonésimas del peso real de la estatua. Este efecto es menor que la precisión de nuestros datos, así que lo despreciamos. La tensión en el cable con la estatua en el aire es igual al peso de la estatua, 147 N.

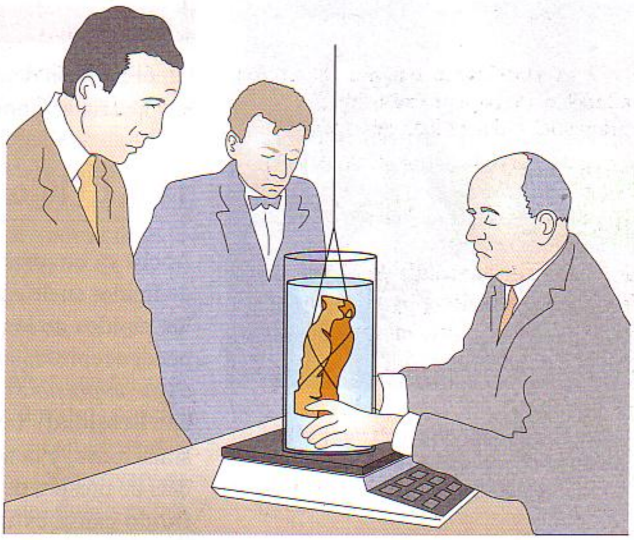
EVALUAR: Recordemos que la fuerza de flotación es proporcional a la densidad del *fluido*, no la de la estatua. Cuanto más denso es el fluido, mayor será la fuerza de flotación y menor será la tensión en el cable. Si el fluido tuviera la misma densidad que la estatua, la fuerza de flotación sería igual al peso de la estatua y la tensión sería cero (el cable se aflojaría). Si el fluido fuera más denso que la estatua, la tensión sería *negativa*: la fuerza de flotación sería mayor que el peso de la estatua, y se requeriría una fuerza hacia abajo para evitar que suba la estatua.

Ejemplo conceptual 14.6 Cuestión de peso

Se coloca un recipiente con agua de mar en una balanza y se anota la lectura; luego se suspende la estatua del ejemplo 14.5 en el agua (Fig. 14.14). ¿Cómo cambia la lectura?

SOLUCIÓN

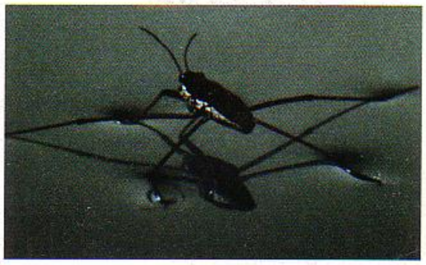
Considere el agua, la estatua y el recipiente juntos como un sistema; el peso total no depende de si la estatua está sumergida o no. La fuerza total de soporte, incluida la tensión T y la fuerza hacia arriba F de la balanza sobre el recipiente (igual a la lectura) es la misma en ambos casos. Sin embargo, en el ejemplo 14.5 vimos que T disminuye en 7.84 N cuando la estatua está sumergida, así que la lectura de la balanza debe *aumentar* en 7.84 N. Otra forma de verlo es que el agua ejerce una fuerza de flotación de 7.84 N sobre la estatua, así que ésta debe ejercer una fuerza igual hacia abajo sobre el agua, haciendo a la lectura 7.84 N mayor que el peso del agua y el recipiente.



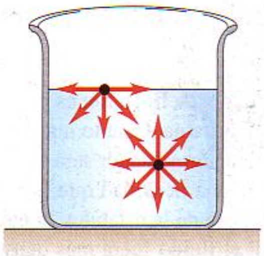
14.14 ¿Cómo cambia la lectura de la balanza cuando la estatua se sumerge en agua?

Tensión superficial

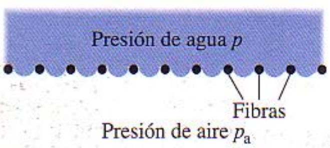
Un objeto menos denso que el agua, como una pelota de playa inflada con aire, flota con una parte de su volumen bajo la superficie. Por otra parte, un *clip* puede descansar *sobre* una superficie de agua aunque su densidad es varias veces mayor que la del agua. Esto es un ejemplo de **tensión superficial**: la superficie del líquido se comporta como una membrana en tensión (Fig. 14.15). La tensión superficial se debe a que las moléculas del líquido ejercen fuerzas de atracción entre sí. La fuerza neta sobre una molécula dentro del volumen del líquido es cero, pero una molécula en la superficie es atraída hacia el volumen (Fig. 14.16). Por ello, el líquido tiende a reducir al mínimo su área superficial, tal como lo hace una membrana estirada.



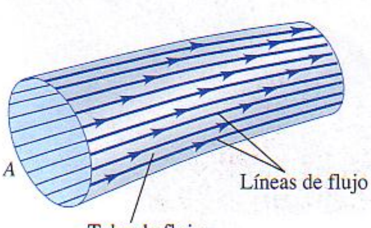
14.15 La superficie del agua actúa como membrana sometida a tensión, y permite a este zancudo caminar literalmente sobre el agua.



14.16 Cada molécula de un líquido es atraída por las demás moléculas. Una molécula en la superficie es atraída hacia el volumen del líquido, y esto tiende a reducir el área superficial del líquido.



14.17 La tensión superficial dificulta el paso del agua por aberturas pequeñas. La presión requerida p puede reducirse usando agua caliente con jabón, todo lo cual reduce la tensión superficial.



14.18 Tubo de flujo delimitado por líneas de flujo. En flujo estable, el fluido no puede cruzar las paredes de un tubo de flujo.

La tensión superficial explica por qué las gotas de lluvia en caída libre son esféricas (*no* con forma de lágrima): una esfera tiene menor área superficial para un volumen dado que cualquier otra forma. También explica por qué se usa agua jabonosa caliente en el lavado de la ropa. Para lavarla bien, se debe hacer pasar el agua por los diminutos espacios entre las fibras (Fig. 14.17). Esto implica aumentar el área superficial del agua, lo que es difícil por la tensión superficial. La tarea se facilita aumentando la temperatura del agua y añadiendo jabón, pues ambas cosas reducen la tensión superficial.

La tensión superficial es importante para una gota de agua de 1 mm de diámetro, que tiene un área relativamente grande en comparación con su volumen. (Una esfera de radio r tiene área $4\pi r^2$ y volumen $(4\pi/3)r^3$. La razón superficie/área es $3/r$, y aumenta al disminuir el radio.) En cambio, si la cantidad de líquido es grande, la razón superficie/volumen es relativamente pequeña y la tensión superficial es insignificante en comparación con las fuerzas de presión. En el resto del capítulo, sólo consideraremos volúmenes grandes de fluidos, así que haremos caso omiso de los efectos de la tensión superficial.

Evalúe su comprensión

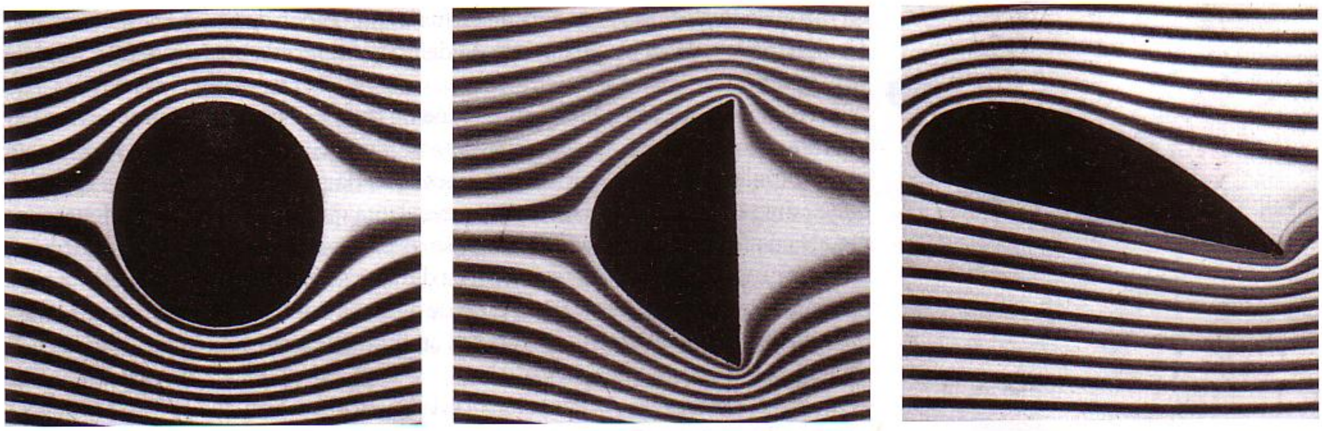
Un objeto con densidad uniforme flota en agua con un tercio de su volumen sobre la superficie. Compare la densidad del objeto con la del agua.

14.4 | Flujo de fluidos

Ahora ya estamos preparados para considerar el *movimiento* de un fluido. El flujo de fluidos suele ser extremadamente complejo, como se aprecia en las corrientes de los rápidos de los ríos o en las flamas de una fogata, pero algunas situaciones se pueden representar con modelos idealizados relativamente simples. Un **fluido ideal** es *incompresible* (su densidad no puede cambiar) y no tiene fricción interna (llamada **viscosidad**). Los líquidos son aproximadamente incompresibles en casi todas las situaciones, y también podemos tratar a un gas como incompresible si las diferencias de presión de una región a otra no son muy grandes. La fricción interna en un fluido causa esfuerzos de corte cuando dos capas de fluido adyacentes tienen un movimiento relativo, como cuando un fluido fluye dentro de un tubo o alrededor de un obstáculo. En algunos casos, podemos despreciar estas fuerzas de corte en comparación con las fuerzas debidas a la gravedad y a diferencias de presión.

El camino de una partícula individual en un fluido en movimiento se llama **línea de flujo**. Si el patrón global de flujo no cambia con el tiempo, entonces tenemos un **flujo estable**. En un flujo estable, cada elemento que pasa por un punto dado sigue la misma línea de flujo. En este caso, el "mapa" de las velocidades del fluido en distintos puntos del espacio permanece constante, aunque la velocidad de una partícula específica pueda cambiar tanto en magnitud como en dirección durante su movimiento. Una **línea de corriente** es una curva cuya tangente en cualquier punto tiene la dirección de la velocidad del fluido en ese punto. Si el patrón de flujo cambia con el tiempo, las líneas de corriente no coinciden con las de flujo. Consideraremos sólo situaciones de flujo estable, en las que las líneas de flujo y las de corriente son idénticas.

Las líneas de flujo que pasan por el borde de un elemento de área imaginario, como A en la figura 14.18, forman un tubo llamado **tubo de flujo**. Por la definición de línea de flujo, si el flujo es estable el fluido no puede cruzar las paredes laterales de un tubo de flujo; los fluidos de diferentes tubos de flujo no pueden mezclarse.



14.19 Flujo laminar alrededor de obstáculos con diferente forma.

La figura 14.19 muestra patrones de flujo de fluidos de izquierda a derecha alrededor de varios obstáculos. Las fotografías se tomaron inyectando un tinte en el agua que fluye entre dos placas de vidrio cercanas. Estos patrones son representativos del **flujo laminar**, en el que capas adyacentes de fluido se deslizan suavemente una sobre otra y el flujo es estable. (Una lámina es una hoja delgada.) Si la tasa de flujo es suficientemente alta, o si las superficies de frontera causan cambios abruptos en la velocidad, el flujo puede hacerse irregular y caótico. Esto se llama **flujo turbulento** (Fig. 14.20). En flujo turbulento no hay un patrón de estado estable; el patrón de flujo cambia continuamente.

14.20 El flujo de humo que sale de estos palitos de incienso es laminar hasta cierto punto; luego se vuelve turbulento.

La ecuación de continuidad

La masa de un fluido en movimiento no cambia al fluir. Esto da pie a una relación cuantitativa importante llamada **ecuación de continuidad**. Considere una porción de un tubo de flujo entre dos secciones transversales estacionarias con áreas A_1 y A_2 (Fig. 14.21). La rapidez del fluido en estas secciones es v_1 y v_2, respectivamente. No fluye fluido por los costados del tubo porque la velocidad del fluido es tangente a la pared en todos sus puntos. Durante un tiempo corto dt, el fluido en A_1 se mueve una distancia $v_1\,dt$, así que un cilindro de fluido de altura $v_1\,dt$ y volumen $dV_1 = A_1v_1\,dt$ fluye hacia el tubo a través de A_1. Durante ese mismo lapso, un cilindro de volumen $dV_2 = A_2v_2\,dt$ sale del tubo a través de A_2.

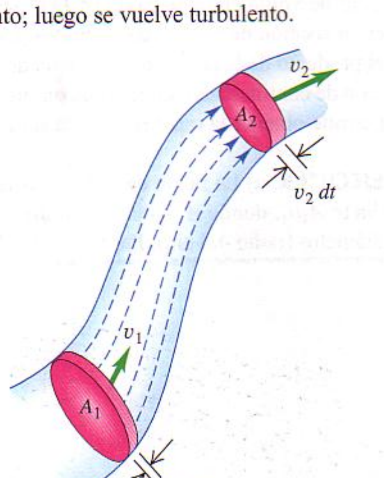
Consideremos primero el caso de un fluido incompresible cuya densidad ρ tiene el mismo valor en todos los puntos. La masa dm_1 que fluye al tubo por A_1 en el tiempo dt es $dm_1 = \rho A_1v_1\,dt$. Así mismo, la masa dm_2 que sale por A_2 en el mismo tiempo es $dm_2 = \rho A_2v_2\,dt$. En flujo estable, la masa total en el tubo es constante, así que $dm_1 = dm_2$ y

$$\rho A_1v_1\,dt = \rho A_2v_2\,dt \qquad \text{o sea}$$

$$A_1v_1 = A_2v_2 \quad \text{(ecuación de continuidad, fluido incompresible)} \quad (14.10)$$

El producto Av es la *razón de flujo de volumen dV/dt*, la rapidez con que el volumen cruza una sección del tubo:

$$\frac{dV}{dt} = Av \quad \text{(razón de flujo de volumen)} \quad (14.11)$$



14.21 Tubo de flujo con área de sección transversal cambiante. Si el fluido es incompresible, el producto Av tiene el mismo valor en todos los puntos a lo largo del tubo.

La razón de flujo de *masa* es el flujo de masa por unidad de tiempo a través de una sección transversal, y es igual a la densidad ρ multiplicada por la razón de flujo de volumen dV/dt.

La ecuación (14.10) indica que la razón de flujo de volumen tiene el mismo valor en todos los puntos de cualquier tubo de flujo. Si disminuye la sección de un tubo de flujo, la rapidez aumenta, y viceversa. La parte profunda de un río tiene mayor área transversal y una corriente más lenta que la parte superficial, pero las razones de flujo de volumen son las mismas en los dos puntos. El chorro de agua de un grifo se angosta al adquirir rapidez durante su caída, pero dV/dt tiene el mismo valor en todo el chorro. Si un tubo de agua de 2 cm de diámetro se conecta a un tubo de 1 cm de diámetro, la rapidez de flujo es cuatro veces más grande en el segundo tubo que en el primero.

Podemos generalizar la ecuación (14.10) para el caso en que el fluido *no* es incompresible. Si ρ_1 y ρ_2 son las densidades en las secciones 1 y 2, entonces

$$\rho_1 A_1 v_1 = \rho_2 A_2 v_2 \qquad \text{(ecuación de continuidad, fluido compresible)} \qquad (14.12)$$

Dejamos los detalles como ejercicio. Si el fluido es incompresible, de modo que ρ_1 y ρ_2 siempre son iguales, la ecuación (14.12) se reduce a la ecuación (14.10).

Ejemplo 14.7

Flujo de fluido incompresible

Como parte de un sistema de lubricación para maquinaria pesada, un aceite con densidad de 850 kg/m^3 se bombea a través de un tubo cilíndrico de 8.0 cm de diámetro a razón de 9.5 litros por segundo. a) Calcule la rapidez del aceite y la razón de flujo de masa. b) Si el diámetro del tubo se reduce a 4.0 cm, ¿qué nuevos valores tendrán la rapidez y la razón de flujo de volumen? Suponga que el aceite es incompresible.

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR Y PLANTEAR: Usaremos la definición de razón de flujo de volumen [ecuación (14.11)] para determinar la rapidez v_1 en la sección de 8.0 cm de diámetro. La razón de flujo de masa es el producto de la densidad y la razón de flujo de volumen. La ecuación de continuidad para flujo incompresible, ecuación (14.10), nos permite obtener la rapidez v_2 en la sección de 4.0 cm de diámetro.

EJECUTAR: a) La razón de flujo de volumen dV/dt es igual al producto $A_1 v_1$, donde A_1 es el área transversal del tubo de 8.0 cm de diámetro (radio 4.0 cm). Por tanto,

$$v_1 = \frac{dV/dt}{A_1} = \frac{(9.5\ \text{L/s})(10^{-3}\ \text{m}^3/\text{L})}{\pi(4.0\times10^{-2}\ \text{m})^2} = 1.9\ \text{m/s}$$

La razón de flujo de masa es $\rho\, dV/dt = (850\ \text{kg/m}^3)(9.5\times10^{-3}\ \text{m}^3/\text{s}) = 8.1\ \text{kg/s}$.

b) Puesto que el aceite es incompresible, la razón de flujo de volumen tiene el mismo valor (9.5 L/s) en ambas secciones del tubo. Por la ecuación (14.10),

$$v_2 = \frac{A_1}{A_2} v_1 = \frac{\pi(4.0\times10^{-2}\ \text{m})^2}{\pi(2.0\times10^{-2}\ \text{m})^2}(1.9\ \text{m/s}) = 7.6\ \text{m/s}$$

EVALUAR: La segunda sección de tubo tiene la mitad del diámetro y la cuarta parte del área transversal de la primera sección. Por tanto, la rapidez debe ser cuatro veces mayor en la segunda sección, y eso es precisamente lo que muestra nuestro resultado ($v_2 = 4v_1$).

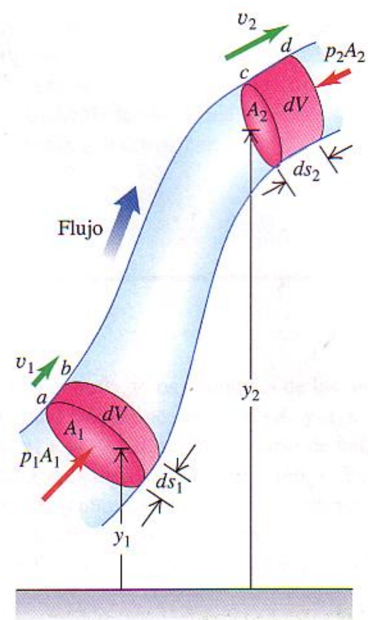
Evalúe su comprensión

El aire en la atmósfera es casi incompresible. Use este hecho para explicar por qué en los pasos montañosos se observan vientos especialmente rápidos.

14.5 | Ecuación de Bernoulli

Según la ecuación de continuidad, la rapidez de flujo de un fluido puede variar a lo largo de las trayectorias del fluido. La presión también puede variar; depende de la altura igual que en la situación estática (sección 14.2) y también de la rapidez de flujo. Podemos deducir una relación importante, llamada *ecuación de Bernoulli*, que relaciona la presión, la rapidez de flujo y la altura para el flujo de un fluido ideal. La ecuación de Bernoulli es una herramienta indispensable para analizar los sistemas de plomería, las estaciones generadoras hidroeléctricas y el vuelo de los aviones.

La dependencia de la presión respecto a la rapidez se sigue de la ecuación de continuidad, ecuación (14.10). Si un fluido incompresible fluye por un tubo con sección transversal variable, su rapidez *debe* cambiar, así que un elemento de fluido debe tener una aceleración. Si el tubo es horizontal, la fuerza que causa esta aceleración debe ser aplicada por el fluido circundante. Esto implica que la presión *debe* ser diferente en regiones con diferente sección transversal; si fuera la misma en todos lados, la fuerza neta sobre cada elemento de fluido sería cero. Si un tubo es horizontal se estrecha y un elemento de fluido se acelera, debe estarse moviendo hacia una región de menor presión para tener una fuerza neta hacia adelante que lo acelere. Si la altura también cambia, esto causa una diferencia de presión adicional.



14.22 El trabajo neto realizado sobre un elemento de fluido por la presión del fluido circundante es igual al cambio en la energía cinética más el cambio en la energía potencial gravitacional.

Para deducir la ecuación de Bernoulli, aplicamos el teorema del trabajo y la energía al fluido en una sección de un tubo. En la figura 14.22, consideramos el elemento de fluido que en algún instante inicial está entre las dos secciones transversales a y c. Las rapideces en los extremos inferior y superior son v_1 y v_2. En un pequeño intervalo de tiempo dt, el fluido que está en a se mueve a b, una distancia $ds_1 = v_1dt$, y el fluido que está inicialmente en c se mueve a d, una distancia $ds_2 = v_2dt$. Las áreas transversales en los dos extremos son A_1 y A_2, como se muestra. El fluido es incompresible, así que, por la ecuación de continuidad, ecuación (14.10), el volumen de fluido dV que pasa por *cualquier* sección transversal durante dt es el mismo. Es decir, $dV = A_1ds_1 = A_2\,ds_2$.

Calculemos el *trabajo* efectuado sobre este elemento durante dt. Suponemos que la fricción interna del fluido es despreciable (es decir, no hay viscosidad), así que las únicas fuerzas no gravitacionales que efectúan trabajo sobre el elemento fluido se deben a la presión del fluido circundante. Las presiones en los extremos son p_1 y p_2; la fuerza sobre la sección en a es p_1A_1, y la fuerza en c es p_2A_2. El trabajo neto dW efectuado sobre el elemento por el fluido circundante durante este desplazamiento es entonces

$$dW = p_1A_1\,ds_1 - p_2A_2\,ds_2 = (p_1 - p_2)dV \tag{14.13}$$

El segundo término tiene signo negativo porque la fuerza en c se opone al desplazamiento del fluido.

El trabajo dW se debe a fuerzas distintas de la fuerza de gravedad conservadora, así que es igual al cambio en la energía mecánica total (energía cinética más energía potencial gravitacional) asociada al elemento fluido. La energía mecánica para el fluido entre las secciones b y c no cambia. Al principio de dt, el fluido entre a y b tiene volumen A_1ds_1, masa $\rho A_1\,ds_1$ y energía cinética $\frac{1}{2}\rho(A_1\,ds_1)v_1^2$. Al final de dt, el fluido entre c y d tiene energía cinética $\frac{1}{2}\rho(A_2\,ds_2)v_2^2$. El cambio neto de energía cinética dK durante dt es

$$dK = \frac{1}{2}\rho\,dV(v_2^2 - v_1^2) \tag{14.14}$$

¿Y qué hay del cambio en la energía potencial gravitacional? Al iniciar dt, la energía potencial para la masa que está entre a y b es $dm\,gy_1 = \rho\,dV\,gy_1$. Al final de dt, la energía potencial para la masa que está entre c y d es $dm\,gy_2 = \rho\,dV\,gy_2$. El cambio neto de energía potencial dU durante dt es

$$dU = \rho\,dV\,g(y_2 - y_1) \tag{14.15}$$

Combinando las ecuaciones (14.13), (14.14) y (14.15) en la ecuación de energía $dW = dK + dU$, obtenemos

$$(p_1 - p_2)dV = \frac{1}{2}\rho\, dV(v_2^2 - v_1^2) + \rho\, dV\, g(y_2 - y_1)$$

$$p_1 - p_2 = \frac{1}{2}\rho(v_2^2 - v_1^2) + \rho g(y_2 - y_1) \qquad (14.16)$$

Ésta es la **ecuación de Bernoulli**, y dice que el trabajo efectuado sobre un volumen unitario de fluido por el fluido circundante es igual a la suma de los cambios de las energías cinética y potencial por unidad de volumen que se dan durante el flujo. También podemos interpretar la ecuación (14.16) en términos de presiones. El primer término de la derecha es la diferencia de presión asociada al cambio de rapidez del fluido; el segundo es la diferencia de presión adicional causada por el peso del fluido y la diferencia de altura de los dos extremos.

También podemos expresar la ecuación (14.16) en una forma más útil:

$$p_1 + \rho g y_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_2 + \rho g y_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 \quad \text{(ecuación de Bernoulli)} \qquad (14.17)$$

Los subíndices 1 y 2 se refieren a *cualesquier* dos puntos del tubo de flujo, así que también podemos escribir

$$p + \rho g y + \frac{1}{2}\rho v^2 = \text{constante} \qquad (14.18)$$

Observe que, si el fluido *no* se mueve ($v_1 = v_2 = 0$), la ecuación (14.17) se reduce a la relación de presión que dedujimos para un fluido en reposo (ecuación 14.5).

CUIDADO Subrayamos de nuevo que la ecuación de Bernoulli sólo es válida para un flujo estable de un fluido incompresible sin fricción interna (sin viscosidad). Es una ecuación sencilla y fácil de usar; no por ello vaya a aplicarla en situaciones en que no es válida.

Estrategia para resolver problemas

Ecuación de Bernoulli

La ecuación de Bernoulli se deduce del teorema del trabajo y la energía, así que gran parte de las estrategias sugeridas en la sección 7.1 puede aplicarse aquí.

IDENTIFICAR *los conceptos pertinentes:* Primero, asegúrese de que el flujo del fluido sea estable y que el fluido sea incompresible y no tenga fricción interna. Este caso es una idealización, pero se acerca mucho a la realidad en el caso de fluidos que fluyen por tubos suficientemente grandes y en el de flujos dentro de grandes cantidades de fluido (como aire que fluye alrededor de un avión o agua que fluye alrededor de un pez).

PLANTEAR *el problema siguiendo estos pasos:*

1. Siempre comience por identificar claramente los puntos 1 y 2 a los que se refiere la ecuación de Bernoulli.
2. Defina su sistema de coordenadas, sobre todo el nivel en que $y = 0$.
3. Haga listas de las cantidades conocidas y desconocidas de la ecuación (14.17). Las variables son p_1, p_2, v_1, v_2, y_1 y y_2, y las constantes son ρ y g. Decida qué incógnitas debe determinar.

EJECUTAR *la solución como sigue:* Escriba la ecuación de Bernoulli y despeje las incógnitas. En algunos problemas, habrá que usar la ecuación de continuidad, ecuación (14.10), para tener una relación entre las dos rapideces en términos de áreas transversales de tubos o recipientes. O tal vez se tienen ambas rapideces y hay que determinar una de las áreas. Tal vez necesite también la ecuación (14.11) para calcular la razón de flujo de volumen.

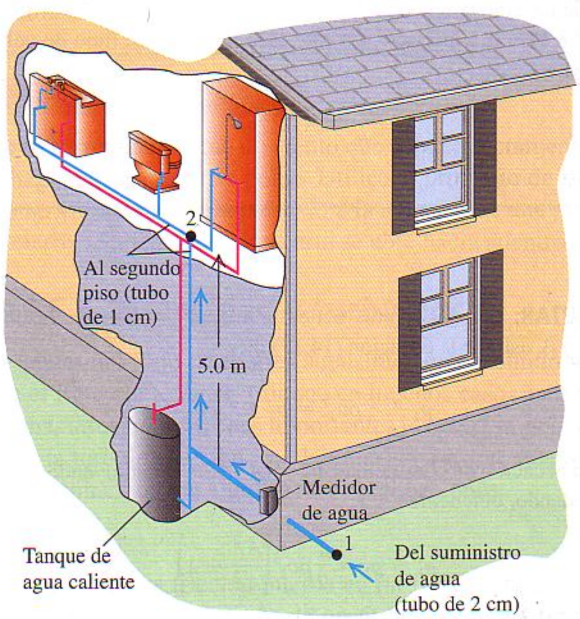
EVALUAR *la respuesta:* Como siempre, verifique que los resultados sean lógicos físicamente. Compruebe que las unidades sean congruentes. En el SI, la presión está en Pa, la densidad en kg/m^3 y la rapidez en m/s. Recuerde también que las presiones deben ser todas absolutas o todas manométricas.

Ejemplo 14.8 Presión de agua en el hogar

Entra agua en una casa por un tubo con diámetro interior de 2.0 cm a una presión absoluta de 4.0×10^5 Pa (unas 4 atm). Un tubo de 1.0 cm de diámetro va al cuarto de baño del segundo piso, 5.0 m más arriba (Fig. 14.23). La rapidez de flujo en el tubo de entrada es de 1.5 m/s. Calcule la rapidez de flujo, presión y razón de flujo de volumen en el cuarto de baño.

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR Y PLANTEAR: Tomamos los puntos 1 y 2 en el tubo de entrada y el cuarto de baño, respectivamente. Nos dan la rapidez v_1 y la presión p_1 en el tubo de entrada, y los diámetros de los tubos en los puntos 1 y 2 (con lo cual calculamos las áreas A_1 y A_2). Tomamos $y_1 = 0$ (en la entrada) y $y_2 = 5.0$ m (en el cuarto de baño). Las dos primeras incógnitas son la rapidez v_2 y la presión p_2. Puesto que tenemos más de una incógnita, usamos tanto la ecuación de Bernoulli como la ecuación de continuidad. Una vez que tengamos v_2, calcularemos la razón de flujo de volumen v_2A_2 en el punto 2.



14.23 ¿Qué presión tiene el agua en el cuarto de baño del segundo piso de esta casa?

EJECUTAR: La rapidez v_2 en el cuarto de baño se obtiene de la ecuación de continuidad, ecuación (14.10):

$$v_2 = \frac{A_1}{A_2}v_1 = \frac{\pi(1.0\text{ cm})^2}{\pi(0.50\text{ cm})^2}(1.5\text{ m/s}) = 6.0\text{ m/s}$$

Nos dan p_1 y v_1, y podemos obtener p_2 con la ecuación de Bernoulli:

$$\begin{aligned} p_2 &= p_1 - \frac{1}{2}\rho(v_2^2 - v_1^2) - \rho g(y_2 - y_1) = 4.0 \times 10^5\text{ Pa} \\ &\quad - \frac{1}{2}(1.0 \times 10^3\text{ kg/m}^3)(36\text{ m}^2/\text{s}^2 - 2.25\text{ m}^2/\text{s}^2) \\ &\quad - (1.0 \times 10^3\text{ kg/m}^3)(9.8\text{ m/s}^2)(5.0\text{ m}) \\ &= 4.0 \times 10^5\text{ Pa} - 0.17 \times 10^5\text{ Pa} - 0.49 \times 10^5\text{ Pa} \\ &= 3.3 \times 10^5\text{ Pa} = 3.3\text{ atm} = 48\text{ lb/pulg}^2 \end{aligned}$$

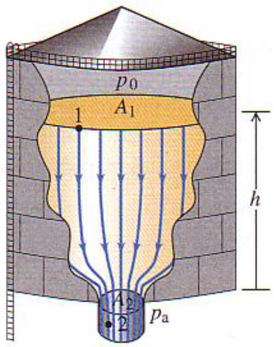
La razón de flujo de volumen es

$$\begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= A_2v_2 = \pi(0.50 \times 10^{-2}\text{ m})^2(6.0\text{ m/s}) \\ &= 4.7 \times 10^{-4}\text{ m}^3/\text{s} = 0.47\text{ L/s} \end{aligned}$$

EVALUAR: Ésta es una razón de flujo razonable para un lavabo o ducha. Cabe señalar que, al cerrar el agua, el término $\frac{1}{2}\rho(v_2^2 - v_1^2)$ de la ecuación de la presión desaparece, y la presión sube a 3.5×10^5 Pa.

Ejemplo 14.9 Rapidez de salida

La figura 14.24 muestra un tanque de almacenamiento de gasolina con área transversal A_1, lleno hasta una altura h. El espacio arriba de la gasolina contiene aire a p_0 y la gasolina sale por un tubo corto de área A_2. Deduzca expresiones para la rapidez de flujo en el tubo y la razón de flujo de volumen.



14.24 Cálculo de la rapidez de salida de gasolina por el fondo de un tanque de almacenamiento.

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR: Podemos considerar todo el volumen de líquido en movimiento como un tubo de flujo, así que podemos usar el principio de Bernoulli.

PLANTEAR: Los puntos 1 y 2 en la figura 14.24 están en la superficie de la gasolina y en el tubo corto de salida, respectivamente. En el punto 1, la presión es p_0; en el punto 2, la presión es la atmosférica, p_a. Tomamos $y = 0$ en el tubo de salida, así que $y_1 = h$ y $y_2 = 0$. Puesto que A_1 es mucho mayor que A_2, el nivel de la gasolina en el tanque bajará muy lentamente, así que podemos considerar a v_1 prácticamente igual a cero. Obtendremos la variable meta v_2 con la ecuación (14.17) y la razón de flujo de volumen con la ecuación (14.11).

EJECUTAR: Aplicando la ecuación de Bernoulli a los puntos 1 y 2 y tomando $y = 0$ en la base del tanque, tenemos

$$p_0 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g h = p_a + \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

$$v_2^2 = v_1^2 + 2\frac{p_0 - p_a}{\rho} + 2gh$$

Con $v_1 = 0$, tenemos

$$v_2^2 = 2\frac{p_0 - p_a}{\rho} + 2gh$$

Por la ecuación (14.11), la razón de flujo de volumen es $dV/dt = v_2 A_2$.

EVALUAR: La rapidez v_2, conocida como *rapidez de salida*, depende tanto de la diferencia de presión $(p_0 - p_a)$ como de la altura h del líquido en el tanque. Si el tanque está abierto por arriba a la atmósfera, no habrá exceso de presión: $p_0 = p_a$ y $p_0 - p_a = 0$. En ese caso,

$$v_2 = \sqrt{2gh}$$

Esto es, la rapidez de salida por una abertura a una distancia h bajo la superficie del líquido es la *misma* que un cuerpo adquiriría cayendo libremente una altura h. Este resultado es el *teorema de Torricelli* y es válido no sólo para una abertura en la base de un recipiente, sino también para un agujero en una pared a una profundidad h bajo la superficie. En este caso, la razón de flujo de volumen es

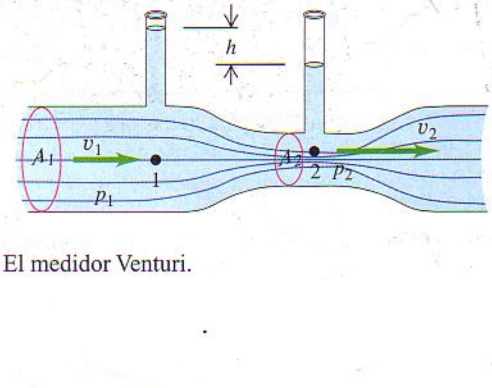
$$\frac{dV}{dt} = A_2\sqrt{2gh}$$

Ejemplo 14.10 El medidor Venturi

La figura 14.25 muestra un *medidor Venturi*, que se usa para medir la rapidez de flujo en un tubo. La parte angosta del tubo se llama *garganta*. Deduzca una expresión para la rapidez de flujo v_1 en términos de las áreas transversales A_1 y A_2 y la diferencia de altura h del líquido en los dos tubos verticales.

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR Y PLANTEAR: Aplicamos la ecuación de Bernoulli a las partes ancha (punto 1) y angosta (punto 2) del tubo. La diferencia de altura entre los dos tubos verticales indica la diferencia de presión entre los puntos 1 y 2.



14.25 El medidor Venturi.

EJECUTAR: Los dos puntos tienen la misma coordenada vertical ($y_1 = y_2$), así que la ecuación (14.17) dice

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

Por la ecuación de continuidad, $v_2 = (A_1/A_2)v_1$. Sustituyendo y reacomodando, obtenemos

$$p_1 - p_2 = \frac{1}{2}\rho v_1^2\left(\frac{A_1^2}{A_2^2} - 1\right)$$

La diferencia de presión $p_1 - p_2$ también es igual a $\rho g h$, donde h es la diferencia de nivel del líquido en los dos tubos. Combinando esto con el resultado anterior y despejando v_1, obtenemos

$$v_1 = \sqrt{\frac{2gh}{(A_1/A_2)^2 - 1}}$$

EVALUAR: Puesto que A_1 es mayor que A_2, v_2 es mayor que v_1 y la presión p_2 en la garganta es *menor* que p_1. Una fuerza neta a la derecha acelera el fluido al entrar en la garganta, y una fuerza neta a la izquierda lo frena al salir.

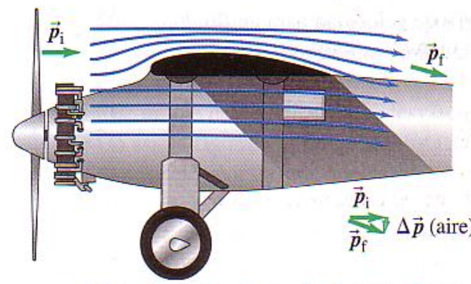
Ejemplo conceptual 14.11

Sustentación en un ala de avión

La figura 14.26 muestra líneas de flujo alrededor de un corte del ala de un avión. Las líneas se aprietan arriba del ala, lo que corresponde a una mayor rapidez de flujo y una presión reducida en esta región, igual que en la garganta del Venturi. La fuerza que actúa hacia arriba sobre el lado inferior del ala es mayor que la que actúa hacia abajo sobre el lado superior; hay una fuerza neta hacia arriba, o *sustentación*. La sustentación no se debe sólo al impulso del aire que incide bajo el ala; de hecho, la presión reducida en la superficie de arriba del ala es lo que más contribuye a la sustentación. (Esta explicación muy simplificada no considera la formación de vórtices; un análisis más completo los tendría en cuenta.)

También podemos entender la fuerza de sustentación en términos de cambios de cantidad de movimiento. La figura 14.26 muestra que hay un cambio neto *hacia abajo* en la componente vertical de la cantidad de movimiento del aire que fluye por el ala, correspondiente a la fuerza hacia abajo que el ala ejerce sobre el aire. La fuerza de reacción que actúa *sobre* el ala es *hacia arriba*, como habíamos visto.

Se observa un patrón de flujo y una fuerza de sustentación similares en las inmediaciones de cualquier objeto saliente cuando hace viento (véase el flujo de aire sobre la espalda del ciclista en la fotografía inicial del capítulo). En un viento bastante intenso, la fuerza de sustentación que actúa sobre la parte superior dé un paraguas abierto puede hacer que éste se doble hacia arriba. También actúa una fuerza de sustentación sobre un automóvil que va a gran velocidad porque el aire se mueve sobre el techo curvo del vehículo. Esa sustentación puede reducir la tracción de los neumáticos, y es por ello que muchos automóviles están equipados con un "spoiler" aerodinámico en la parte trasera. El spoiler se parece a un ala invertida y hace que una fuerza hacia abajo actúe sobre las ruedas traseras.



14.26 Líneas de flujo alrededor de un ala de avión. La cantidad de movimiento de una porción de aire (relativa al ala) es $\vec{p}_i$ antes de llegar al ala y $\vec{p}_f$ después.

Evalúe su comprensión

No es sorprendente que un viento que sopla directamente contra una puerta abierta haga que se cierre de golpe. Utilice el principio de Bernoulli para explicar cómo un viento que sopla *paralelo* a la abertura de una puerta puede hacer que ésta se cierre. (Suponga que la puerta se abre hacia adentro.)

*14.6 | Viscosidad y turbulencia

Al hablar del flujo de fluidos supusimos que el fluido no tenía fricción interna y que el flujo era laminar. Aunque en muchos casos esos supuestos son válidos, en muchas situaciones físicas importantes los efectos de la viscosidad (fricción interna) y la turbulencia (flujo no laminar) son extremadamente importantes. Examinemos someramente algunas de esas situaciones.

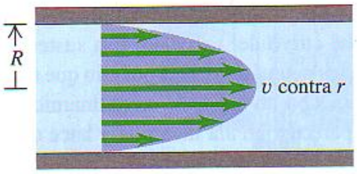
Viscosidad

La **viscosidad** es fricción interna en un fluido. Las fuerzas viscosas se oponen al movimiento de una porción de un fluido relativo a otra. La viscosidad hace que cueste algún trabajo remar una canoa en aguas tranquilas, pero también es lo que hace que funcione el remo. Los efectos viscosos son importantes en el flujo de fluidos en las tuberías, en el flujo de la sangre, en la lubricación de las partes de un motor y en muchas otras situaciones.

Los fluidos que fluyen con facilidad, como el agua y la gasolina, tienen menor viscosidad que los líquidos "espesos" como la miel o el aceite para motor. Las viscosidades de todos los fluidos dependen mucho de la temperatura, aumentan para los gases y disminuyen para los líquidos al subir la temperatura (Fig. 14.27). Un objetivo importante en el diseño de aceites para lubricar motores es *reducir* lo más posible la variación de la viscosidad con la temperatura.

14.27 La lava es un ejemplo de fluido viscoso. La viscosidad disminuye al aumentar la temperatura: cuanto más caliente está la lava, más fácilmente fluye.

Un fluido viscoso tiende a adherirse a una superficie sólida que está en contacto con ella. Hay una *capa de frontera* delgada de fluido cerca de la superficie, en la que el fluido está casi en reposo respecto a ella. Es por eso que las partículas de polvo pueden adherirse a un aspa de ventilador aun cuando esté girando rápidamente, y a que no podamos limpiar bien un auto con sólo dirigir el chorro de agua de una manguera hacia él.



14.28 Perfil de velocidad para un fluido viscoso en un tubo cilíndrico.

La viscosidad tiene efectos importantes sobre el flujo de los líquidos a través de tuberías, y esto incluye el flujo de la sangre por el aparato circulatorio. Pensemos primero en un fluido con cero viscosidad, para poder aplicar la ecuación de Bernoulli, ecuación (14.17). Si los dos extremos de un tubo cilíndrico largo están a la misma altura, ($y_1 = y_2$) y la rapidez de flujo es la misma en ambos extremos ($v_1 = v_2$), la ecuación de Bernoulli nos indica que la presión es la misma en ambos extremos. Sin embargo, este resultado simplemente no es válido si tomamos en cuenta la viscosidad. Para ver por qué, considere la figura 14.28, que muestra el perfil de rapidez de flujo para el flujo laminar de un fluido viscoso en un tubo cilíndrico largo. Debido a la viscosidad, la rapidez es *cero* en las paredes del tubo (a las que se adhiere el fluido) y máxima en el centro del tubo. El movimiento semeja muchos tubos concéntricos que se deslizan unos relativos a otros, con el tubo central moviéndose más rápidamente y el más exterior en reposo. Las fuerzas viscosas entre los tubos se oponen a este deslizamiento; si queremos mantener el flujo, deberemos aplicar una mayor presión atrás del flujo que delante de él. Es por ello que necesitamos seguir apretando un tubo de pasta dentífrica o una bolsa de salsa catsup (ambos fluidos viscosos) para que siga saliendo el fluido del envase. Los dedos aplican detrás del flujo una presión mucho mayor que la presión atmosférica al frente del flujo.

La diferencia de presión requerida para sostener una razón dada de flujo de volumen a través de un tubo de pasta cilíndrico de longitud L y radio R resulta ser proporcional a L/R^4. Si disminuimos R a la mitad, la presión requerida aumenta $2^4 = 16$ veces; si disminuimos R en un factor de 0.90 (una reducción del 10%), la diferencia de presión requerida aumentará en un factor de $(1/0.90)^4 = 1.52$ (un aumento de 52%). Esta sencilla relación explica el vínculo entre una dieta alta en colesterol (que tiende a angostar las arterias) y una presión arterial elevada. Debido a la dependencia R^4, incluso un estrechamiento pequeño de las arterias puede elevar considerablemente la presión arterial y forzar el músculo cardiaco.

Turbulencia

Si la rapidez de un fluido que fluye excede cierto valor crítico, el flujo deja de ser laminar. El patrón de flujo se vuelve muy irregular y complejo, y cambia continuamente con el tiempo; no hay patrón de estado estable. Este flujo irregular y caótico se denomina **turbulencia**. La figura 14.20 muestra el contraste entre flujo laminar y turbulento para humo que asciende en el aire. La ecuación de Bernoulli *no* es aplicable a regiones de turbulencia, pues el flujo no es estable.

El que un flujo sea laminar o turbulento depende en parte de la viscosidad del fluido. Cuanto mayor es la viscosidad, mayor es la tendencia del fluido a fluir en capas y es más probable que el flujo sea laminar. (Cuando hablamos de la ecuación de Bernoulli en la sección 14.5, supusimos que el flujo era laminar y que el fluido tenía cero viscosidad. De hecho, se requiere *un poco* de viscosidad para asegurar que el flujo sea laminar.)

Para un fluido de cierta viscosidad, la rapidez de flujo es un factor determinante. Un patrón de flujo que es estable a baja velocidad se vuelve inestable de repente cuando se alcanza una rapidez crítica. Las irregularidades en el patrón de flujo pueden deberse a asperezas en la pared del tubo, variaciones en la densidad del fluido y muchos otros factores. Si la rapidez de flujo es baja, estas perturbaciones se eliminan por amortiguación; el patrón de flujo es *estable* y tiende a mantener su naturaleza laminar. Cuando se alcanza la rapidez crítica, el patrón de flujo se hace inestable; las perturbaciones ya no se amortiguan, sino que crecen hasta destruir el patrón de flujo laminar.

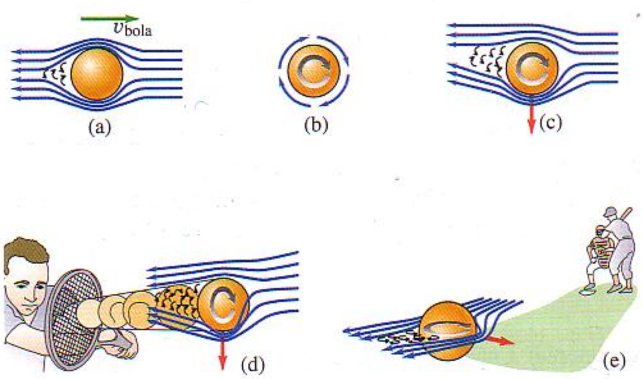
El flujo de sangre normal en la aorta humana es laminar, pero una alteración pequeña, como una patología cardiaca, puede hacer que el flujo se vuelva turbulento. La turbulencia hace ruido; por ello, escuchar el flujo sanguíneo con un estetoscopio es un procedimiento de diagnóstico útil.

Ejemplo conceptual 14.12 La curva

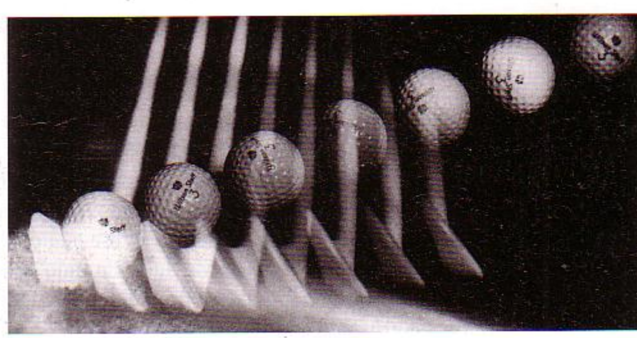
¿Un lanzamiento de curva en béisbol es *realmente* una curva? Sin duda, y la razón es la turbulencia. La figura 14.29a muestra una bola que se mueve en el aire de izquierda a derecha. Para un observador que se mueve junto con el centro de la bola, la corriente de aire parece moverse de derecha a izquierda, como muestran las líneas de flujo de la figura. Las velocidades suelen ser altas (cerca de 160 km/h), así que hay una región de flujo *turbulento* detrás de la bola.

La figura 14.29b muestra una bola que *gira* con "top spin". Capas de aire cerca de la superficie de la bola son llevadas en la dirección del giro por la fricción entre la bola y el aire y por la fricción interna (viscosidad) del aire. La rapidez del aire relativa a la superficie de la bola se hace menor en la parte de arriba de la bola que en la parte de abajo, y la turbulencia se presenta más hacia adelante en el lado de arriba que en el de abajo. Esta asimetría causa una diferencia de presión; la presión media en la parte de arriba de la bola es ahora mayor que abajo. La fuerza neta desvía la bola hacia abajo, como se muestra en la figura 14.29c. Es por esto que se usa el "top spin" en tenis para evitar que un servicio rápido se salga de la cancha (Fig. 14.29d). En un lanzamiento de curva en béisbol, la bola gira alrededor de un eje casi vertical, y la desviación real es a un lado. En un caso así, la figura 14.29c es una vista *superior* de la situación. Una curva lanzada por un lanzador zurdo se curva *hacia* un bateador derecho, y es más difícil golpearla (Fig. 14.29e).

Un efecto similar se da con las pelotas de golf, que siempre tienen "giro hacia atrás" por el impacto con la cara inclinada del palo. La diferencia de presión resultante entre la parte de arriba y de abajo de la bola causa una fuerza de sustentación que mantiene la bola en el aire mucho más tiempo del que sería posible sin el giro. Un golpe fuerte bien dado parece hacer que la bola "flote" o incluso se curve *hacia arriba* durante la porción inicial del vuelo. Éste es un efecto real, no una ilusión. Los hoyuelos de la pelota desempeñan un papel fundamental; la viscosidad del aire hace que una bola sin hoyuelos tenga una trayectoria mucho más corta que una con hoyuelos con la misma velocidad y giro iniciales. La figura 14.30 muestra el giro de una pelota de golf justo después de ser golpeada por un palo.



14.29 El movimiento del aire de derecha a izquierda, relativo a la bola, corresponde al movimiento de una bola por aire inmóvil de izquierda a derecha. (a) Una bola que no gira tiene una región de turbulencia simétrica atrás. (b) Una bola que gira arrastra capas de aire cerca de su superficie. (c) La región de turbulencia asimétrica resultante y la desviación de la corriente de aire por la bola giratoria. La fuerza que se muestra es la que la corriente de aire ejerce sobre la bola; empuja la bola en la dirección de la velocidad tangencial del frente de la bola. La fuerza puede (d) empujar una bola de tenis hacia abajo o (e) curvar una bola de béisbol.



14.30 Fotografía estroboscópica de una pelota de golf golpeada por un palo. La imagen se tomó a 1000 destellos por segundo. La bola gira aproximadamente una vez cada ocho imágenes, lo que corresponde a una rapidez angular de 125 rev/s, o 7500 rpm.

Evalúe su comprensión

¿Cuánta más presión deberá aplicar una enfermera con el pulgar para administrar una inyección con una aguja hipodérmica de diámetro interno de 0.40 mm, en comparación con una aguja con diámetro interno de 0.55 mm? Suponga que las dos agujas tienen la misma longitud y que la razón de flujo de volumen es la misma en ambos casos.

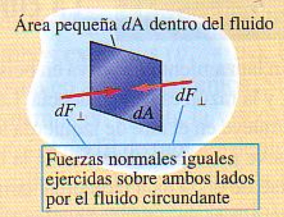
RESUMEN

Densidad es masa por unidad de volumen. Si una masa m de material homogéneo tiene un volumen V, su densidad ρ es el cociente m/V. La gravedad especifica es la relación entre la densidad de un material y la del agua. (Véase el ejemplo 14.1.)

$$\rho = \frac{m}{V} \qquad (14.1)$$

Presión es fuerza normal por unidad de área. La ley de Pascal establece que la presión aplicada a la superficie de un fluido encerrado se transmite sin disminución a todas las porciones del fluido. La presión absoluta es la presión total en un fluido; la presión manométrica es la diferencia entre la presión absoluta y la atmosférica. La unidad SI de presión es el pascal (Pa): 1 Pa = 1 N/m^2. (Véase el ejemplo 14.2.)

$$p = \frac{dF_\perp}{dA} \qquad (14.2)$$



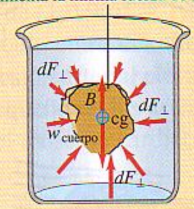
La diferencia de presión entre dos puntos 1 y 2 en un fluido estático con densidad uniforme ρ (un fluido incompresible) es proporcional a la diferencia entre las alturas y_1 y y_2. Si la presión en la superficie de un líquido incompresible en reposo es p_0, la presión a una profundidad h es mayor en una cantidad ρgh. (Véanse los ejemplos 14.3 y 14.4.)

$$p_2 - p_1 = -\rho g(y_2 - y_1)$$
(presión en un fluido de densidad uniforme) (14.5)

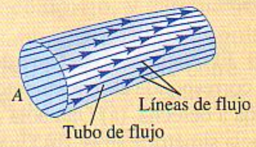
$$p = p_0 + \rho gh$$
(presión en un fluido de densidad uniforme) (14.6)

El principio de Arquímedes dice que, si un cuerpo se sumerge en un fluido, éste ejerce sobre él una fuerza de flotación hacia arriba igual al peso del fluido que el cuerpo desplaza. (Véanse los ejemplos 14.5 y 14.6.)

Fluido reemplazado por un cuerpo de forma idéntica: experimenta la misma fuerza de flotación



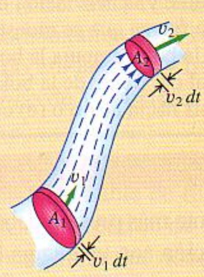
Un fluido ideal es incompresible y no tiene viscosidad (no hay fricción interna). Una línea de flujo es la trayectoria de una partícula de fluido; una línea de corriente es una curva tangente en todo punto al vector de velocidad en ese punto. Un tubo de flujo es un tubo delimitado en sus costados por líneas de flujo. En flujo laminar, las capas de fluido se deslizan suavemente unas sobre otras. En flujo turbulento, hay gran desorden y el patrón de flujo cambia constantemente.

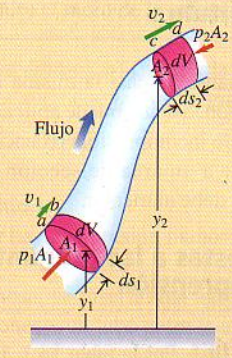


La conservación de la masa en un fluido incompresible se expresa con la ecuación de continuidad, que relaciona las rapideces de flujo v_1 y v_2 para dos secciones transversales A_1 y A_2 de un tubo de flujo. El producto Av es la razón de flujo de volumen, dV/dt, la rapidez con que el volumen cruza una sección del tubo. (Véase el ejemplo 14.7.)

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$
(ecuación de continuidad, fluido incompresible) (14.10)

$$\frac{dV}{dt} = Av$$
(razón de flujo de volumen) (14.11)



La ecuación de Bernoulli relaciona la presión p, la rapidez de flujo v y la altura y de dos puntos 1 y 2 cualesquiera, suponiendo flujo estable en un fluido ideal. (Véanse los ejemplos 14.8 a 14.11.)	$p_1 + \rho g y_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_2 + \rho g y_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$ (ecuación de Bernoulli) (14.17)	

Términos clave

barómetro de mercurio, 521
densidad, 515
dinámica de fluidos, 515
ecuación de Bernoulli, 530
ecuación de continuidad, 527
estática de fluidos, 515
flotación, 523
fluido ideal, 526
flujo estable, 526
flujo laminar, 527
flujo turbulento, 527
fuerza de flotación, 523
gravedad específica, 516
ley de Pascal, 520
línea de corriente, 526
línea de flujo, 526
pascal, 518
presión, 517
presión absoluta, 520
presión atmosférica, 518
presión manométrica, 520
principio de Arquímedes, 523
tensión superficial, 525
tubo de flujo, 526
turbulencia, 534
viscosidad, 526
viscosidad, 533

Notas del lector

Respuesta a la pregunta inicial del capítulo

El aire mantiene casi la misma densidad al pasar por semejante constricción, así que puede aplicarse la ecuación de continuidad para un fluido incompresible [ecuación (14.10)]. Una constricción corresponde a un área de sección transversal reducida, así que la rapidez v debe aumentar.

Respuestas a las preguntas de Evalúe su comprensión

Sección 14.1 Por la tabla 14.1, la densidad del platino es 21.4 veces la del agua (21.4×10^3 kg/m^3 contra 1.00×10^3 kg/m^3). Por la ecuación (14.1), el volumen y la densidad son inversamente proporcionales, así que la misma masa de agua tiene 21.4 veces el volumen que el platino, o sea, 21.4 m^3. La longitud de cada lado del cubo sería $\sqrt[3]{21.4 \text{ m}^3} = 2.78$ m.

Sección 14.2 Por la ecuación (14.9), la presión exterior es igual al producto $\rho g h$. La densidad ρ decrece, mientras que la altura h de la columna de mercurio no cambia; por tanto, la presión debe ser menor afuera que dentro del refrigerador.

Sección 14.3 El objeto desplaza dos tercios de su volumen V, así que la fuerza de flotación hacia arriba es $B = \frac{2}{3}\rho_{agua}Vg$. El objeto está en equilibrio, así que B es igual al peso del objeto, $\rho_{objeto}Vg$. Por tanto, $\rho_{objeto} = \frac{2}{3}\rho_{agua}$. Éste es un ejemplo de una regla general: si un objeto flota un un líquido con una fracción x de su volumen sumergida, la densidad media del objeto es x veces la densidad del líquido.

Sección 14.4 Dado que el aire es casi incompresible, la razón de flujo de volumen del aire es prácticamente constante. Cuando sopla aire a través de una constricción, como un paso montañoso, su rapidez aumenta para mantener constante la razón de flujo de volumen.

Sección 14.5 Por la ecuación de Bernoulli, un aumento en la rapidez de flujo v corresponde a una disminución en la presión del aire p. La presión reducida del aire en el lado "exterior" de la puerta hace que la puerta oscile hacia ese lado, cerrándose.

Sección 14.6 La presión requerida es proporcional a $1/R^4$. Con la aguja de menor diámetro, la presión es mayor en un factor de $[(0.55 \text{ mm})/(0.40 \text{ mm})]^4 = 3.6$.

Preguntas para análisis

P14.1 Si el peso de un cuarto lleno de agua es tan grande (ejemplo 14.1, sección 14.1), ¿por qué no se colapsa el piso de las casas con sótano cuando se inundan hasta el techo del sótano?

P14.2 Una manguera de hule se conecta a un embudo y el extremo libre se dobla hacia arriba. Si se vierte agua en el embudo, sube al mismo nivel en la manguera que en el embudo, a pesar de que éste tiene mucha más agua. ¿Por qué?

P14.3 Si compara los ejemplos 14.1 y 14.2 de las secciones 14.1 y 14.2, parece que 700 N de aire ejercen una fuerza hacia abajo de 2.0×10^6 N sobre el piso. ¿Cómo es posible?

P14.4 La ecuación (14.7) muestra que una relación de área de 100 a 1 puede dar 100 veces más fuerza de salida que de entrada. ¿No viola esto la conservación de la energía? Explique.

P14.5 Tal vez haya notado que, cuanto menor es la presión de un neumático, mayor es el área de contacto entre él y el pavimento. ¿Por qué?

P14.6 Un globo de aire caliente se llena con aire calentado por un quemador en la base. ¿Por qué debe calentarse el aire? ¿Cómo se controla el ascenso y el descenso?

P14.7 Al describir el tamaño de un barco grande, se dice por ejemplo, "desplaza 20,000 toneladas". ¿Qué significa esto? ¿Se puede obtener de este dato el peso del barco?

P14.8 Se deja caer una esfera sólida de aluminio en un cubo de agua que descansa en el suelo. La fuerza de flotación es igual al peso del agua desplazada, que es menor que el peso de la esfera, así que ésta se hunde. Si llevamos el cubo a un elevador que acelera hacia arriba, el peso aparente del agua aumenta y, por tanto, aumenta la fuerza de flotación que actúa sobre la esfera. ¿La aceleración del elevador podría ser tan grande que haga que la esfera flote en el agua? Explique.

P14.9 Un dirigible rígido más ligero que el aire, lleno de helio, no puede elevarse indefinidamente. ¿Por qué no? ¿Qué determina la altitud máxima alcanzable?

P14.10 La presión del aire disminuye al aumentar la altitud. ¿Por qué entonces el aire cerca de la superficie no es succionado continuamente hacia las regiones altas que están a baja presión?

P14.11 Puede probarse la pureza del oro pesándolo en aire y en agua. ¿Cómo? ¿Cree que podría hacer pasar por oro un lingote de material más barato chapeado con oro?

P14.12 Durante la gran inundación del río Mississippi de 1993, los diques en San Luis tendían a romperse primero en la base. ¿Por qué?

P14.13 Un barco carguero viaja del Atlántico (agua salada) al lago Ontario (agua dulce) por el río San Lorenzo. El barco se sume varios centímetros más en el agua del lago que en el océano. Explique por qué.

P14.14 Un submarino es más compresible que el agua. ¿Cómo puede entonces un submarino rodeado completamente por agua estar sólo en equilibrio inestable?

P14.15 Una vieja pregunta reza así: "¿Qué pesa más, una libra de plumas o una de plomo?" Si el peso en libras es la fuerza gravitacional, ¿una libra de plumas equilibrará una libra de plomo en charolas opuestas de una balanza de brazos iguales? Explique, considerando las fuerzas de flotación.

P14.16 Suponga que la puerta de un cuarto embona herméticamente, pero sin fricción en su marco. ¿Cree que podría abrir la puerta si la presión del aire en un lado fuera la presión atmosférica estándar y en el otro difiriera en un 1%? Explique.

P14.17 Un globo es menos compresible que el aire. ¿Cómo es que hay una altura en la que un globo inflado con helio está en equilibrio estable?

P14.18 Un trozo de hierro está pegado encima de un bloque de madera. Si éste se coloca en una cubeta de agua con el hierro arriba, flota. Ahora se voltea el bloque para que el hierro quede sumergido bajo el bloque. ¿El bloque flotará o se hundirá? ¿El nivel de agua en la cubeta subirá, bajará o no cambiará? Explique.

P14.19 Se toma una jarra de vidrio vacía y se mete en un tanque de agua con la boca hacia abajo, atrapando el aire dentro de la jarra. Si mete más la jarra en el agua, ¿cambia la fuerza de flotación que actúa sobre la jarra? Si lo hace, ¿aumenta o disminuye? Justifique su respuesta.

P14.20 Imagine que flota en una canoa en el centro de una alberca. Una amiga está en la orilla, tomando nota del nivel exacto del agua en la pared de la alberca. Usted lleva consigo en la canoa una bola de boliche, la cual deja caer cuidadosamente por la borda. La bola se hunde hasta el fondo de la alberca. ¿El nivel de agua en la alberca sube o baja?

P14.21 Imagine que flota en una canoa en el centro de una alberca. Un ave grande llega volando y se posa en su hombro. ¿El nivel de agua en la alberca sube o baja?

P14.22 Imagine que está nadando en una alberca y se encarama en una balsa inflable de plástico que está flotando en el agua. Si usted está totalmente fuera del agua cuando está arriba de la balsa, ¿el nivel de agua en la alberca sube o baja cuando usted se sube a la balsa?

P14.23 Un cubo de hielo flota en un vaso de agua. Al derretirse el hielo, ¿el nivel de agua en el vaso subirá, bajará o no cambiará? Explique.

P14.24 Le dicen que "la ecuación de Bernoulli nos dice que, donde la rapidez del fluido es más alta, su presión es más baja, y viceversa". ¿Es verdad siempre esa afirmación, incluso en el caso de un fluido idealizado? Explique.

P14.25 Si en un fluido en flujo estable la velocidad en cada punto es constante, ¿cómo puede acelerar una partícula de fluido?

P14.26 En una exhibición de escaparate, una pelota de ping-pong está suspendida en un chorro de aire expulsado por la manguera de salida de una aspiradora de tanque. La pelota se mueve un poco pero siempre regresa al centro del chorro, aunque éste no esté vertical. ¿Cómo ilustra este comportamiento la ecuación de Bernoulli?

P14.27 Un tornado consiste en un vórtice de aire que gira rápidamente. ¿Por qué es la presión mucho más baja en el centro que afuera? ¿Cómo explica esto la potencia destructiva de un tornado?

P14.28 Los aeropuertos a gran altitud tienen pistas más largas para los despegues y aterrizajes, que los aeropuertos que están al nivel del mar. Un motivo es que los motores de los aviones desarrollan menos potencia en el aire enrarecido. Cite otro motivo.

P14.29 Cuando un chorro de agua fluye suavemente de un grifo, se angosta al caer. Explique este fenómeno.

Ejercicios

Sección 14.1 Densidad

14.1 En un trabajo de medio tiempo, un supervisor le pide traer del almacén una varilla cilíndrica de acero de 85.8 cm de longitud y 2.85 cm de diámetro. ¿Necesitará usted un carrito? (Para contestar, calcule el peso de la varilla.)

14.2 El radio de la Luna es de 1740 km; su masa es de 7.35×10^{22} kg. Calcule su densidad media.

14.3 Imagine que compra una pieza rectangular de metal de $5.0 \times 15.0 \times 30.0$ mm y masa de 0.0158 kg. El vendedor le dice que es de oro. Para verificarlo, usted calcula la densidad media de la pieza. ¿Qué valor obtiene? ¿Fue una estafa?

14.4 Un secuestrador exige un cubo de platino de 40.0 kg como rescate. ¿Cuánto mide por lado?

14.5 Una esfera uniforme de plomo y una de aluminio tienen la misma masa. ¿Qué relación hay entre el radio de la esfera de aluminio y el de la esfera de plomo?

14.6 a) Calcule la densidad media del Sol. b) Calcule la densidad media de una estrella de neutrones que tiene la misma masa que el Sol pero un radio de sólo 20.0 km.

Sección 14.2 Presión en un fluido

14.7 ¿A qué profundidad del mar hay una presión manométrica de 1.00×10^5 Pa?

14.8 En la alimentación intravenosa, se inserta una aguja en una vena del brazo del paciente y se conecta un tubo entre la aguja y un depósito de fluido (densidad 1050 kg/m^3) que está a una altura h sobre el brazo. El depósito está abierto a la atmósfera por arriba. Si la presión manométrica dentro de la vena es de 5980 Pa, ¿qué valor mínimo de h permite que entre fluido en la vena? Suponga que el diámetro de la aguja es lo bastante grande como para despreciar la viscosidad (sección 14.6) del fluido.

14.9 Un barril contiene una capa de aceite (densidad de 600 kg/m^3) de 0.120 m sobre 0.250 m de agua. a) ¿Qué presión manométrica hay en la interfaz aceite-agua? b) ¿Qué presión manométrica hay en el fondo del barril?

14.10 Una vagoneta vacía pesa 16.5 kN. Cada neumático tiene una presión manométrica de 205 kPa (29.7 lb/pulg^2). a) Calcule el área de contacto total de los neumáticos con el suelo. (Suponga que las paredes del neumático son flexibles de modo que la presión ejercida por el neumático sobre el suelo es igual a la presión de aire en su interior.) b) Con la misma presión en los neumáticos, calcule el área después de que el auto se carga con 9.1 kN de pasajeros y carga.

14.11 Se está diseñando una campana de buceo que resista la presión del mar a 250 m de profundidad. a) ¿Cuánto vale la presión manométrica a esa profundidad? (Desprecie el cambio en la densidad del agua con la profundidad.) b) A esta profundidad, ¿qué fuerza neta ejercen el agua exterior y el aire interior sobre una ventanilla circular de 30.0 cm de diámetro si la presión dentro de la campana es la que hay en la superficie del agua? (Desprecie la pequeña variación de presión sobre la superficie de la ventanilla.)

14.12 ¿Qué presión manométrica (en Pa y atm) debe producir una bomba para subir agua del fondo del Gran Cañón (elevación 730 m) a Indian Gardens (elevación 1370 m)?

14.13 El líquido del manómetro de tubo abierto de la figura 14.8a es mercurio, $y_1 = 3.00$ cm y $y_2 = 7.00$ cm. La presión atmosférica es de 980 milibares. a) ¿Qué presión absoluta hay en la base del tubo en U? b) ¿Y en el tubo abierto 4.00 cm abajo de la superficie libre? c) ¿Qué presión absoluta tiene el aire del tanque? d) ¿Qué presión manométrica tiene el gas en pascales?

14.14 Hay una profundidad máxima a la que un buzo puede respirar por un "snorkel" (Fig. 14.31) pues, al aumentar la profundidad, aumenta la diferencia de presión que tiende a colapsar los pulmones del buzo. Dado que el snorkel conecta los pulmones con la atmósfera, la presión en ellos es la atmosférica. Calcule la diferencia de presión interna-externa cuando los pulmones del buzo están a 6.1 m de profundidad. Suponga que el buzo está en agua dulce. (Un buzo que respira el aire comprimido de un tanque puede operar a mayores profundidades que uno que usa snorkel, porque la presión del aire dentro de los pulmones aumenta hasta equilibrar la presión externa del agua.)

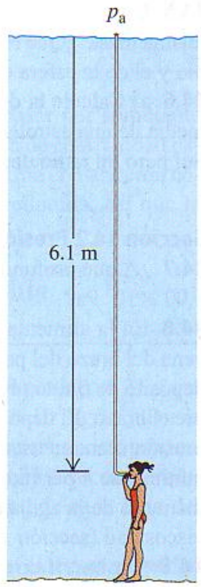


Figura 14.31 Ejercicio 14.14.

14.15 Un cilindro alto con área transversal de 12.0 cm^2 se llenó parcialmente con mercurio hasta una altura de 5.00 cm. Se vierte lentamente agua sobre el mercurio (los dos líquidos no se mezclan). ¿Qué volumen de agua deberá añadirse para aumentar al doble la presión manométrica en la base del cilindro?

14.16 Un recipiente cerrado se llena parcialmente con agua. En un principio, el aire arriba del agua está a presión atmosférica (1.01×10^5 Pa) y la presión manométrica en la base del recipiente es de 2500 Pa. Después, se bombea aire adicional al interior, aumentando la presión del aire sobre el agua en 1500 Pa. a) Calcule la nueva presión manométrica en el fondo. b) ¿Cuánto deberá reducirse el nivel del agua en el recipiente (extrayendo agua a través de una válvula en el fondo) para que la presión manométrica en el fondo vuelva a ser de 2500 Pa? La presión del aire sobre el agua se mantiene a 1500 Pa sobre la presión atmosférica.

14.17 Un corto deja sin electricidad a un submarino que está 30 m bajo la superficie del mar. Para escapar, la tripulación debe empujar hacia afuera una escotilla en el fondo que tiene un área de 0.75 m^2 y pesa 300 N. Si la presión interior es de 1.0 atm, ¿qué fuerza hacia abajo se debe ejercer sobre la escotilla para abrirla?

14.18 Imagine que le encargan diseñar un tanque de agua cilíndrico presurizado para una futura colonia en Marte, donde la aceleración debida a la gravedad es de 3.71 m/s^2. La presión en la superficie del agua será de 130 kPa, y la profundidad del agua será de 14.2 m. La presión del aire en la construcción afuera del tanque será de 93 kPa. Calcule la fuerza neta hacia abajo que el agua y el aire interior y el aire exterior ejercen sobre la base plana del tanque (área = 2.00 m^2).

14.19 Un tanque ahusado presurizado para un cohete contiene 0.250 m^3 de queroseno, con una masa de 205 kg. La presión en la superficie del queroseno es de 2.01×10^5 Pa. El queroseno ejerce una fuerza de 16.4 kN sobre el fondo del tanque, cuya área es de 0.0700 m^2. Calcule la profundidad del queroseno.

14.20 El pistón de un elevador hidráulico para autos tiene 0.30 m de diámetro. ¿Qué presión manométrica, en pascales y en atm, se requiere para levantar un auto de 1200 kg?

Sección 14.3 Flotación

14.21 Una plancha de hielo flota en un lago de agua dulce. ¿Qué volumen mínimo debe tener para que una mujer de 45.0 kg pueda pararse en ella sin mojarse los pies?

14.22 Una muestra de mineral pesa 17.50 N en el aire pero, si se cuelga de un hilo ligero y se sumerge por completo en agua, la tensión en el hilo es de 11.20 N. Calcule el volumen total y la densidad de la muestra.

14.23 Un objeto con densidad media ρ flota sobre un fluido de densidad ρ_{fluido}. a) ¿Qué relación debe haber entre las dos densidades? b) A la luz de su respuesta a la parte (a), ¿cómo pueden flotar barcos de acero en el agua? c) En términos de ρ y ρ_{fluido}, ¿qué fracción del objeto está sumergida y qué fracción está sobre el fluido? Verifique que sus respuestas den el comportamiento correcto en el límite donde $\rho \rightarrow \rho_{fluido}$ y donde $\rho \rightarrow 0$. d) Durante un paseo en yate, su primo Tito recorta una pieza rectangular (dimensiones: $5.0 \times 4.0 \times 3.0$ cm) de un salvavidas y la tira al mar, donde flota. La masa de la pieza es de 42 g. ¿Qué porcentaje de su volumen está sobre la superficie?

14.24 Un cable anclado al fondo de un lago de agua dulce sostiene una esfera hueca de plástico bajo la superficie. El volumen de la esfera es de 0.650 m^3 y la tensión en el cable es de 900 N. a) Calcule la fuerza de flotación ejercida por el agua sobre la esfera. b) ¿Qué masa tiene la esfera? c) El cable se rompe y la esfera sube a la superficie. En equilibrio, ¿qué fracción del volumen de la esfera estará sumergida?

14.25 Un bloque cúbico de madera de 10.0 cm por lado flota en la interfaz entre aceite y agua con su superficie inferior 1.50 cm bajo la interfaz (Fig. 14.32). La densidad del aceite es de 790 kg/m^3. a) ¿Qué presión manométrica hay en la superficie de arriba del bloque? b) ¿Y en la cara inferior? c) ¿Qué masa y densidad tiene el bloque?

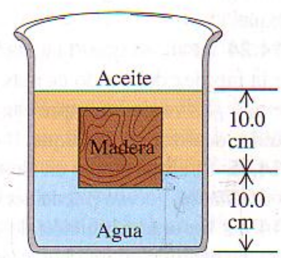


Figura 14.32 Ejercicio 14.25.

14.26 Un lingote de aluminio sólido pesa 89 N en el aire. a) ¿Qué volumen tiene? b) El lingote se cuelga de una cuerda y se sumerge por completo en agua. ¿Qué tensión hay en la cuerda (el peso *aparente* del lingote en agua)?

14.27 Dos bloques cúbicos idénticos en tamaño y forma se cuelgan de hilos y se sumergen totalmente en una alberca. El bloque A es de aluminio; su cara superior está 0.5 m bajo la superficie del agua. El bloque B es de latón; su cara superior está 1.5 bajo la superficie del agua. Indique si las siguientes cantidades tienen un valor mayor para el bloque A o para el bloque B, o si son iguales: a) la presión del agua sobre la cara superior del bloque; b) la fuerza de flotación ejercida por el agua sobre el bloque; c) la tensión en el hilo del que cuelga el bloque.

14.28 Una roca cuelga de un hilo ligero. Cuando está en el aire, la tensión en el hilo es de 39.2 N. Cuando está totalmente sumergida en agua, la tensión es de 28.4 N. Cuando está totalmente sumergida en un líquido desconocido, la tensión es de 18.6 N. Determine la densidad del líquido desconocido.

Sección 14.4 Flujo de fluidos

14.29 Una regadera tiene 20 agujeros circulares cuyo radio es de 1.00 mm. La regadera está conectada a un tubo de 0.80 cm de radio. Si la rapidez del agua en el tubo es de 3.0 m/s, ¿con qué rapidez saldrá de los agujeros de la regadera?

14.30 Fluye agua por un tubo de sección transversal variable, llenándolo en todos sus puntos. En el punto 1, el área transversal del tubo es de 0.070 m^2, y la rapidez del fluido es de 3.50 m/s. a) ¿Qué rapidez tiene el fluido en puntos donde el área transversal es de i)

0.105 m^2? ii) ¿0.047 m^2? b) Calcule el volumen de agua descargada del extremo abierto del tubo en 1.00 h.

14.31 Fluye agua por un tubo circular de sección transversal variable, llenándolo en todos sus puntos. a) En un punto, el radio del tubo de 0.150 m. ¿Qué rapidez tiene el agua en este punto si la razón de flujo de volumen en el tubo es de 1.20 m^3/s? b) En otro punto, la rapidez del agua es de 3.80 m/s. ¿Qué radio tiene el tubo en este punto?

14.32 a) Deduzca la ecuación (14.12). b) Si la densidad aumenta en un 1.50% del punto 1 al 2, ¿qué sucede con la razón de flujo de volumen?

Sección 14.5 Ecuación de Bernoulli

14.33 Un tanque sellado que contiene agua de mar hasta una altura de 11.0 m contiene también aire sobre el agua a una presión manométrica de 3.00 atm. Sale agua del tanque a través de un agujero pequeño en el fondo. Calcule la rapidez de salida del agua.

14.34 Se corta un agujero circular de 6.00 mm de diámetro en el costado de un tanque de agua grande, 14.0 m debajo del nivel del agua en el tanque. El tanque está abierto al aire por arriba. Calcule a) la rapidez de salida; b) el volumen descargado por unidad de tiempo.

14.35 ¿Qué presión manométrica se requiere en una toma municipal de agua para que el chorro de una manguera de bomberos conectada a ella alcance una altura vertical de 15.0 m? (Suponga que la toma tiene un diámetro mucho mayor que la manguera.)

14.36 En un punto de una tubería, la rapidez del agua es de 3.00 m/s y la presión manométrica es de 5.00×10^4 Pa. Calcule la presión manométrica en otro punto de la tubería, 11.0 m más abajo, si el diámetro del tubo ahí es el doble que en el primer punto.

14.37 Sustentación en un avión. El aire fluye horizontalmente por las alas de una avioneta de modo que su rapidez es de 70.0 m/s arriba del ala y 60.0 m/s debajo. Si la avioneta tiene una masa de 1340 kg y un área de alas de 16.2 m^2, ¿qué fuerza vertical neta (incluida la gravedad) actúa sobre la nave? La densidad del aire es de 1.20 kg/m^3.

14.38 Una bebida no alcohólica (principalmente agua) fluye por una tubería de una planta embotelladora con una razón de flujo de masa que llenaría 220 latas de 0.355 L por minuto. En el punto 2 del tubo, la presión manométrica es de 152 kPa y el área transversal es de 8.00 cm^2. En el punto 1, 1.35 m arriba del punto 2, el área transversal es de 2.00 cm^2. Calcule a) la razón de flujo de masa; b) la razón de flujo de volumen; c) la rapidez de flujo en los puntos 1 y 2; d) la presión manométrica en el punto 1.

14.39 Se descarga agua de un tubo horizontal cilíndrico a razón de 465 cm^3/s. En un punto del tubo donde el radio es de 2.05 cm, la presión absoluta es de 1.60×10^5 Pa. ¿Qué radio tiene una constricción del tubo donde la presión se reduce a 1.20×10^5 Pa?

14.40 En cierto punto de una tubería horizontal, la rapidez del agua es de 2.50 m/s y la presión manométrica es de 1.80×10^4 Pa. Calcule la presión manométrica en un segundo punto donde el área transversal es el doble que en el primero.

14.41 Un sistema de riego de un campo de golf descarga agua de un tubo horizontal a razón de 7200 cm^3/s. En un punto del tubo, donde el radio es de 4.00 cm, la presión absoluta del agua es de 2.40×10^5 Pa. En un segundo punto del tubo, el agua pasa por una constricción cuyo radio es de 2.00 cm. ¿Qué presión absoluta tiene el agua al fluir por esa constricción?

Problemas

14.42 En una demostración en la clase, una profesora separa con facilidad dos cascos hemisféricos de acero (diámetro D) usando las asas con las que están provistos. Luego los une, extrae el aire hasta una presión absoluta p, y se los da a un fisicoculturista que está sentado en la última fila del salón para que los separe. a) Si la presión atmosférica es p_0, ¿qué fuerza deberá ejercer el fisicoculturista sobre cada casco? b) Evalúe su respuesta para el caso en que p = 0.025 atm y D = 10.0 cm.

14.43 El punto más profundo conocido de los océanos es la Fosa de las Marianas, con una profundidad de 10.92 km. a) Suponiendo que el agua es incompresible, ¿qué presión hay a esa profundidad? Use la densidad del agua de mar. b) La presión real es de 1.16×10^8 Pa; su valor calculado será menor porque la densidad sí varía con la profundidad. Usando la compresibilidad del agua y la presión real, calcule la densidad del agua en el fondo de la fosa. ¿Qué porcentaje de cambio experimenta la densidad?

14.44 Una piscina mide 5.0 m de longitud y 4.0 m de anchura, y tiene 3.0 m de hondo. Calcule la fuerza ejercida por el agua contra a) el fondo; b) cualquier pared. (*Sugerencia:* Calcule la fuerza que actúa sobre una tira horizontal delgada a una profundidad h, e integre a lo alto del extremo de la piscina.) No incluya la fuerza debida a la presión del aire.

14.45 El borde superior de una compuerta en una presa está al nivel de la superficie del agua. La compuerta tiene 2.00 m de altura y 4.00 m de anchura, y pivota sobre una línea horizontal que pasa por su centro (Fig. 14.33). Calcule el momento de torsión en torno al pivote causado por el agua. (*Sugerencia:* Use un procedimiento similar al del problema 14.44: calcule el momento de torsión de una tira horizontal delgada a una profundidad h e integre a lo alto de la compuerta.)

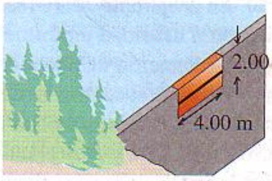


Figura 14.33 Problema 14.45.

14.46 Fuerza y momento de torsión sobre una presa. Una presa tiene forma de sólido rectangular. El lado que da al lago tiene área A y altura H. La superficie del lago de agua dulce detrás de la presa llega al borde superior de la presa. a) Demuestre que la fuerza horizontal neta ejercida por el agua sobre la presa es $\frac{1}{2}\rho g H A$, es decir, la presión manométrica media sobre la cara de la presa multiplicada por el área. (véase el problema 14.44.) b) Demuestre que el momento de torsión ejercido por el agua alrededor de un eje que corre a lo largo de la base de la presa es $\rho g H^2 A/6$. c) ¿Cómo dependen la fuerza y el momento de torsión del tamaño del lago?

14.47 Un astronauta está parado en el polo norte de un planeta esféricamente simétrico recién descubierto, cuyo radio es R. En las manos, sostiene un recipiente lleno con un líquido de masa m y volumen V. En la superficie del líquido, la presión es p_0; a una profundidad d bajo la superficie, la presión tiene un valor más grande p. Determine la masa del planeta con esta información.

14.48 Para obtener la densidad en un punto dado dentro de un material, considere un volumen pequeño dV centrado en ese punto. Si la masa dentro de ese volumen es dm, la densidad en ese punto es

$\rho = dm/dV$. Considere una varilla cilíndrica de masa M, radio R y longitud L, con una densidad proporcional al cuadrado de la distancia a un extremo, $\rho = Cx^2$. a) Demuestre que $C = 3M/\pi R^2 L^3$. b) Demuestre que la densidad media, dada por la ecuación (14.1), es un tercio de la densidad en el extremo $x = L$.

14.49 La Tierra no tiene densidad uniforme; es más densa en el centro y menos en la superficie. Una aproximación a su densidad es $\rho(r) = A - Br$, donde $A = 12{,}700\ \text{kg/m}^3$ y $B = 1.50 \times 10^{-3}\ \text{kg/m}^4$. Use $R = 6.37 \times 10^6$ m para el radio de la Tierra aproximada como una esfera. a) Los indicios geológicos sugieren que las densidades son 13,100 kg/m^3 en el centro y 2400 kg/m^3 en la superficie. ¿Qué valores da el modelo de aproximación lineal para las densidades en estos lugares? b) Imagine que divide la Tierra en capas esféricas concéntricas. Cada capa tiene radio r, espesor dr, volumen $dV = 4\pi r^2\, dr$ y masa $dm = \rho(r)\, dV$. Integrando de $r = 0$ a $r = R$, demuestre que la masa de la Tierra en este modelo es $M = \frac{4}{3}\pi R^3(A - \frac{3}{4}BR)$. c) Demuestre que los valores dados para A y B dan la masa de la Tierra con un error de menos de 0.4%. d) En la sección 12.6 vimos que un casco esférico uniforme no contribuye a g en su interior. Demuestre que $g(r) = \frac{4}{3}\pi G r(A - \frac{3}{4}Br)$ dentro de la Tierra en este modelo. e) Verifique que la expresión de la parte (d) da $g = 0$ en el centro de la Tierra y $g = 9.85\ \text{m/s}^2$ en la superficie. f) Demuestre que, en este modelo, g *no* disminuye uniformemente con la profundidad, sino que tiene un máximo de $4\pi G A^2/9B = 10.01\ \text{m/s}^2$ en $r = 2A/3B = 5640$ km.

14.50 En el ejemplo 12.10 (sección 12.6) vimos que, dentro de un planeta con densidad uniforme (supuesto poco realista para la Tierra), la aceleración debida a la gravedad aumenta uniformemente con la distancia al centro. Es decir, $g(r) = g_s r/R$, donde g_s es la aceleración debida a la gravedad en la superficie, r es la distancia al centro del planeta y R es el radio del planeta. El interior del planeta puede tratarse aproximadamente como fluido incompresible con densidad ρ. a) Sustituya la altura y de la ecuación (14.4) por la coordenada radial r e integre para determinar la presión dentro de un planeta uniforme en función de r. Sea cero la presión en la superficie. (Esto implica despreciar la presión de la atmósfera.) b) Usando este modelo, calcule la presión en el centro de la Tierra. (Use un valor de ρ igual a la densidad media de la Tierra, calculada con la masa y el radio dados en el apéndice F.) c) Los geólogos estiman que la presión en el centro de la Tierra es de aproximadamente 4×10^{11} Pa. ¿Concuerda esto con su cálculo para la presión en $r = 0$? ¿Qué podría explicar las diferencias, si las hay?

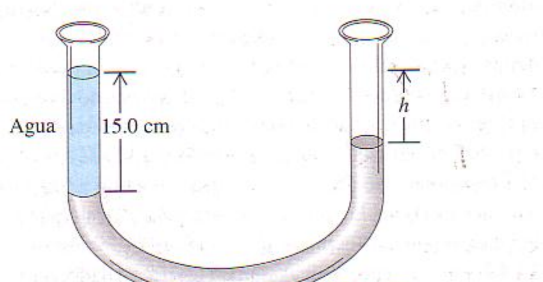


Figura 14.34 Problema 14.51.

14.51 Un tubo en forma de U abierto por ambos extremos contiene un poco de mercurio. Se vierte con cuidado un poco de agua en el brazo izquierdo del tubo hasta que la altura de la columna de agua es de 15.0 cm (Fig. 14.34). a) Calcule la presión manométrica en la interfaz agua-mercurio. b) Calcule la distancia vertical h entre la superficie del mercurio en el brazo derecho del tubo y la superficie del agua en el brazo izquierdo.

14.52 La gran inundación de melaza. En la tarde del 15 de enero de 1919, un día inusitadamente cálido en Boston, se rompió un tanque metálico cilíndrico de 27.4 m de altura y 27.4 m de diámetro usado para almacenar melaza. La melaza fluyó por las calles en una corriente de 9 m de profundidad, matando peatones y caballos y tirando edificios. La melaza tenía una densidad de 1600 kg/m^3. Si el tanque estaba lleno antes del accidente, ¿qué fuerza total ejercía la melaza contra los costados? (*Sugerencia:* Considere la fuerza hacia afuera que actúa sobre un anillo de la pared del tanque de anchura dy a una profundidad y bajo la superficie. Integre para calcular la fuerza total hacia afuera. Suponga que, antes de romperse el tanque, la presión en la superficie de la melaza era igual a la presión del aire afuera del tanque.)

14.53 Un lanchón abierto tiene las dimensiones que se muestran en la figura 14.35. Si el lanchón está hecho con placa de acero de 4.0 cm de espesor en sus cuatro costados y el fondo, ¿qué masa de carbón (densidad aproximada 1500 kg/m^3) puede llevar el lanchón sin hundirse? ¿Hay espacio en el lanchón para contener ese carbón?

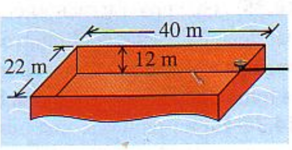


Figura 14.35 Problema 14.53.

14.54 Un globo de aire caliente tiene un volumen de 2200 m^3. La tela del globo pesa 900 N. La canasta con su equipo y tanques de propano llenos pesa 1700 N. Si el globo apenas puede levantar otros 3200 N de pasajeros, desayuno y champán cuando la densidad del aire exterior es de 1.23 kg/m^3, ¿qué densidad media tienen los gases calientes del interior?

14.55 Los anuncios de cierto coche aseguran que flota en agua. a) Si la masa del coche es de 900 kg y su volumen interior es de 3.0 m^3, ¿qué fracción queda sumergida al flotar? Puede despreciarse el volumen del acero y demás materiales. b) Poco a poco se filtra agua y desplaza al aire del coche. ¿Qué fracción del volumen interior está llena de agua cuando el coche se hunde?

14.56 Un cubo de hielo de 9.70 g flota en un vaso totalmente lleno con 420 cm^3 de agua. Desprecie la tensión superficial del agua y su variación de densidad con la temperatura (mientras siga líquida). a) ¿Qué volumen de agua desplaza el hielo? b) Una vez derretido el hielo, se habrá desbordado algo de agua? Si así fue, ¿cuánta? Si no, explique por qué no. c) Suponga que el agua del vaso era muy salada, con densidad de 1050 kg/m^3. ¿Qué volumen de agua salada desplazaría el cubo de hielo de 9.70 g? d) Repita la parte (b) para el cubo de agua dulce en agua salada.

14.57 Un trozo de madera de 0.600 m de longitud, 0.250 m de anchura y 0.080 m de espesor tiene una densidad de 600 kg/m^3. ¿Qué volumen de plomo debe sujetarse a su base para hundir la madera en agua tranquila de modo que su cara superior esté al ras del agua? ¿Qué masa tiene ese plomo?

desencallarlo, el petróleo se bombea a barriles de acero que vacíos tienen una masa de 15.0 kg y capacidad de 0.120 m^3. Puede despreciar el volumen ocupado por el acero del barril. a) Si un rescatista accidentalmente deja caer al mar un barril lleno y sellado, ¿flotará o se hundirá? b) Si el barril flota, ¿Qué fracción de su volumen estará arriba de la superficie? Si se hunde, ¿qué tensión mínima habría que ejercer con una cuerda para subir el barril del fondo? c) Repita las partes (a) y (b) si la densidad del petróleo es de 910 kg/m^3 y los barriles vacíos tienen una masa de 32.0 kg.

14.73 Un bloque cúbico con densidad ρ_B y lados de longitud L flota en un líquido con densidad mayor ρ_L. a) ¿Qué fracción del volumen del bloque está sobre la superficie del líquido? b) El líquido es más denso que el agua (densidad ρ_A) y no se mezcla con ella. Si se vierte agua en la superficie del líquido, qué espesor (en términos de L, ρ_B, ρ_L y ρ_A) debe tener la capa de agua para que su superficie esté al ras de la cara superior del bloque? c) Calcule la profundidad de la capa de agua en la parte (b) si el líquido es mercurio, el bloque está hecho de hierro y la longitud de su lado es de 10.0 cm.

14.74 Una barcaza está en una esclusa rectangular en un río de agua dulce. La esclusa mide 60.0 m. de longitud y 20.0 m de anchura, y las puertas de acero en sus extremos están cerradas. Con la barcaza flotando en la esclusa, una carga de 2.50×10^6 N de chatarra se coloca en la barcaza. El metal tiene una densidad de 9000 kg/m^3. a) Cuando la carga, que inicialmente estaba en tierra, se coloca en la barcaza, ¿qué distancia vertical sube el agua en la esclusa? b) Ahora la chatarra se tira de la barcaza al agua. ¿El nivel del agua en la esclusa sube, baja o no cambia? Si sube o baja, ¿cuánto lo hace?

14.75 Un tubo en forma de U con una porción horizontal de longitud l (Fig. 14.37) contiene un líquido. ¿Qué diferencia de altura hay entre las columnas de líquido en las ramas verticales a) si el tubo tiene una aceleración a hacia la derecha? b) ¿Si el tubo ser monta en una tornamesa horizontal que gira con velocidad angular ω, con una rama vertical en el eje de rotación? c) Explique por qué la diferencia de altura no depende de la densidad del líquido ni del área de sección transversal del tubo. ¿Sería lo mismo si las ramas verticales no tuvieran la misma sección? ¿Sería lo mismo si la porción horizontal estuviera ahusada de un extremo al otro? Explique.

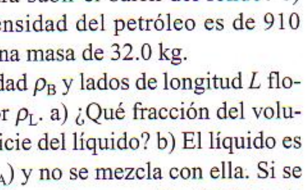


Figura 14.37 Problema 14.75.

14.76 Un recipiente cilíndrico con un líquido incompresible (densidad ρ) gira con velocidad angular constante ω alrededor de su eje de simetría, que tomamos como eje y (Fig. 14.38). a) Demuestre que la presión a una altura dada dentro del fluido aumenta en la dirección radial (hacia afuera desde el eje de rotación) según $\partial p/\partial r = \rho\omega^2 r$. b) Integre esta ecuación diferencial parcial para obtener la presión en función de la distancia del eje de rotación a lo largo de una línea horizontal en $y = 0$. c) Combine el resultado de la parte (b) con la ecuación (14.5) para demostrar que la superficie del líquido tiene forma *parabólica*, es decir, la altura del líquido está dada por $h(r) = \omega^2 r^2/2g$. (Esta técnica se usa para hacer espejos de telescopio parabólicos; se gira vidrio líquido, dejando que se solidifique mientras gira.)

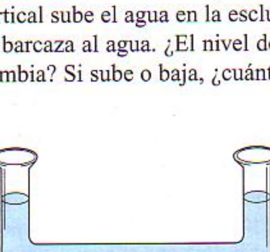


Figura 14.38 Problema 14.76.

14.77 Un fluido incompresible con densidad ρ está en un tubo de ensaye horizontal con área transversal interior A. El tubo gira en un círculo horizontal en una ultracentrífuga con rapidez angular ω. Las fuerzas gravitacionales son insignificantes. Considere un elemento de volumen del fluido con área A y espesor dr', a una distancia r' del eje de rotación. La presión en su superficie interior es p, y en la exterior, $p + dp$. a) Aplique la segunda ley de Newton al elemento para demostrar que $dp = \rho\omega^2 r' dr'$. b) Si la superficie del fluido está en un radio r_0 donde la presión es p_0, demuestre que la presión p a una distancia $r \geq r_0$ es $p = p_0 + \rho\omega^2(r^2 - r_0^2)/2$. c) Un objeto con volumen V y densidad ρ_{ob} tiene su centro de masa a una distancia R_{cmob} del eje. Demuestre que la fuerza horizontal neta que actúa sobre el objeto es $\rho V\omega^2 R_{cm}$, donde R_{cm} es la distancia del eje al centro de masa del fluido desplazado. d) Explique por qué el objeto se mueve hacia adentro si $\rho R_{cm} > \rho_{ob} R_{cmob}$ y hacia afuera si $\rho R_{cm} < \rho_{ob} R_{cmob}$. e) Para objetos pequeños con densidad uniforme, $R_{cm} = R_{cmob}$. ¿Qué sucede con una mezcla de objetos de este tipo con diferentes densidades en una ultracentrífuga?

14.78 Globos sueltos llenos de helio, flotando en un coche con las ventanas y las ventilas cerradas, se mueven en la dirección de la aceleración del coche, pero globos sueltos llenos de aire se mueven en la dirección opuesta. Para entender esto, considere sólo las fuerzas horizontales que actúan sobre los globos. Sea a la magnitud de la aceleración hacia adelante del coche. Considere un tubo horizontal de aire con área transversal A que se extiende del parabrisas, donde $x = 0$ y $p = p_0$, hacia atrás sobre el eje x. Considere un elemento de volumen de espesor dx en este tubo. La presión en su superficie delantera es p, y en la trasera es $p + dp$. Suponga que el aire tiene una densidad constante ρ. a) Aplique la segunda ley de Newton a este elemento para demostrar que $dp = \rho a\, dx$. b) Integre el resultado de (a) para obtener la presión en la superficie delantera en términos de a y x. c) Para demostrar que considerar a ρ constante es razonable, calcule la diferencia de presión en atmósferas para una distancia de hasta 2.5 m y una aceleración grande de 5.0 m/s^2. d) Demuestre que la fuerza horizontal neta que actúa sobre un globo de volumen V es ρVa, e) Si las fuerzas de fricción son despreciables, demuestre que la aceleración del globo (densidad media ρ_{glo}) es $(\rho/\rho_{glo})a$ y que su aceleración relativa al coche es $a_{rel} = [(\rho/\rho_{glo})$

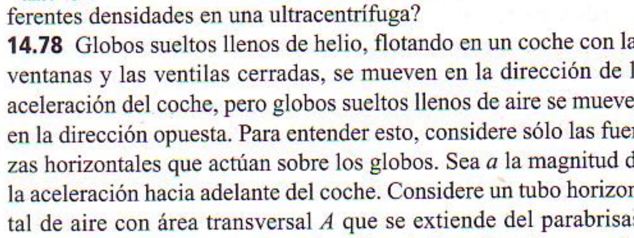


Figura 14.39 Problema 14.79.

$-1]a$. f) Use la expresión para a_{rel} de la parte (e) para explicar el movimiento de los globos.

14.79 Un bloque cúbico de madera de 0.30 m por lado incluye pesos que hacen que su centro de gravedad esté en el punto que se indica en la figura 14.39a. El bloque flota en agua con la mitad de su volumen sumergido. El bloque se "ladea" con un ángulo de 45.0°, como en la figura 14.39b. Calcule el momento de torsión neto respecto a un eje horizontal perpendicular al bloque y que pasa por su centro geométrico.

14.80 Hay agua hasta una altura H en un tanque abierto grande con paredes verticales (Fig. 14.40). Se hace un agujero en una pared a una profundidad h bajo la superficie del agua. a) ¿A qué distancia R del pie de la pared tocará el piso el chorro que sale? b) ¿A qué distancia sobre la base del tanque podría hacerse un segundo agujero tal que el chorro que salga por él tenga el mismo alcance que el que sale por el primero?

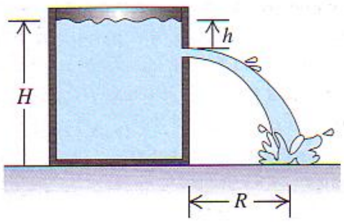


Figura 14.40 Problema 14.80.

14.81 Una cubeta cilíndrica, abierta por arriba, tiene 25.0 cm de altura y 10.0 cm de diámetro. Se hace un agujero circular con área de 1.50 cm^2 en el centro del fondo de la cubeta. Se está virtiendo agua en la cubeta mediante un tubo que está arriba, a razón de 2.40 $\times 10^{-4}$ m^3/s. ¿A qué altura subirá el agua en la cubeta?

14.82 Fluye agua continuamente de un tanque abierto como en la Fig. 14.41. La altura del punto 1 es de 10.0 m, y la de los puntos 2 y 3 es de 2.00 m. El área transversal en el punto 2 es de 0.0480 m^2; en el punto 3 es de 0.0160 m^2. El área del tanque es muy grande en comparación con el área transversal del tubo. Suponiendo que puede aplicarse la ecuación de Bernoulli, calcule a) la rapidez de descarga en m^3/s; b) la presión manométrica en el punto 2.

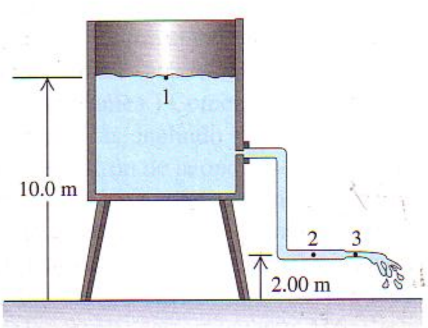


Figura 14.41 Problema 14.82.

14.83 El diseño moderno de aviones exige una sustentación, debida a la fuerza neta del aire en movimiento sobre el ala, de cerca de 2000 N por m^2 de área de ala. Suponga que aire (densidad = 1.20 kg/m^3) fluye por el ala de un avión con flujo de línea de corriente. Si la rapidez de flujo por la cara inferior del ala es de 120 m/s, ¿qué rapidez debe haber sobre la cara superior para obtener una sustentación de 2000 N/m^2?

14.84 El radio del huracán Emily de 1993 fue de unos 350 km. La rapidez del viento cerca del centro ("ojo") del huracán, cuyo radio fue de unos 30 km, alcanzó cerca de 200 km/h. Al entrar aire del borde del huracán hacia el ojo, su cantidad de movimiento angular se mantiene casi constante. a) Estime la rapidez del viento en el borde del huracán. b) Estime la diferencia de presión en el suelo entre el ojo y el borde del huracán. (*Sugerencia:* Vea la tabla 14.1.) ¿Dónde es mayor la presión? c) Si la energía cinética del aire arremolinado en el ojo pudiera convertirse totalmente en energía potencial gravitacional, ¿cuánto subiría el aire? d) De hecho, el aire en el ojo sube a alturas de varios kilómetros. ¿Cómo puede conciliar esto con su respuesta a la parte (c)?

14.85 Dos tanques abiertos muy grandes A y F (Fig. 14.42) contienen el mismo líquido. Un tubo horizontal BCD, con una constricción en C y abierto al aire en D, sale del fondo del tanque A. Un tubo vertical E emboca en la constricción en C y baja al líquido del tanque F. Suponga flujo de línea de corriente y cero viscosidad. Si el área transversal en C es la mitad del área en D, y si D está a una distancia h_1 bajo el nivel del líquido en A, ¿a qué altura h_2 subirá el líquido en el tubo E? Exprese su respuesta en términos de h_1.

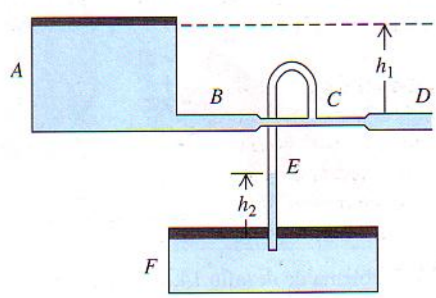


Figura 14.42 Problema 14.85.

14.86 El tubo horizontal de la figura 14.43 tiene un área transversal de 40.0 cm^2 en la parte más ancha y de 10.0 cm^2 en la constricción. Fluye agua en el tubo, cuya descarga es de 6.00 $\times$ 10^{-3} m^3/s (6.00 L/s). Calcule a) la rapidez de flujo en las porciones ancha y angosta; b) la diferencia de presión entre estas porciones; c) la diferencia de altura entre las columnas de mercurio en el tubo con forma de U.

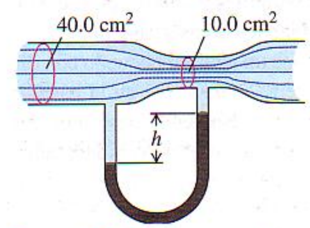


Figura 14.43 Problema 14.86.

14.87 Un líquido que fluye de un tubo vertical produce un chorro con una forma bien definida. Para obtener la ecuación de esta forma, suponga que el líquido está en caída libre una vez que sale del tubo. Al salir, el líquido tiene rapidez v_0, y el radio del chorro es r_0. a) Obtenga una ecuación para la rapidez del líquido en función de la distancia y que ha caído. Combinando esto con la ecuación de continuidad, obtenga una expresión para el radio del chorro en función de y. b) Si fluye agua de un tubo vertical con rapidez de salida de 1.20 m/s, ¿a qué distancia bajo la salida se habrá reducido a la mitad el radio original del chorro?

Problemas de desafío

14.88 Una roca con masa $m = 3.00$ kg se cuelga del techo de un elevador con un cordón ligero. La roca está totalmente sumergida en una cubeta con agua que está en el piso del elevador, pero no toca el fondo ni los lados de la cubeta. a) Con el elevador en reposo, la tensión en el cordón es de 21.0 N. Calcule el volumen de la piedra. b) Deduzca una expresión para la tensión en el cordón cuando el elevador tiene una aceleración de magnitud *a hacia arriba*. Calcule la tensión cuando $a = 2.50\ \text{m/s}^2$ hacia arriba. c) Deduzca una expresión para la tensión en el cordón cuando el elevador tiene una aceleración de magnitud *a hacia abajo*. Calcule la tensión cuando $a = 2.50\ \text{m/s}^2$ hacia abajo. d) Determine la tensión cuando el elevador está en caída libre con aceleración hacia abajo igual a g.

14.89 Suponga que un trozo de espuma de poliestireno, $\rho = 180\ \text{kg/m}^3$, se mantiene totalmente sumergido en agua (Fig. 14.44). a) Calcule la tensión en la cuerda usando el principio de Arquímedes. b) Use $p = p_0 + \rho g h$ para calcular directamente la fuerza que el agua ejerce sobre los dos lados inclinados y la base del trozo; luego demuestre que la suma vectorial de estas fuerzas es la fuerza de flotación.

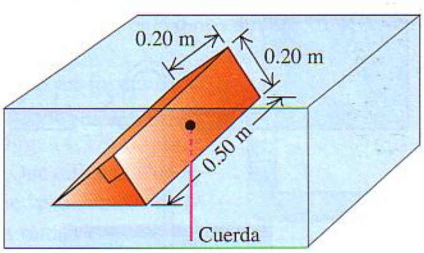


Figura 14.44 Problema de desafío 14.89.

14.90 Un tanque grande con diámetro D, abierto al aire, contiene agua hasta una altura H. Se hace un agujero pequeño con diámetro $d(d \ll D)$ en la base del tanque. Haciendo caso omiso de los efectos de viscosidad, calcule el tiempo que el tanque tarda en vaciarse.

14.91 Un *sifón* (Fig. 14.45) es un dispositivo útil para sacar líquidos de recipientes. Para establecer el flujo, el tubo debe llenarse inicialmente con fluido. Sea ρ la densidad del fluido y p_a la presión atmosférica. Suponga que el área transversal del tubo es la misma en toda su longitud. a) Si el extremo inferior del sifón está a una distancia h bajo el nivel del líquido en el recipiente, ¿con qué rapidez fluye el líquido por dicho extremo? (Suponga que el recipiente tiene un diámetro muy grande, y haga caso omiso de los efectos de viscosidad.) b) Un aspecto curioso es que el fluido inicialmente fluye hacia arriba. ¿Qué altura máxima H puede tener el punto alto del tubo sin que deje de haber flujo?

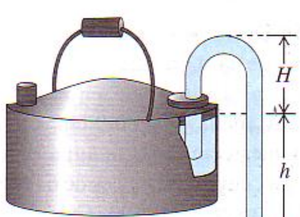


Figura 14.45 Problema de desafío 14.91.

14.92 Lo siguiente se tomó de una carta. *Los carpinteros locales acostumbran, al trazar y nivelar los cimientos de construcciones relativamente largas, usar una manguera de jardín llena de agua, en cuyos extremos meten tubos de vidrio de 10 a 12 pulgadas de longitud. La teoría es que el agua, buscando un nivel común, tendrá la misma altura en ambos tubos y servirá como nivel. Surge la duda de qué pasa si se deja una burbuja de aire en la manguera. Nuestros expertos aseguran que el aire no afecta la lectura de un extremo al otro. Otros dicen que sí habrá una inexactitud importante.* ¿Puede el lector dar una respuesta relativamente sencilla a esta pregunta, junto con una explicación? La figura 14.46 bosqueja la situación que causó la disputa.

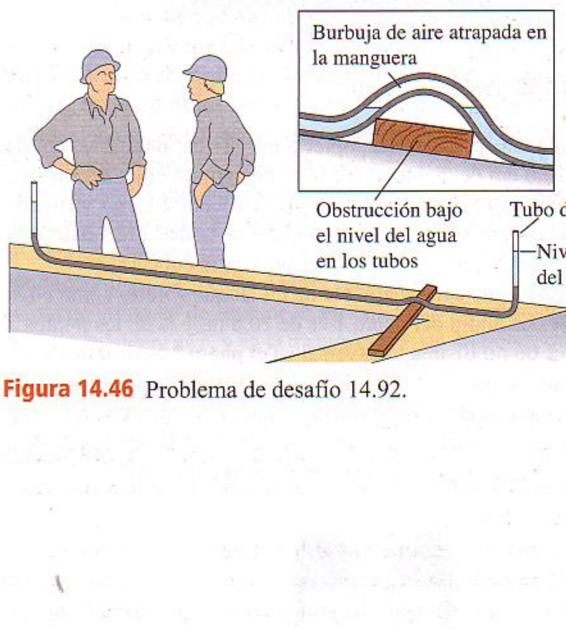


Figura 14.46 Problema de desafío 14.92.