# Largo Plazo Costos

Microeconomía

Eco. Douglas Ramírez

## EL LARGO PLAZO

- No es posible formular una definición cronológica precisa entre el corto y el largo plazo.
- El propósito es distinguir una situación en el que los agentes económicos sufre de una restricción de insumos y por tanto una reducida flexibilidad que llamamos corto plazo y otra en la cual no existe esa restricción de insumos en el que tiene mas libertad y capacidad de sustitución de factores que llamamos largo plazo.
- La diferencia entre el corto y largo plazo esta dada por la restricción de insumos.

# Planteamiento

- Representemos los niveles de insumos fijos del empresario por un parámetro k, donde k indica "el tamaño de la empresa".
- Supongamos que k es continuamente diferenciable y formularemos explícitamente el problema en la función de producción, y costo.
  - $y = f(x_1, x_2, k)$
  - $C = w_1 x_1 + w_2 x_2 + \psi(k)\,;\ \psi'(k) > 0$
  - $|TMgST|_{ij} = w_i/w_j$
- El costo fijo es una función creciente del tamaño de la firma ($\psi'(k) > 0$), las formas de las familias de isocuantas y de isocosto y la trayectoria de expansión dependen del valor del parámetro k

# Observaciones

- Nótese que los problemas de corto plazo de la firma se refieren a la optimización de una empresa de un tamaño dado.
- A largo plazo el empresario puede variar el tamaño de la firma (variar k) y seleccionar una empresa de tamaño óptimo para su horizonte temporal.
- Las funciones de producción y costo de la firma dependen de su tamaño (dimensión o escala)
- A corto plazo la escala esta determinada, en el largo plazo el empresario puede escoger entre diversas funciones de producción (tecnologías) y costo. Por lo tanto, el número de alternativas será igual al número de valores que puede tomar k.

# Planteamiento

- Una vez seleccionada la dimensión de la firma esta enfrenta los mismos problemas de optimización a corto plazo.
- El costo fijo es una función del tamaño de la empresa.
- Las formas de las familias de isocosto e isocuantas y de la senda de expansión depende del valor asignado al parámetro.
- Resolviendo el sistema se puede expresar a través de una función de costos totales, esta función depende del nivel de producto y de la dimensión de la firma.

# Planteamiento

- Habitualmente podemos reducir las relaciones anteriores para resolver el sistema en una sola función , con lo que se puede expresar el costo total en función del nivel de y , de k
  - $C(y,k) = \varphi( y, k ) + \psi(K )$; – costo total –
- Donde k que indica el tamaño de la empresa, y indica el nivel de producción.
- Cuanto mayor sea k , mayor será el tamaño de la empresa, a largo plazo el empresario puede variar k y escoger el tamaño óptimo.

## Planteamiento

- Las formas de las funciones de producción y costo de la firma dependen de la dimensión de la empresa.
- Asumimos que k es continuamente diferenciable y formulamos explícitamente el problema en la función de producción, y costo como.
  - $C(y,k) = \varphi(y, r) + \psi(K)$.
- La función describe la familia de curvas de costo total que se generan al asignar diferentes valores al parámetro k.

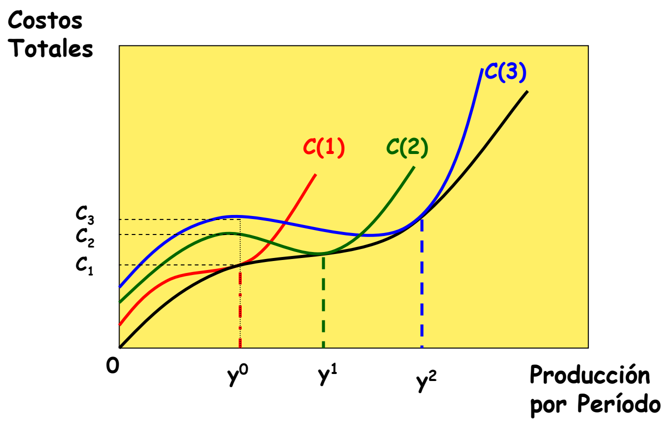
## Planteamiento

- Al definir una valor particular de $k = k^*$, se define el tamaño de la empresa, esta función se transforma en una función de una sola variable (el producto). Se transforma en una función equivalente a
  - $C(y) = \varphi(y) + b$
- Donde b es un parámetro asociado a los costos fijos definido por la escala de la firma e y es el nivel de producto.

# Def.

- **Definición:** La función de costo total a largo plazo de la firma da el mínimo costo total de producción de cada nivel de output cuando la firma es libre de variar al tamaño de la empresa.
- Para un nivel de output el empresario calcula el costo total para cada posible tamaño de empresa y escoge aquel en el que el costo es mínimo.

# Gráfico 1



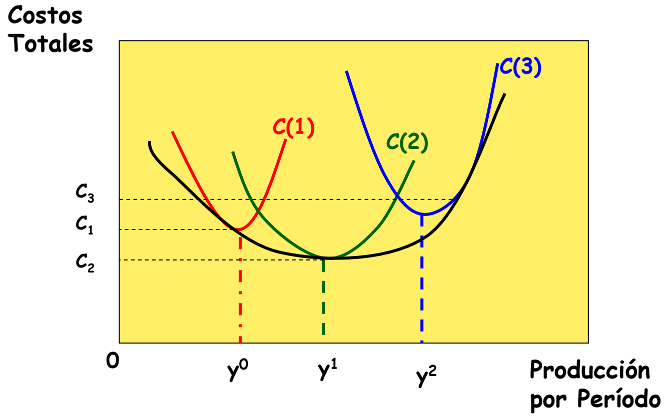

La figura muestra el costo total correspondiente a tres tamaños de empresa diferentes. El empresario puede producir $y^0$ en cualquiera de las tres casos un costo $C_1$ para $C(1)$, a un costo $C_2$ para $C(2)$ y a un costo $C(3)$ para $C_3$.

# La envolvente

- La función de costo total a largo plazo del empresario da el mínimo costo de producción a cada nivel de output cuando es libre de variar el tamaño de la firma. Para un nivel dado de producto el empresario escoge aquel que es el costo mínimo

- Def. Envolvente: La curva de costo a largo plazo es la envolvente de las curvas de costo a corto plazo; les toca a todas y no corta a ninguna.

# Gráfico 2




La figura muestra el costo medio correspondiente a tres tamaños de empresa diferentes. La curva de costos medios a largo plazo envuelve a las curvas de costos medios de corto plazo y toca tangencialmente una vez a cada una y no corta a ninguna

# Escala y producción

- Def. La curva de costo total a largo plazo se define como el lugar geométrico de las puntos de costo mínimo. La curva de costo a largo plazo es la envolvente de las curvas a corto plazo; las toca a todas y no corta a ninguna.
- Escribamos la ecuación de la familia de las funciones de costo a corto y largo plazo de forma implícita como:
  - $C\ \varphi(y, k) - \varphi(k) = G(C, y, k) = 0$
- Igualando a cero la derivada respecto a k se tiene el comportamiento optimo respecto al tamaño de la planta
  - $\partial G/\partial k \Rightarrow G_k(C, y, k) = 0$

# La envolvente

- $G_k(C, y, k) = 0$ ; es la senda optima de expansión del tamaño de la firma asociado al nivel de producción
- La ecuación de la curva envolvente ( la curva de costo a largo plazo ) se obtiene eliminando K de la expresión anterior y expresando el costo (C) en función de y .
  - $C = C(y)$ ;
- Dada la condición de que cada nivel de output es para una firma de dimensión optima, el costo total a largo plazo es una función del nivel de output.

# Nótese que:

- La curva de costo de  costo a largo plazo no es fundamentalmente distinta a la curva de costo de corto plazo
- La curva de costo de largo plazo se construye con puntos de la curva de costo a corto plazo .
- Como k se supone continua y diferenciable, la curva de costo a largo plazo tiene uno y solo un punto común, con cada una de los infinitas curvas de costo de corto plazo.

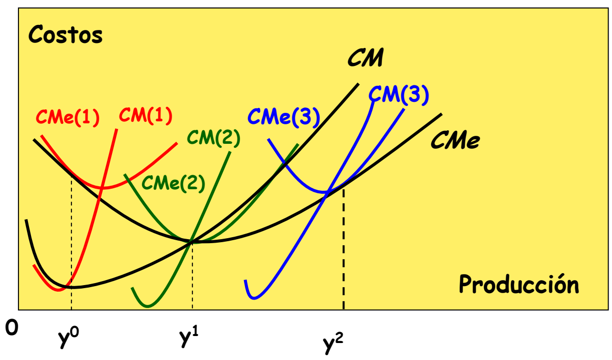
# La envolvente

- La curva de costo medio de largo plazo ($CMe^L$) puede hallarse dividendo el costo total de largo plazo ($C^L$)  por el nivel de producto o construyendo la envolvente de las curva de costo medio de corto plazo ($CMe^C$). Los dos construcciones son equivalentes.
- La curva de Costo Marginal de largo plazo  ($CMg^L$) se puede construir representando la derivada del costo total a largo plazo con respecto al nivel del producto o deduciéndola de las curvas de costo marginal de corto plazo ($CMg^C$)

# El $CMg^L$ y $CMg^C$.

- El costo marginal de largo plazo ($CMg^L$) es igual a la variación del costo variable a corto plazo ($CV^{CP}$) con respecto al nivel de producto.
- El costo marginal de largo plazo ($CMg^L$) es la relación de variación del costo total suponiendo que todos los costos son variables. Por lo cual, algunas partes de la curva de costo marginal de corto plazo ($CMg^C$) puede estar por debajo de la curva de costo marginal de largo plazo ($CMg^L$)

# Gráfico 3




Las curvas de CMe y CM tienen la forma habitual de la U, al igual que las curvas de corto plazo. En $y^1$ se minimiza los costos medios a largo plazo. La configuración de las curvas de en este punto mínimo es bastante importante.

# def.

- La curva de costos marginales de largo plazo se define como el lugar geométrico en el espacio de mercancías de aquellos puntos de la curva de costo marginal de corto plazo ($CMg^C$) que corresponden al tamaño optimó de la empresa para cada nivel de producto.
- Puesto que las curvas de costo marginal se definen como las pendientes de las tangentes de las curvas de costo, las curvas de costo marginal de corto y largo plazo serían iguales en dichosa puntos.

# El Equilibrio en el largo Plazo y la escala

- La curva de costo medio a corto plazo debe ser tangente a la curva de costo medio a largo plazo. Obtenemos la pendiente de la curva de corto plazo en el punto y* es . Si k* es la elección optima a de los factores fijos (tamaño) correspondiente al nivel de producción y*
    - $CMg(y^*)^L = CMg(y^*, k^*)^C \rightarrow k^* = \kappa(y^*)$
- Por lo tanto, los costo marginales a largo plazo correspondientes a y* son iguales a los costo marginales a corto plazo correspondiente a C (y*, k*).

# El equilibrio a largo plazo y la escala

- Nótese que los costo a largo plazo y a corto plazo en y* son iguales dado k* en el largo plazo, es decir tanto para los costos totales como medios se cumple;
  - $C(y^*)^L=C(y^*,k^*)^C$;
  - $CMe(y^*)^L=CMe(y^*, k^*)^C$;
- De ahí se obtiene una respuesta para k* ya sea del costo total o del costo medio:

# Los costo medios

- Si los costo a corto plazo son siempre mayores que los costos a largo plazo y ambos son iguales en un nivel de producción, significa que los costo medio a corto plazo y a largo plazo poseen la misma propiedad.
- $Cme\ (y) \leq Cmec\ (b, k^*)$
- $Cme\ (y^*) = Cmec(y^*, k^*)$
- Esto implica que la curva de costo medio a corto plazo siempre se encuentra por encima de la curva de costo medio a largo plazo y que le toca en el punto y*.
- La curva de costo medio a largo plazo y la curva de costo medio a corto plazo deben ser tangentes en el punto y*.

# La función de oferta de corto plazo

- La de oferta en el corto plazo viene dada por la condición de cierre y por la las condiciones de primer orden

$$y^s(p)\begin{cases} y^s(p)=0 & si\ \ p < mín\, CMeV \\ p = CMg & si\ \ p \geq mín\, CMeV \end{cases}$$

# La función de oferta de largo plazo

- La de oferta en el largo plazo viene dada por la condición de cierre y por la las condiciones de primer orden

$$y^s(p)\begin{cases} y^s(p)=0 & si\ \ p < mín\, CMe \\ p = CMg & si\ \ p \geq mín\, CMe \end{cases}$$

# Ejemplos

Microeconomía
Eco. Douglas Ramírez

# Ejemplo

- Consideremos la curva de costo de largo plazo
  - $C=0.04q^3 - 0.9q^2+(11-k)q +5k^2$;
- Supongamos que k=1, entonces la curva de costo sería
  - $C=0.04q^3 - 0.9q^2+10q +5$;
- Sí queremos tener una función de la dimensión de la firma derivamos respecto a k e igualamos acero la derivada y se tiene
  - $\partial C/\partial k=-q+10k \rightarrow k=01.q$

# Ejemplo

- Sustituyendo en la función de costos de largo plazo se obtiene.
- $C=0.04q^3-0.9q^2+(11-0.1q)q+5(0.1\ q)^2;$
- $C=0.04q^3-0.95q^2+11q;$
- Los costo fijos son cero en esta función de costo de largo plazo
- Si p=4; en la condición de primer orden donde p = CMg
- ➔ $4=0.12q^2-1.9q+11$

# Ejemplo

- Resolviendo la ecuación de segundo grado se tiene que $q^*=10$
- ➔ maximiza el producto por tanto k=0.1*(10)
- ➔ $k^*=1$
- Sustituyendo en la función de beneficios se tiene
- $\Pi=p^*q-C(q)$
- ➔ $\Pi=4*10-(0.04(10)^3-0.95(10)^2+11(10))$
- ➔ $\Pi=40-55=-15<0$
- Los beneficios son negativos y no cubre los costos medios, la empresa no construye la planta, ni ofrece producir ninguna cantidad del bien.

# Ejemplo

- Si el precio es p=6
- De la condición de primer orden se tiene p = CMg
- ➔ $6=0.12q^2-1.9q+11$
- ➔$0.12q^2-1.9q+5=0$
- Resolviendo la ecuación de segundo grado se tiene que q*=12.5
- ➔ maximiza el producto por tanto k=0.1*(12.5)

# Ejemplo

- ➔ k*=1.25
- Sustituyendo en la función de beneficios se tiene
- $\Pi=p*q - C(q)$
- ➔ $\Pi=6*12.5-(0.04(12.5)^3-0.95(12.5)^2+11(12.5))$
- ➔$\Pi=75-67.1875=7.8125>0$
- Como los beneficios son positivos el empresario construirá una planta de tamaño k*=1.25 para producir q=12.5 unidades del bien.

# Largo Plazo Costos

Microeconomía

Eco. Douglas Ramírez