

## Conjunto de Problemas 2

1. Determine si las siguientes funciones de producción son homogéneas y si exhiben rendimientos constantes, crecientes o decrecientes a escala.
  - (a)  $F(K, L) = \ln(L^{1/2}K^{1/3})$
  - (b)  $F(K, L) = L^{1/4} + L^{1/4}K^{1/4} + K^{1/4}$
  
2. Considere la siguiente función de producción de corto plazo:  $Q = 2L + 20L^2 - L^3$ .
  - (a) Obtenga el producto marginal del trabajo y el producto medio del trabajo
  - (b) Determine el valor para el cual el producto marginal muestra una productividad marginal decreciente
  - (c) Calcule el valor de L para el cual el producto medio del trabajo alcanza su máximo
  - (d) ¿Cuántas unidades de L deberían emplearse para que el producto total alcance su máximo?
  
3. Suponga una firma perfectamente competitiva que vende su único producto a un precio  $p = 100$  y que obtiene mediante un proceso de producción descrito por  $q = K^{1/4}L^{3/4}$ . Suponiendo que la tasa de salario es 5 y el costo de uso del capital es 4, se pide:
  - (a) Bajo el supuesto de maximización de ganancias, escribir el problema de la firma y calcular las condiciones de primer orden.
  - (b) Obtener las funciones de demanda de los factores, de oferta neta y de beneficios.
  - (c) Demuestre mediante el lema de Hotelling que a partir de la función de beneficios se puede obtener la función de oferta neta y las correspondientes funciones de demanda de insumos.
  
4. Suponga que la firma XYZ tiene un proceso de producción de largo plazo que puede ser descrito por  $q = K^{1/4}L^{3/4}$ . Suponga que la firma tiene como objetivo minimizar el costo de producir  $q_0$  unidades de producto.
  - (a) Escriba matemáticamente el problema de la firma, construya el Lagrangiano y obtenga las condiciones de primer orden.
  - (b) Obtenga las funciones de demanda de trabajo y capital y la función de costos.
  - (c) Determine las funciones de CMa y CMe. ¿Qué forma tienen? ¿A que se debe que tengan esa forma?

5. Suponga que una firma competitiva tiene una tecnología dada por  $q = K^{1/2}L^{1/2}$  y necesita determinar la combinación de insumos de más económica que le permita producir 60 unidades de producto. Suponga que el costo de uso del capital es 10 y la tasa de salario es 10.
- (a) Obtenga el P<sub>MaL</sub>, el P<sub>MaK</sub> y la  $TMST_{L,K}$
  - (b) Halle las funciones de demanda compensadas de los insumos. ¿Cuánto empleará la firma de cada insumo para producir las 60 unidades de producto? ¿Cuánto sería el costo más bajo de producir las 60 unidades de producto?
  - (c) Encuentra la función de costos de largo plazo.
  - (d) Obtenga la función de costos de corto plazo una vez que haya determinado los niveles óptimos de capital y trabajo. Si lo desea, construya un cuadro de producción en *Excel* para K y L (0, 5, 10,...90, 95, 100) y cuadro de costos donde relacione los niveles de producción con las funciones de costos de corto y largo plazo.