

Problemas para la casa
Entregar el miércoles 17 de julio de 2007
Cada problema vale 25%
Planteamiento

1. Suponga que la función de utilidad viene dada por

$$U = X^{0.3}Y^{0.7}$$

- Obtenga las funciones de demanda ordinarias, obtenga la función de utilidad indirecta y la función de gasto
- Utilice la función de gasto obtenida en a) y por medio del Lema de Shepard derivando la función de gasto obtenga la funciones de demanda Compensada del bien X
- Utilizando la versión de la ecuación de Slutsky en términos de elasticidades demuestre que la elasticidad precio de la demanda compensada para el bien X y para el bien Y es, respectivamente,:

$$\varepsilon_{x,px}^S = -0.7$$

$$\varepsilon_{y,py}^S = -0.3$$

(Pista recuerde que la elasticidad de sustitución Cobb-Douglas es igual a uno)

2. Suponga que en este mercado hay sólo tres consumidores siendo sus curvas de demandas individuales las siguientes

$$\left| \begin{array}{lll} q_1 = 100 - 2P & \text{Si} & P \leq 50 \quad q_1 = 0 \text{ si } P > 50 \\ q_2 = 160 - 4P & \text{Si} & P \leq 40 \quad q_2 = 0 \text{ si } P > 40 \\ q_3 = 150 - 5P & \text{Si} & P \leq 30 \quad q_3 = 0 \text{ si } P > 30 \end{array} \right.$$

- ¿Cuanto se demandara del bien si el precio es $P=50$? ¿Si el precio es ahora $P=35$? ¿Y cuando es $P=25$?, ¿y sí es $P=10$? ¿Y cuando el precio es cero?
- Elabore un cuadro con las demandas a los diferentes precios a partir de la serie de precios del aparatado a)
- Represente gráficamente la curva de demanda de cada persona
- Utilice las curvas de demanda individual y los resultados de la parte b) para construir la curva de demanda agregada del mercado.

3. Suponga que la tecnología accesible para producir el bien X esta representada por la función de producción

$$Y = 2L^{\frac{1}{2}}K^{\frac{1}{4}}$$

Donde K y L indican, respectivamente, las cantidades de factor capital (K) y factor trabajo (L) utilizados en la producción del bien Y. Asuma que en este mercado opera una empresa competitiva.

- Obtenga y represente gráficamente la senda de expansión de la producción
- Determine la función de demanda condicionada de factores y la función de costos de largo plazo. ¿Cuál sería la expresión de dicha función de costos si los precios de los factores son $w_l=2$ y $w_k=1$?

- c) Grafique la función de costos medios y la de costo marginal de largo plazo obtenga el punto mínimo de la curva de costo medio de largo plazo y obtenga la curva de oferta de la empresa a largo plazo.
- d) Suponga que en el corto plazo el factor K está fijo en $K_0=16$. Determine las funciones de costo de corto plazo ¿Cuál es la expresión de dicha función de costos si los precios de los factores son $w_l=2$ y $w_k=1$?
- e) Grafique la función de costos medios y la de costo marginal de corto plazo obtenga el punto mínimo de la curva de costo medio total y costos medios variables y obtenga la curva de oferta de la empresa, determine la condición de cierre de la empresa a corto plazo.

4. Suponga que la función de demanda viene dada por

$$Q = 1500 - 50P$$

Suponga que los costos totales de cada empresa (i-ésima) que produce el bien q y que poseen la misma tecnología viene dada por

$$C = 0.5q_i^2 - 10q_i$$

Suponga además que cada empresa contrata una y sólo una persona con talento empresarial por lo tanto la cantidad de personas con talento contratadas por empresa es igual al número de empresas. Suponga que la curva de oferta del personal con talento viene dada por

$$n = 0.25w$$

Donde w es el salario anual pagado.

Los costos totales a largo plazo de cada empresa son, entonces;

$$CT = 0.5q_i^2 - 10q_i + w$$

En el equilibrio de largo plazo

- a) ¿Cuánto se vende y se produce en el mercado?
- b) ¿Cuánto produce cada empresa?
- c) ¿Cuál es el precio de equilibrio de mercado?
- d) ¿Cuántas empresas activas hay en el mercado?
- e) ¿Cuál es el salario que se paga a cada trabajador con talento?

Pista: Aplique la condición de equilibrio de largo plazo

$$P = \text{Mínimo Costo Medio} = \text{Costo Marginal}$$

De la condición anterior obtiene la función de oferta por empresa individual y debe multiplicar por el número de empresas para obtener la oferta agregada.

De lo anterior, con las condiciones establecidas le permite formular un sistema de ecuaciones auxiliares y resolver un sistema de 4 ecuaciones con 4 incógnitas (n: número de empresas, p: precio de equilibrio, w: salario del trabajador con talento y la cantidad ofrecida que es igual a la cantidad demandada $S=D=Q=nq$).

Nótese que en cada ecuación tendrá dos incógnitas.

Buen Provecho