Los Costos

Microeconomía

Douglas C. Ramírez V.

La Minimización de Costos

- Nuestro objetivo es estudiar el comportamiento de las empresas maximizadora del beneficio en los mercados competitivos y en los no competitivos
- Primero estudiaremos la minimización de los costos dado un nivel de producción y luego estudiaremos cual solución que conduce a la opción mas rentable es decir se desarrollara una teoría de maximización de beneficios.
- En esta sección se estudiara los elementos del costo a corto y largo plazo y la decisión de minimización de costos para un nivel dado de producción y unos precios dados, sobre los cuales las firmas no pueden influir.

Distinción

- Pueden distinguirse, al menos, tres conceptos diferentes de costos.
  - El costo de oportunidad.
  - El costo contable (los costes históricos, la depreciación y otras partidas.)
  - El costo de transacción (los costos de organizar las transacciones).

Los costos.

- Los costos explícitos expresan clara y definidamente su uso el alternativo como por ejemplo los costos laborales, de la tierra.
- Los costos implícitos no expresan clara y definidamente su mejor uso alternativo, por ejemplo los costo de capital y de los servicios empresariales.
- Los costos variables son los costos que cambian en respuesta a las variaciones del nivel de producción de la empresa.
- Los costos fijos no varían cuando varia el nivel de producción a corto plazo. Los costos fijos son en muchos aspectos irrelevantes para la teoría de la determinación de los precios a corto plazo pero si son relevantes en las decisiones de cierre a largo plazo.
- Los costos irrecuperables (sunk cost) son los costos fijos o inversiones no reversibles que deben ser realizadas una sola vez para entrar en un mercado.

Los Costos

- **Def**. El ***costo económico de un factor cualquiera*** es lo que hay que pagarle para mantenerlo en su empleo actual, es decir, el costo económico de un factor es la remuneración que recibiría en su mejor empleo alternativo.
- **Supuestos**: supondremos que las firmas son tomadoras de precios y supondremos el mínimo numero de factores homogéneos, los costo empresariales son parte de los costo de capital y los factores se contratan en mercados competitivos.

Elementos de los costo

- Donde X(w, y, x) es el vector de demanda condicionada de factores, ; es el vector de factores-insumos, w; es el vector de precios de los factores variables y fijos, $w_v x_v$; es el vector de costo variable a corto plazo, $w_f x_f$; es el vector de costo fijo a corto plazo, finalmente, y ; es el vector de producto de la empresa

$$C(\vec{w},\vec{x}) = \sum_{v=1}^{m1} x_v w_v + \sum_{f=1}^{m2} x_f w_f$$

Curva de costo

- En el corto plazo algunos costos de la firma son independientes del nivel de producción; son los llamados costos fijos, que la empresa debe pagar independientemente del nivel de producción que desee obtener (C_f).
- Otros costos varían cuando se altera el volumen de la producción; son los denominados costos variables (C_V).
- Los costos totales de la empresa siempre pueden expresarse como la suma de los costos variables y los costos fijos; $C(y)= C_V+C_f$.

Curva de costo

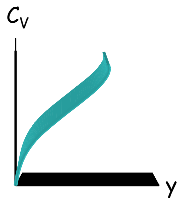
- La función de costo medio mide el costo por unidad de producción.
- La función de costo variable medio mide los costos variables por unidad de producción
- La función de costo fijo medio mide los costos fijos por unidad de producción
- La curva de costo marginal, mide la variación que experimentan los costos cuando se altera el nivel de producción

Definiciones de costo

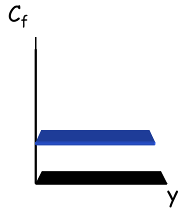
- Costo total a corto plazo
  $CTcp = W_V X_V\,(w, y, x_f) + W_f\,X_f = C(w, y, x_f\,)$
- Costo medio a corto plazo
  $CMecp = C(w, y, x_f\,)\,/\,y$
- Costo variable medio a corto plazo.
  $CVMecp \quad = W_v\,X_V\,(w, y, x_f)/\,y$
- Costo fijo medio a corto plazo
  $CFMecp \quad = W_f\,X_f\,/\,y$
- Costo marginal a corto plazo
  $CMgcp \qquad = \partial C(w, y, x\ f)/\,\partial y$

Análisis Grafico de Corto Plazo

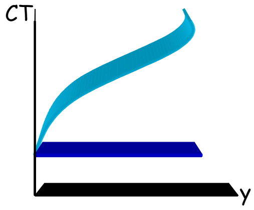
Costos Variables



Costos Fijos

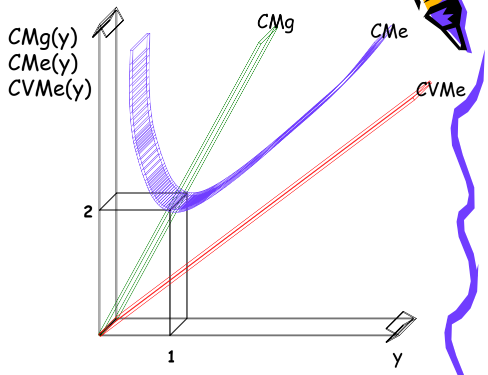


Costos Totales



Ejemplo Curva de Costo

- Consideremos una curva de costo:
  $C(y)=y^2+1$
- El costo variable medio:
  $CVMe(y)=y^2/y=y$
- El costo fijo medio:
  $CFMe(y)=1/y$
- Costos Medios:
  $CMe(y)=(y^2+1)/y=y+1/y$
- Costos Marginales:
  $CMg(y)=2y$



Características de la curva de costo

- La curva de *costo variable medio* puede tener pendiente negativa al principio, aun cuando no necesariamente. Sin embargo, a la larga crece si hay algún factor fijo que limita la producción.
- La curva de *costo medio* puede descender al principio debido a los costos fijos medios decrecientes pero después. aumentan, debido a los costos variables medios crecientes.
- El *costo marginal* y el *costo variable medio* de la primera unidad de producción son iguales.
- La curva de costo marginal pasa por el punto mínimo tanto de la curva de costo variable medio como de la curva de costo medio.

Demostración 1

Técnicamente, CMe=CMg en y=0. Esta afirmación puede demostrarse por medio de la regla de L´Hopital, que establece que si f(a)=g(a)=0 entonces;

$$\lim_{x \to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \to a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

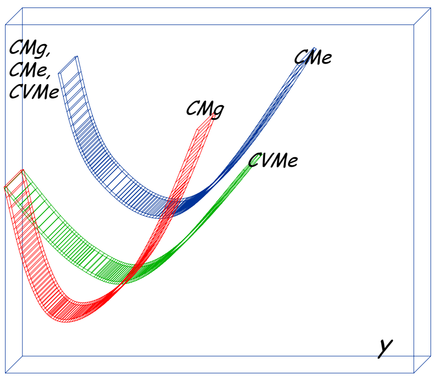
En este caso, CT=0 en y=0, por lo que;

$$\lim_{y \to 0} CMe = \lim_{y \to 0} \frac{CT}{y} = \lim_{y \to 0} \frac{\partial CT / \partial y}{y} = \lim_{y \to 0} CMg$$

Lo cual se quería de mostrar que son iguales cuando q=0

$$CMe_{q=0} = CMg_{q=0}$$

Las curvas de costo



La figura muestra la curva de costo medios (CMe), La curva de costo variable medio (CVMe) y la curva de costo marginal (CMg).

Demostración 2

Matemáticamente podemos hallar que el costo medio mínimo igualando a cero su derivada

$$\frac{\partial CMe}{\partial y} = \frac{\partial\left(\frac{CT}{q}\right)}{\partial y} = \frac{q\frac{\partial CT}{\partial q} - CT \cdot 1}{q^2} = \frac{q \cdot CMg - CT}{q^2} = 0$$

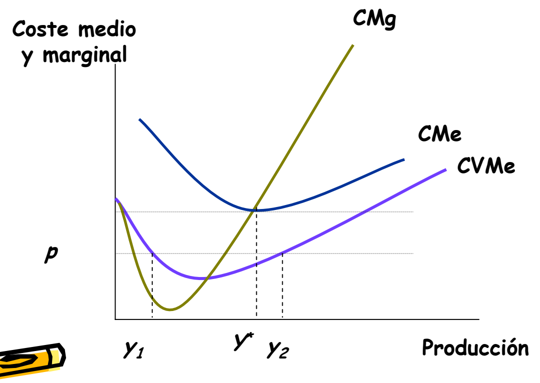
Visto de otra manera

$$q \cdot CMg - CT = 0 \Rightarrow CMg = \frac{CT}{q} = CMe$$

Lo cual se quería demostrar que el costo marginal es igual al costo medio q es el mínimo del costo medio

$$CMe_{q=\text{mínimo}} = CMg_{q=\text{mínimo}}$$

Costo Marginal y Medio



Función de Costos

- Def. La función de costo mide el costo mínimo de obtener un determinado nivel de producción, dado los precios de los factores y como tal, resume la información sobre las opciones tecnológicas de las firmas.
- Así como la producción describe las posibilidades tecnológicas de producción de la empresa, la función de costo describe las posibilidades económicas de la empresa.
- Def. La función de costo para la firma que enfrenta precios de factores fijos w > 0; está definida como la función mínima.

$$
\begin{aligned}
&C(w,y) = \min_{\{x\}} wx \\
&sa \\
&x \in V(y)
\end{aligned}
$$

La minimización de costo.

- Para minimizar los costos de producción de una determinada cantidad, una firma debe elegir el punto de la isocuanta en el que la relación de sustitución técnica de los factores sea igual al cociente del precio de los factores o costo de oportunidad.
- En términos matemáticos:

$$
\begin{aligned}
&\min_{\{x\}} C(w,y) = wx \\
&sa \\
&y = f(x)
\end{aligned}
$$

La minimización …

Formularemos el lagrange $L(x,y) = wx + \lambda[y - f(x)]$

•Las condiciones de primer orden.

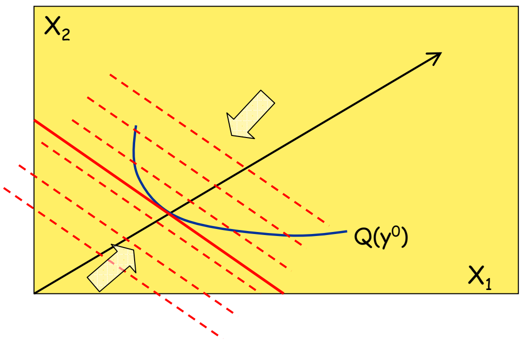
$$\frac{\partial L(x,y)}{\partial x_i} = w_i + \lambda f_i = 0 \qquad \forall i = 1,\cdots,m$$

$$\frac{\partial L(x,y)}{\partial \lambda} = y - f(x) = 0$$

Tenemos m+1 variables independientes y m+1 ecuaciones independientes.

La condición de equilibrio. $\frac{w_i}{w_j} = \frac{f_i}{f_j}$ esto determinara una senda de expansión optima de la producción

La minimización …



Minimizar el costo para obtener un determinado nivel de producción, la firma debe producir en el punto de la isocuanta en el que la RST o TMgST sea igual al cociente entre los precios de arriendo de los factores productivos.

Condiciones de Kunn Tucker

- Minimización de costo y condiciones de primer orden de Kunn Tucker
- min. WX s.a. $Y \leq f(X)$
- CNPO :

(1) $w_i - \lambda\, \partial f(X)/\partial x_i$; $\forall$ i=1…m

(2) $x_i\, [\, w_i - \lambda\, \partial f(X)/\partial x_i\,] = 0$; si $x_i > 0$

(3) $y - f(X) \leq 0$

(4) $\lambda\, [\, y - f(X)\,] = 0$ si $y > 0$; x_i

(5) Sí $y>0$, $\Rightarrow xi>0$

(6) $Cu_i = \lambda\, \partial f(X)/\partial x_i$

(7) $(w_i/w_j) = (PMgX_i / PMgX_j) = \partial f(X)/\partial x_i$

Si $x_1(w, y)$; $x_2(w, y)$

Entonces $C(w, y) = w_1 x_1(w, y) + w_2 x_2(w, y)$

Ejemplo Cobb-Douglas

- Suponga que la producción de "matadores" depende del numero de parrillas (K) y de trabajadores (L) contratados de acuerdo a la función de producción

$$q = 10K^{\frac{1}{2}}L^{\frac{1}{2}}$$

Se desea producir 40 "matadores" por noche. Las parrillas se alquilan por v u.m. por hora y los trabajadores se les paga w u.m. por hora, siendo el costo total de:

$$CT = vK + wL$$

El problema de minimización será

$$L = vK + wL + \lambda\left(40 - K^{\frac{1}{2}}L^{\frac{1}{2}}\right)$$

Ejemplo Cobb-Douglas

Las condiciones de primer orden

$$\frac{\partial L}{\partial K} = v - \lambda 5 \frac{L^{\frac{1}{2}}}{K^{\frac{1}{2}}} = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial K} = w - \lambda 5 \frac{K^{\frac{1}{2}}}{L^{\frac{1}{2}}} = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial K} = 40 - 10 L^{\frac{1}{2}} K^{\frac{1}{2}} = 0$$

Dividiendo la segunda ecuación por la primera se tiene;

$$\frac{w}{v} = \frac{K}{L} = RST_{KL}$$

La cual es la condición de equilibrio en del problema de minimización de costos

Ejemplo Cobb-Douglas

Sustituyendo la condición de equilibrio en la función de producción;

$$\frac{w}{v} = \frac{K}{L} = RST_{KL} \Rightarrow q = 10K^{\frac{1}{2}}L^{\frac{1}{2}} \Rightarrow \frac{q}{K} = 10\left(\frac{L}{K}\right)^{\frac{1}{2}}$$

Dividiendo por K y utilizando y sustituyendo la condición de minimización

$$\frac{q}{K} = 10\left(\frac{v}{w}\right)^{\frac{1}{2}} \Rightarrow K = \frac{q}{10}\left(\frac{w}{v}\right)^{\frac{1}{2}} \Rightarrow vK = \frac{q}{10} w^{\frac{1}{2}} v^{\frac{1}{2}}$$

Realizando lo mismo para L se tiene; $\Rightarrow wL = \frac{q}{10} w^{\frac{1}{2}} v^{\frac{1}{2}}$

Dado que $\Rightarrow C = wL + vK \Rightarrow C = \frac{q}{10} w^{\frac{1}{2}} v^{\frac{1}{2}} + \frac{q}{10} w^{\frac{1}{2}} v^{\frac{1}{2}}$

Entonces $\Rightarrow C = \frac{q}{5} w^{\frac{1}{2}} v^{\frac{1}{2}}$

Costo.

- La estructura de la función de costo en general se puede expresar como el valor de las demandas condicionadas de factores.
- 1. $C(w, y) \equiv WX(w,y) \equiv w_1x_1(\ldots) + w_2x_2(\ldots) + \ldots + w_mx_m(\ldots)$
- Lo que significa simplemente que el costo mínimo de obtener y unidades de producción es el costo de la manera mas barata de producir y.
- Sí la demanda de factores se obtiene, esta resuelve el problema de minimización de costo.
- A corto plazo, algunos de los factores son fijo y tienen un nivel predeterminado, en este caso la función de costos.
- 2. $C(w, y, x \text{ fijos}) \equiv w_jx_j(w, y, x_f) + w_fx_f$

Los Rendimiento constante a escala y la función de costo.

- Rendimiento constante a escala: Si la función de producción muestra Rendimiento Constante de Escala, la función de costo puede expresarse de la forma siguiente:

  $C(w, y) = y * C(w, 1)$
- Si la función de producción muestra Rendimiento Constante de Escala, es intuitivamente evidente que la función de costo debe ser lineal con respecto al nivel de producción, lo que significa que la función de costo medios es :

  $CMe(w, y) = [C(w, 1)*y]/y = C(w, 1)$
- Es decir que el costo por unidad de producción es constante, cualquiera que sea el nivel de producción que desee la empresa.

Rendimientos

- Si la tecnología tiene Rendimiento Decreciente a Escala, los costo medios aumentan conforme aumenta la producción.
- Si la tecnología tiene Rendimiento Creciente a Escala, los costo aumenta menos que linealmente con respecto a la producción, por lo que a medida que aumenta esta (output) los costos medios decrecen.

Propiedades de la función de costos.

- (1) No decrece en w si $w' \geq w$; entonces

  $C(w', y) \geq C(w, y)$
- (2) Homogénea de grado 1 en w ;

  $C(tw, y) = t\, C(w, y)$, si $t > 0$
- (3) Cóncava en w ;

  $C(tw + (1-t)\, w', y) \geq t\, C(w, y) + (1-t)\, C(w', y)$, si $0 \leq t \leq 1$
- (4) Continua en w ; c (w, y) es una función continua en w cuando $w_i \geq 0$

TEOREMA DE O LEMA DE SHEPARD (propiedad de la derivada)

- Sea X_i (w,y) demanda condicionada de la empresa del factor i-ésimo. En ese caso, si la función de costo es diferenciable en (w, y) y $w_i > 0$; $\forall$ i =1,…, m ; entonces.

$$x_i(w, Y) = \frac{\partial C(w, Y)}{\partial w_i}; \forall i = 1, \ldots, m$$

Ejercicio Propuesto Obtenga la función de costos con la función CES

- Min $w_1 x_1 + w_2 x_2$
- S.A. $Y = [X_1^e + X_2 e]^{1/e}$ para $\{x_1, x_2\} \in V(y)$

Beneficio económico:

- Es la diferencia entre los ingresos totales de una empresa y sus costos totales.
- π = Ingreso total – costo total.
- $\pi = p\ f\ (x) - c[w, f(x)]$.

Los Costos

Microeconomía

Douglas C. Ramírez V.