HISTORIA DE LA PRECISIÓN

I PRECISION EN LA ANTIGÜEDAD

Cultura y precisión

Creo importante, para ubicar el tema de esta charla en el espacio y el tiempo, hacer una digresión sobre la cultura humana para que la importancia y el interés del tema no nos impida apreciar sus limitaciones. Vista la globalización sin comprensión mutua que estamos viviendo creo que una referencia que llame la atención sobre estos asuntos debería ser el prólogo de toda manifestación cultural como la que estamos realizando aquí.

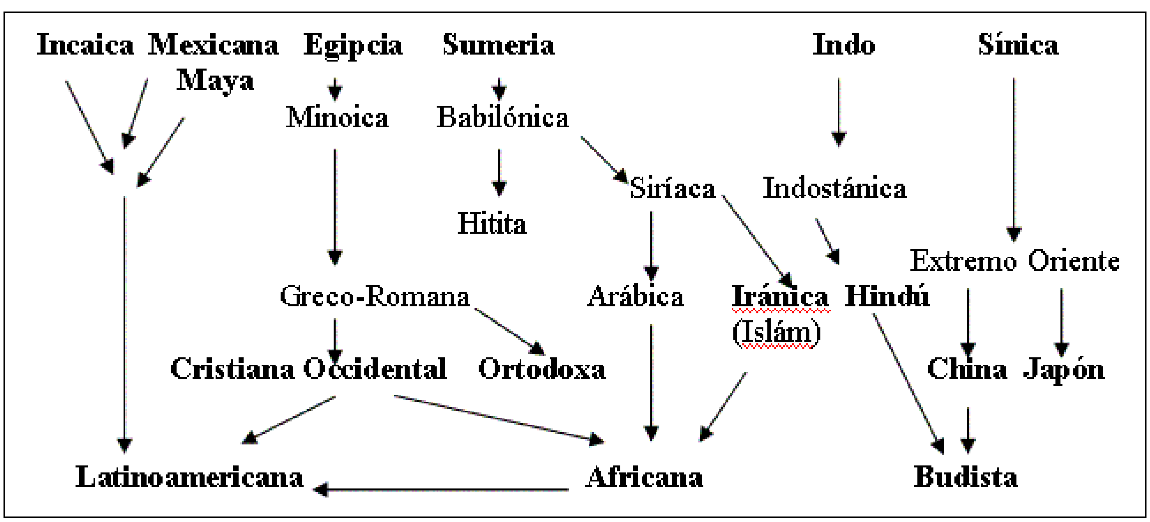
En la prehistoria de los seres humanos cazadores y recolectores se forman grupos de familias. Luego al inventarse la agricultura y la ganadería es posible la subsistencia de grupos mayores como poblados y grupos nómades. Se va formando la desigualdad social y la propiedad territorial. Por el comercio y la guerra se unifican los grupos de población en reinos y naciones. En muchos casos por conflictos y conquistas se unen naciones con rasgos culturales semejantes en grupos afines o grandes imperios conocidos como **culturas o civilizaciones**. Según la nomenclatura de Toynbee [1955] :

Cultura:
lenguaje, fuego, armas, recolección, cacería, tejido, cestería, cerámica, construcción, navegación, música, mitos, organización tribal, religión animista, domesticación, cultivos.

Civilización:
ciudades, escritura, gobierno, ejército, guerra, ley, escuela, dinámica socio-política, religión universal, viajes, colonización, ciencia, historia, industria, comercio, conquistas, planificación.

NOTA: Huntington [1977] llama **culturas** a las civilizaciones actuales.

El historiador alemán Spengler [1917], descubridor de esas unidades sociales, distingue varias culturas y el inglés Arnold Toynbee en su monumental "Estudio de la Historia" distingue en la historia 25 civilizaciones que se influyeron y sucedieron según el diagrama siguiente:



El americano Huntington distingue como existentes actualmente nueve culturas:

Cultura	Pob millardos	Religión	Tecnología	Economía	Poder militar	Valor básico
Africana	0.9 ↑	Cristiana-Animista	Pobre	Subsistencia-Extracción	Bajo	Grupo
Latinoamericana	0.5 ↑	Católica-Indígena	Media ↑	Industrial-Agraria	Bajo	Familia
Occidental	1.0 ↓	Católica-Protestante	Alta ↑	Industrial-Servicios	Alto	Individuo
Ortodoxa	0.2	Cristiana Ortodoxa	Alta	Industrial-Extracción	Alto	Hermandad
Islámica	1.2 ↑	Musulmana	Media	Semi-industrial	Medio	Comunidad
Hindú	1.0 ↑	Hinduismo	Alta ↑	Industrial-Agraria	Medio	Religión
China	1.1 ↑	Confucio Lao Tsé	Alta ↑	Industrial-Agraria	Medio	Sociedad
Japón	0.12	Sintoísta-Budista	Alta ↑	Industrial	Alto	Jerarquía
Budista	0.1	Budista	Pobre	Agraria-Industrial-	Bajo	Paz

Dentro de los territorios de estas civilizaciones hay por lo menos 5000 sociedades no absorbidas por la industria. Comprenden unos 300 millones de personas. W.Davis [1999]. Tanto las civilizaciones como estas sociedades tienen un maravilloso repertorio de lenguajes de grado semejante de sofisticación, tradiciones, arte, instituciones sociales y modos de ver el mundo y la vida. Como creación humana todas tienen rasgos e instituciones que podrían ser valiosísimas para las demás. Pero, a pesar de una globalización superficial, no se comprenden mutuamente y tienen a veces actitudes extremas de abandono total de su cultura o de un rechazo obstinado a las demás. Muchas culturas no industriales están en rápida extinción por acción de las civilizaciones, especialmente de las industrializadas. Extinción que sería una catástrofe quizá más grave, aunque mucho menos reconocida, que la ambiental.

En la Occidental Cristiana, que comprende la Europa cristiana (luego expandida en EEUU, Canadá y Australia) motora de la globalización del planeta a partir del 1500, se desarrolla desde finales del 1500 la **Ciencia Experimental** y desde 1600 de ésta sale la idea de **precisión en las medidas** de las características de los aspectos esenciales de los fenómenos naturales y humanos. En el cuadro se ve que actualmente esa civilización y las que se han asimilado ese punto de vista científico y la precisión son la Ortodoxa y la Japonesa, y en parte la Hindú, China. En estas dos hay gran parte de la población no captada por esas ideas que son las de alta tecnología y el desarrollo industrial. La Latinoamericana y la Islámica tienen un desarrollo medio de la industria y la ciencia y la Budista (Mongolia, Birmania, Laos, Vietnam, Cambodgia y Shri Lanka) un desarrollo aún menor. Como se ve, la idea de la precisión que nos ocupará en lo que sigue, es moderna en el tiempo (unos 400 años en el desarrollo de la Historia que abarca unos 6000 años) y minoritaria en la cantidad. La alfabetización universal (un 75% en el mundo) tiende a difundir tales ideas.

La precisión en la antigüedad

La **estimación cuantitativa** existió desde las culturas más antiguas con el conteo de objetos y la estimación aproximada de distancias, áreas, volúmenes, pesos e intervalos de tiempo y en forma más vaga con la referencia a velocidades, fuerzas, temperaturas, durezas y otras características de los objetos y procesos físicos. Lo notable es que este grado bajo de precisión se mantuvo en casi todas las culturas y civilizaciones hasta tiempos muy recientes. Los seres humanos se las arreglaban muy bien con términos semi-cuantitativos como grande, duradero, rápido, caliente, sólido o con frases comparativas o medidas imprecisas como “más alto que un álamo”, “a cinco pasos de mí”, “hace tres lunas”. Y a pesar de esto se alcanzaron notables logros tecnológicos.

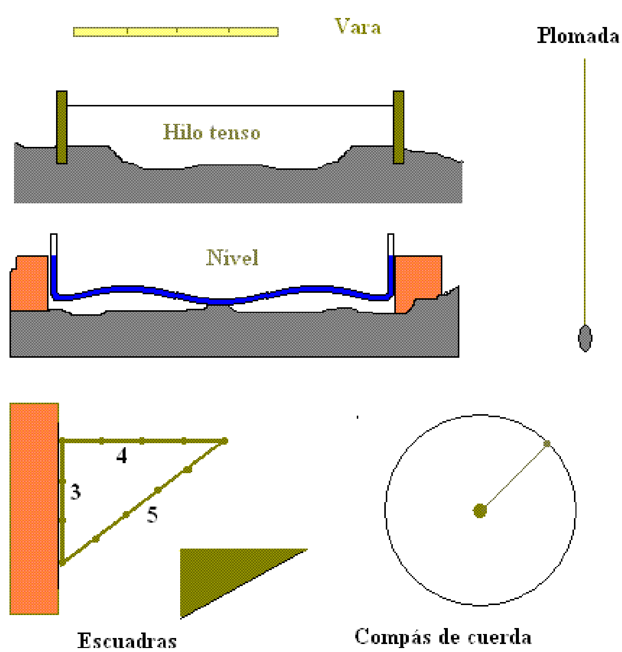
Más notable aún es que en la cultura Europea desde 1600 aparece una obsesión por la exactitud proveniente de la Astronomía y que se propaga a las Ciencias Físicas e influye en el comportamiento de la población de esa cultura.

Aún en nuestro siglo en que muchos aspectos de la cultura occidental (Europa, EEUU, Canadá y Australia) se han propagado a todo el mundo, en las demás culturas (Latinoamérica, India China, Islam, África, Budistas, Rusia) con la excepción de Japón , la exactitud en cumplir horarios, medir con precisión en las obras de artesanía (a veces muy refinada), cumplir estrictamente las ordenanzas públicas, tener servicios públicos racionalmente organizados, cuesta un gran esfuerzo de una elite modernizadora o se ejerce en empresas foráneas provenientes de la cultura occidental. La mayoría de la población de estas culturas se preocupa poco por la exactitud.

Veremos enseguida que esto no se debe a incapacidad de los individuos sino a falta de interés en el valor de la precisión.

Los primeros intentos de precisar relaciones de cierta exactitud se hallan en la extinguida civilización Egipcia en las mediciones de áreas y volúmenes para estimar las contribuciones en especie dependientes de los rendimientos de las cosecha y en la estimación del tiempo para pronosticar las crecidas del Nilo. Lo notable es que la precisión se desarrolla en ciertas construcciones como las pirámides de carácter religioso o sagrado. La Gran Pirámide, construida hace 4758 años (2750 a.C.) tenía 146m de alto (un edificio de unos 45 pisos)
Los lados de la base son de 231m con un error de 4.4 cm (0.2mm por metro) orientados en la dirección NS con una exactitud de 0.2 grados. Es notable que la relación entre el perímetro y la altura es 2π con un error de 0.07% .

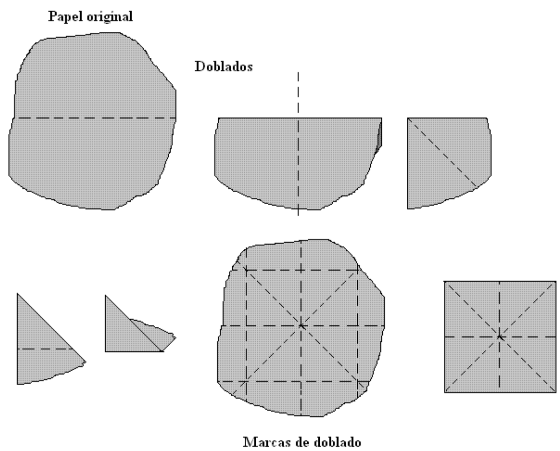
Es notable que la precisión o al menos la exactitud esté relacionada con la religión. Hace pensar, como en muchas recetas mágicas, que un pequeño error o imperfección en los ingredientes, los ritos o las palabras puede arruinar los resultados.



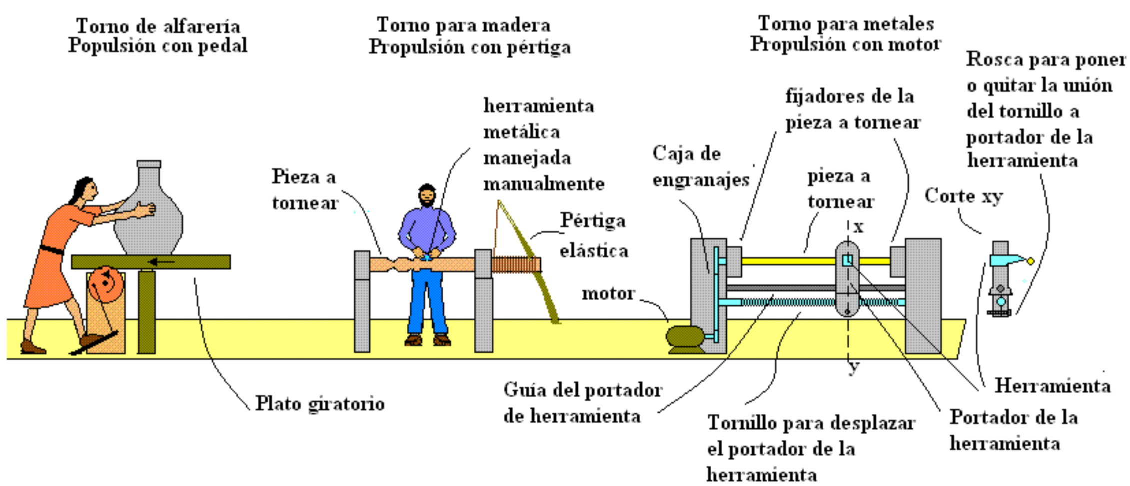
PRECISIÓN EN LA CONSTRUCCIÓN. INSTRUMENTOS

Un caso de precisión sin precedentes es el ajuste de las construcciones incaicas en que se ensamblaban enormes piedras poligonales en la construcción de un muro sin material de unión en forma tan precisa que no se puede introducir una hoja fina de cuchillo entre piedras contiguas. Se ha supuesto que usaban un cuidadoso método de **marcado** y **cortado**.

Parece imposible que con instrumentos poco precisos y nuestros poco precisos movimientos se puedan sacar resultados más precisos que los instrumentos usados. Es cuestión de ingenio, lo que Hegel llamaba "astucia de la Razón". Algo así como, con nuestras manos imperfectas, hacer interactuar entre ellos ciertos procesos que se ajustan unos a otros produciendo resultados exactos. Mi maestra de 4º grado nos enseñó a sacar un cuadrado de un papel irregular. Los "doblados" dividen en partes iguales, producen bordes rectos o hacen coincidir muy exactamente los bordes rectos. Los productos del "origami" son un ejemplo notable.



Quizá uno de los primeros ejemplos es el torno del alfarero. Casi todas las culturas han dejado vasos de cerámica de formas circulares muy exactas. Ver B.M.Fagan [2005] El torno más simple es una pequeña tabla que se apoya en una tabla o mesa fija. Un clavo o astilla de madera se clava en la mesa formando un eje vertical que sobresale poco. La tabla móvil tiene un agujero que se ensarta en el eje y puede hacerse girar a mano. La arcilla se pone sobre la tabla se moldea con la mano y la rotación de la masa de arcilla hace que tome figuras de formas cilíndricas, cónicas o de variadas formas cuyas secciones horizontales son circunferencia muy perfectos. Este aparato se perfeccionó produciendo la rotación con un pedal y evolucionó en los tornos para madera y metal actuales.



TORNOS DE ALFARERO, CARPINTERO Y MECÁNICO

En el torno para madera la rotación se lograba con una vara o pértiga flexible que al enderezarse desenrollaba una cuerda enrollada en la pieza a tornear.

En el metálico (siglo XVIII) la rotación se hacía con un motor (a vapor, ahora eléctrico) que por un tren de engranajes hacía rotar la pieza a tornear. La herramienta se montaba en un portador que podía moverse horizontalmente, mantenido por una barra guía, sea a mano o uniéndolo a un tornillo giratorio. Se usaba para hacer tornillos tuercas y piezas cilíndricas con gran exactitud. Cambiando los engranajes se lograban diferentes relaciones de la velocidad de rotación de la pieza y la de desplazamiento de la herramienta. Ver Ed. Paladin [1974]

En la rotación, aún de cuerpos imperfectos, los radios de giro de cada parte permanecen fijos y esta constancia se aprovecha para producir cuerpos cilíndricos exactos.

Otras veces es una compensación previa de error: la flecha se apunta y lanza a un lugar más alto que el blanco para compensar el error de su descenso.

Paradójicamente, una exigencia particular de precisión nace en la **estimación del tiempo**, un “objeto” no visible (como es lo espacial) que solo puede ser estimado indirectamente comparando movimientos. En el caso particular de los calendarios se comparan movimientos de los cuerpos celestes que en casi todas las culturas se suponen de carácter divino.

Los calendarios

El primer calendario fue basado en el Sol cuyo aparecer y desaparecer marcaba los días. Pronto se descubrió que el sol tenía dos tipos de movimiento. El más obvio es el diario: un arco circular de este a oeste. Hay otro menos visible. Dada una posición en el horizonte del Sol al amanecer, esta posición cambia cada día. Si comenzamos con la posición de salida **extrema este** al amanecer (y la puesta extrema oeste al anochecer) corresponde al día más largo (en nuestro almanaque 20 de junio) y la noche más corta. Se llama a ese momento “solsticio”.En los días subsiguientes sale cada vez un poco más hacia el oeste (y se pone más al este) describiendo un arco cada vez menor y acortándose el día y alargándose la noche hasta que la salida del Sol se hace **máxima hacia el oeste** (y se pone lo más al este posible) describiendo entonces el arco mínimo el 21 de diciembre. Entonces comienza a salir cada vez más hacia el este y **a los 365 días llega a nacer otra vez al extremo este**. De allí en adelante el ciclo se repite. Entre esos dos extremos hay dos días (20 de marzo, al comenzar la primavera y 22 de septiembre al comenzar el otoño) en los cuales el día y la noche duran igual se los denomina “equinoccios”.

Se descubrieron así los ciclos anuales del movimiento solar. Contando a partir de un cierto día los días transcurridos se pueden individualizar y nombrarlos de alguna forma dividiéndolos en grupos constituyéndose un calendario. Nuestro sistema lo hace con una complicada denominación de meses y semanas tomados del calendario lunar y la Biblia. Pero dadas dos fechas podemos siempre calcular cuantos días hay entre ellas. Así los sacerdotes egipcios, por años de observación, pudieron **prever** cuando comenzarían las crecidas del Nilo y cuando comenzaría el descenso. Cierto número de días antes de que comenzara la crecida se pudo dar la orden de limpiar los canales para que la crecida beneficiara un área grande y preparar el cierre en ciertos lugares poco antes de que comenzara el descenso para mantener el agua. Además de preparar las semillas y grupos de trabajo. Era necesaria la **predicción** pues los egipcios no tenían acceso a las zonas de Etiopía y África Central donde ocurrían las estaciones lluviosas que provocaban las crecidas que para ellos eran un misterio. Pero la predicción requiere exactitud Al pasar de los años se vio que el número de días de predicción, basado en 365 días por año, aparte de unas pequeñas variaciones aleatorias de origen meteorológico,

tenía un error sistemático. Cada cuatro años la predicción se retrasaba aproximadamente en un día más de lo previsto. El mismo retraso se puede ver en el día de igual duración de día y noche. Este retraso al acumularse a lo largo de los años podía falsear la predicción de las crecidas basada en la cuenta de los 365 días por año. Una solución fue **agregar un día al año cada cuatro años.** Es decir, poner un día más para que el almanaque alcanzara al sol. Con esto se volvía a hacer coincidir la cuenta de los días con la posición del Sol. Este conteo pasó al Imperio Romano impuesto por Julio César (calendario juliano) en el año 45 a.C. y se mantuvo en Europa hasta 1582. Aquí no fue importante la crecida del Nilo sino el comienzo de las estaciones que dependen del Sol. Se tomó, en el año 325 en el Concilio de Nicea, como referencia el comienzo de la primavera es decir como el 21 de Marzo el día para el cual el día y la noche eran iguales y desde ahí comienzan a alargarse los días y acortarse las noches. No se percibió otra inexactitud que se debía a que la cifra del retraso anual no es exactamente un cuarto de día sino un poco menos (el sol recupera su posición de salida en 365 días 5 horas 48minutos 46 segundos, o sea 365,2422 días y no en 365,25 días). Desde el año 325 al 1582, o sea 1257 años después, hubo un retraso de (365,2500−365,2422)×1257= 9,8 días. Casi 10 días. Ahora el almanaque se había adelantado al Sol. Había que quitar días. Se declaró que al 4 de octubre de ese año le seguiría no el 5 sino el 15 de octubre. Se reajustó el calendario, para el futuro por iniciativa del Papa Gregorio XIII quitando cada siglo (años de números terminados en 00 a partir de 1700) un día al año que debía tener 366 días. Se vio que esta resta era excesiva y cada 400 años (a partir del 2000) no se hace ese quite, es decir el año queda bisiesto. Con esto se logra que en el 21 de marzo desde 1582 fueran iguales el día y la noche. Es notable que los Mayas tenían ya esta corrección. La corrección, inmediatamente aceptada por los países católicos tardó en ser adoptada por los protestantes, ortodoxos y otras culturas.
Se sabe que tampoco esta corrección es definitiva pues lo que se agrega en un plazo largo a los 365 días es 1/4−1/100+1/400=97/400=0,2425 o sea tres diez milésimos de día. En 3000 años el comienzo de la primavera (día=noche) será el 22 de marzo. La cosa no parece grave.
Pero hay otros problemas. La Tierra gira cada vez más lentamente sobre sí misma debido al freno que le imponen las mareas, de modo que en 365,2425 vueltas que supone el calendario hay, con los días más largos, más que una rotación alrededor del Sol que debería corregirse quitando algún día o adelantando el reloj. Lo grave es que la definición del segundo como 1/86400 del día ya no es exacta.

Se introdujo en 1967 el reloj atómico definiendo el segundo por el número de vibraciones de una luz dada que tiene la ventaja de que no varía con el tiempo. Pueden ser útiles en telescopios satelitales.

Pero los astrónomos que tienen sus telescopios fijos en la Tierra prefieren usar los segundos terrestres.

Para hacer un tiempo común que sirva a los astrónomos y permita usar los segundos atómicos y mantener la igualdad de día y noche en el equinoccio de primavera, hay que introducir "segundos bisiestos" cada tanto tiempo. Los satélites de navegación de los GPS usan relojes atómicos que no consideran los segundos bisiestos que se agregan en tierra. Los aviones usan el tiempo de los GPS que se puede adelantar varios segundos respecto a los tiempos de Tierra en que se intercalan segundos bisiestos. Hasta ahora no ha pasado nada pero hay un peligro potencial.

Como se ve, en el calendario se logra una precisión extraordinaria en predecir el día del equinoccio sin necesidad de instrumentos muy precisos por simple pero cuidadosa acumulación de observaciones de la salida y puesta del sol los diferentes días del año.
Ver Wikipedia: Calendar.

Las culturas de la Mesopotamia (Sumeria y Babilónica) desarrollaron también el calendario como la Egipcia y la Maya con mayor precisión.

Los Babilonios superaron talvez a los Egipcios en el estudio del movimiento de los astros, importante para la Astrología. Desarrollaron métodos numéricos para predecir los movimientos de los planetas, pero nunca hicieron un modelo general para predecir sus movimientos. Ver O. Neugebauer [1974] y F. Hoyle [1962]

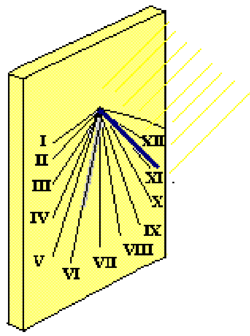
La medición del tiempo

Una cosa es el **calendario**, en que la precisión, lograda por acumulación de observaciones de los astros, se suponía por el carácter perfecto y divino del movimiento de los astros y otra es la medición de **intervalos de tiempo** en el mundo cotidiano. En esto no hubo exactitud. Las clepsidras o relojes de agua se desarrollaron en Egipto y en otras culturas y se supone que su necesidad no surgió de las actividades agrarias o de construcción regidas por la luz del día. Más bien podrían haberse necesitado para ordenar las ceremonias religiosas. Así sucedió en la Edad Media donde los monjes realizaban sus diferentes tareas y oraciones en horarios de cierta precisión. Pero esta no era extrema y los días se dividan en 10 horas cuyas longitudes variaban con el largo del día y la noche en 12. Se contaban con clepsidras o con relojes imprecisos impulsados por pesas y las campanas anunciaban las horas a su vecindad. Las primeras clepsidras eran simples tanques con un agujero en el fondo. El problema era que el flujo de salida del agua no era constante.

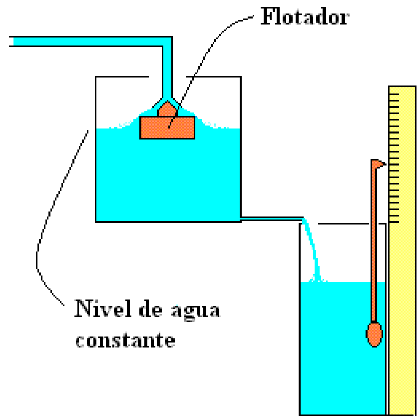
El técnico egipcio Ctisibius (270 a.C.) construyó una clepsidra bastante exacta logrando el flujo de agua constante con un controlador de nivel flotante, el primer mecanismo autorregulado detectado en la historia. De este tanque de nivel constante salía un caudal constante que llenaba la clepsidra.

Como la regulación hecha por seres humanos es inexacta, la astucia de los mecánicos consistió en regular un proceso físico por otros procesos físicos donde el "error", o sea la diferencia entre la realidad y el objetivo a alcanzar, pone en acción procesos que lo corrigen.

Tan tardíamente como en 1948, Wiener y sus colaboradores llamaron la atención de la importancia y generalidad de estos procesos e hicieron su teoría matemática de esta nueva rama del conocimiento que llamaron Cibernética. **Aquí la técnica se adelantó a la ciencia**.
Desde muy antiguo se estimaba la hora por la sombra solar de una vara. Tiene el problema de que no funciona de noche y de que debe ser ajustada por las variaciones anuales del movimiento solar, Veremos más adelante como se llego, con el reloj se péndulo o de resorte, a relojes más precisos en el siglo XVII



Reloj de Sol



Reloj de agua (Klepsidra)
con alimentación constante

La exactitud en el peso

Falta mencionar un tema en que la precisión funcionó en la antigüedad: **el peso de los metales preciosos y piedras preciosa**s. En Sumeria cerca del 4000 a.C. se usaban balanzas de brazos iguales. Pero balanzas más burdas: una vara con un agujero en el medio para colgarla de una cuerda y agujeros en los extremos de los que se colgaban los pesos a comparar, existieron seguramente antes de la escritura.

En las balanzas metálicas con platillos se usaron como pesas las semillas Se pesaba el oro con semillas de mostaza o algarrobo (al-carrab en árabe, aún se usa el carat (=0,200g) como unidad para perlas y diamantes). Más adelante se usaron pesas de metal estandarizadas.
Un aumento de precisión se consiguió agregando una carga desplazable sobre un brazo con una escala como en las básculas actuales.

La balanza fue fundamental en el comercio y las finanzas. Aunque los alquimistas casi no usaban la balanza, desde las ideas de Lavoisier con la ley de conservación del peso y de Richter y Proust con los pesos equivalentes, se introdujo la balanza como el instrumento esencial de la Química elevando su precisión. La suspensión de los brazos y los platillos se hizo por cuñas filosas aumentando la sensibilidad y precisión. Se introduce la corrección por el diferente **empuje del aire** en el objeto y las pesas.

La **inexactitud por desigualdad de los brazos** se elimina sustituyendo, después de una pesada común, el objeto que se ha pesado por pesas, mientras las pesas de la primera pesada permanecen; las que sustituyeron al objeto a pesar dan el peso correcto del objeto.

Microbalanzas de cuarzo consisten el una fibra de cuarzo horizontal con patillos muy livianos en los extremos sostenida en su punto medio por otra fibra de cuarzo horizontal soldada a la primera. Al poner el objeto en un platillo la fibra de sustentación sufre una torsión. Se la hace volver a su posición original girando un botón unido al extremo de esa fibra. El ángulo que hay que girar se registra en una escala y se supone proporcional al peso del objeto.
Las balanzas electrónicas se basan en pequeños circuitos planos de muchas fibras que varían su resistencia eléctrica al ser deformados por el peso del objeto. La señal que resulta de esa deformación es amplificada y mueve un medidor de corriente.

Otra práctica en donde se requería precisión numérica fue, obviamente, la contabilidad. En el gobierno de Egipto y en los templos de Mesopotamia se llevaba una contabilidad cuidadosa de los inventarios de mercancías y herramientas. Al aparecer la moneda, los préstamos y el crédito se hizo necesaria una contabilidad cuidadosa que en Occidente llevó a la contabilidad por partida doble de Luca Pacioli en 1594 y en la India a la introducción de los números negativos por Brahmagupta en el 628. Ver K. Ribnikov [1991] (aunque hay también una justificación religiosa para estos).

Matematización y exactitud de los griegos

Los griegos y sus herederos romanos no tuvieron medidas de precisión en la técnica. Supusieron que el mundo que maneja el ingeniero constructor de edificios, barcos, carreteras o acueductos no la necesitaba. En las especulaciones sobre la naturaleza del Universo se suponía que **el mundo de la realidad cotidiana era impredecible y falto de precisión**. Sin embargo desarrollaron un modelo matemático de todo el universo.

La matematización de la realidad tiene en Grecia su origen en la **escuela de Pitágoras** (582-497 a.C.). Los pitagóricos formaron una secta religiosa que heredó todas las realizaciones de los matemáticos egipcios y mesopotámicos. En particular la geometría de los ángulos y figuras y la aritmética de enteros y fracciones. En particular la representación única de un entero como producto de factores que son números primos (por ejemplo $84=2^2\times3\times7$). La idea en ese grupo era que el mundo está hecho de líneas, planos y volúmenes. Al suponer la línea formada por un número entero de puntos, la superficie por líneas y el plano por superficies resulta que cada objeto tiene su número y que la relación entre las figuras semejantes es o un número entero o bien la relación de dos números enteros, un numero fraccionario, que se puede simplificar hasta llegar a un cociente de enteros sin factores primos comunes. Esta idea los llevó a **demostrar** todas las relaciones de semejanza usadas por sus antecesores egipcios y babilonios de los que no nos quedan demostraciones. Las demostraciones consistían en deducir ciertas relaciones a partir de otras aceptadas más simples mediante reglas que parecían obvias. Una propiedad simple podría ser: “por dos puntos pasa una sola recta”. Una regla de deducción puede ser: “dos cosas iguales a una tercera son iguales”.

La teoría de la semejanza de triángulos permitió la medición de distancias a puntos inaccesibles y la realización de planos en escala.

Con los teoremas de igualdad y semejanza de triángulos lograron demostrar el hoy llamado **teorema de Pitágoras**: en un triángulo rectángulo la suma de los cuadrados de los catetos es igual al cuadrado de la hipotenusa. También lograron dividir cualquier segmento en cualquier número de partes iguales y construcciones exactas para trazar perpendiculares, paralelas, tangentes y diferentes clases de polígonos.

La división de la circunferencia en arcos iguales (o sea la inscripción de polígonos regulares) no tiene una solución general. Logró dividirse exactamente en 2 partes, 3 partes y 5 partes y, como se pudo dividir exactamente un ángulo en 2 partes iguales (no en 3), se la pudo dividir en esos números multiplicando por potencias de 2. “Exactamente” significaba que sólo se permitían construcciones geométricas que usaran reglas y compases.

La búsqueda de otras divisiones exactas resultaron infructuosas. A principios de 1800 Gauss demostró que sólo hay soluciones exactas para número iguales a 2^k+1 para $k=2^n$ siempre que tal número sea primo. Lo cual da para *n*= 0,1,2,3,4 los valores: 3, 5, 17, 257, 65537 parece no haber más primos producidos por esa ley. Gauss halló la construcción del de 17 lados. Las demás no han sido halladas aunque se sabe que son posibles.

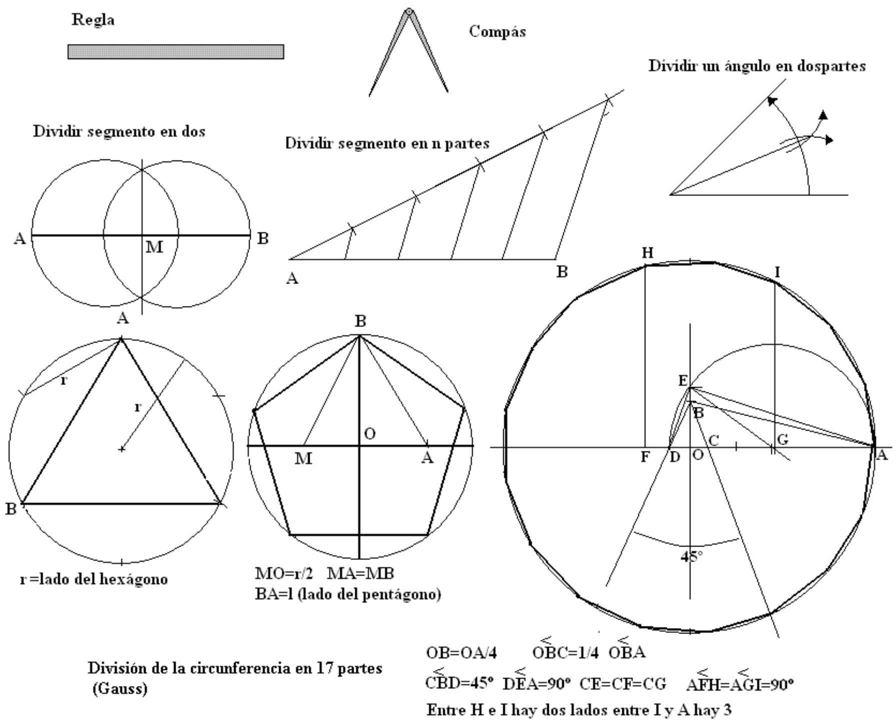
Los medidores de ángulos o transportadores se fueron construyendo a ojo a partir de estas divisiones.

Crisis de los inconmensurables

Pero una consecuencia del teorema de Pitágoras fue lo que produjo la crisis de todo el sistema y obligó a su reconstrucción. Recordemos brevemente la crisis y su superación por Eudoxo que permitió la monumental obra de Euclides. El problema surgió al considerar la longitud de la hipotenusa de un triangulo rectángulo de catetos iguales a la unidad. La hipotenusa es menor que 2 y mayor que 1. Supongamos que como cualquier segmento su medida se puede expresar por un número fraccionario m/n donde *m* y *n* no tienen factores comunes. Por el teorema de Pitágoras se tiene $\frac{m^2}{n^2} = 1^2 + 1^2 = 2$ es decir: $m^2 = 2n^2$ luego m^2 o sea *mm* es par es decir contiene el factor 2. Por lo tanto también lo contiene *m*. Es decir *m* es par y puede ponerse *m*=2*k* siendo *k* un entero. Pero por la igualdad anterior es $(2k)^2 = 2n^2$ o sea $2k^2 = n^2$ es decir que también *n* es par contra la hipótesis de que *m* y *n* no tiene factores comunes. Esta conclusión absurda prueba que la hipotenusa del triángulo de lado unidad es un segmento que no se puede expresar como una fracción de dos números enteros sin factores comunes lo cual es un principio fundamental de la matemática pitagórica. Si tomamos la hipotenusa como unidad, entonces es el cateto el que no se puede expresar como relación de dos enteros.

Este descubrimiento provocó una crisis en la secta. Toda la síntesis de la Geometría con la Aritmética lograda por los pitagóricos se derrumbaba. El problema fue solucionado por Eudoxo (406 -355 a.C.) que logró definir relaciones y proporciones entre estos segmentos no expresables por relación de dos enteros.

Eudoxo observó que si hay dos magnitudes *A* y *B* (por ejemplo segmentos) que pueden medirse exactamente con una unidad común entonces hay dos enteros *m* y *n* tales que repitiendo uno *m* veces y el otro *n* veces se obtienen longitudes iguales. Si no tienen medida común esto nunca ocurre. Cualquiera sea el número de repeticiones siempre es $mA > nB$ o bien $mA < nB$ (si no fuera así su relación sería la de dos enteros y un submúltiplo de uno sirve de unidad para medir exactamente al otro). La igualdad nunca se logra. Se ve sin embargo que eligiendo valores de *m* y *n* mayores nos podemos acercar a la igualdad en menos de cualquier cantidad. Según sean los valores de *m* y *n* a veces da $mA > nB$ y con otros valores da $mA < nB$. Entonces Eudoxo vio que se podía definir si una relación entre otras dos magnitudes *C* y *D* era igual a la de *A* y *B*. Bastaba ver que para todos los valores de *m* y *n* que dieran una desigualdad $mA > nB$ también fuera $mC > nD$ y lo mismo para los valores que dan $mA < nB$ también fuera $mC < nD$. Pues si así fuera nos acercaríamos indefinidamente **en ambos casos** a valores de *m* y *n* tales que $mA = nB$ y $mC = nD$ y podemos decir que: $\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$. El lector familiarizado con la definición formal de número real, vera que la idea de Eudoxo equivale a la definición de número real por "cortaduras" en el conjunto de los racionales de Dedekind.



GEOMETRÍA GRIEGA. POLÍGONO DE 17 LADOS SEGÚN GAUSS

Con esto se pudo definir la igualdad y también la desigualdad de relaciones entre magnitudes. Además, Eudoxo enunció el principio de exhaución que equivale al concepto de límite y permite hallar la longitud de la circunferencia y el volumen de la pirámide.

Se continuó y amplió la obra de los pitagóricos que culminó en la axiomatización de Euclides [300 a.C.], texto que, a partir de 5 postulados 5 reglas de deducción y una colección de definiciones, desarrolla la geometría y luego la teoría de los números conocida en su época desde las propiedades de los triángulos hasta la inscripción de un icosaedro en una esfera.

Con estas ideas Arquímedes (287-212 a.C.) hizo cerca del 240 a.C., sus maravillosos teoremas sobre la superficie de conos y esferas y su método para calcular π con cualquier precisión. Ver Arquímedes [240]

Como se ve los griegos razonaban con gran rigor en el tratamiento de valores infinitamente pequeños. **Tenían todos los elementos para aplicar esa precisión al mundo físico cotidiano.** Pero no lo hicieron, como veremos a continuación, porque su tecnología no lo necesitaba y, sobre todo porque su concepción del mundo no le veía sentido a tal precisión. Ver Koyre [1967]

Los pitagóricos encontraron otra relación interesante entre la longitud de las cuerdas de un instrumento y los sonidos emitidos. La escala musical tiene un origen empírico. Los músicos desarrollaron las combinaciones agradables de sonidos (armonías) y construyeron las escalas musicales. Si tomamos la hoy vigente: do, re, mi, fa, sol, la, si y las producimos en cuerdas de igual diámetro, tensión y material, o apoyando el dedo en los trastes sucesivos de un cuatro o guitarra vemos que hay una relación simple entre largos de lo que vibra y notas de la escala:

Nota	**do**	**re**	**mi**	**fa**	**sol**	**la**	**si**	**do**
Longitud de la cuerda en un cuatro	**50.8**	**45.2**	**40.7**	**38.0**	**33.8**	**30.5**	**27.1**	**25.4**
Longitud tomando el total igual a 2	**2**	**16/9**	**8/5**	**3/2**	**4/3**	**6/5**	**16/15**	**1**

Vieron además que notas que suenan bien en armonía tienen relaciones numéricas entre sí que contienen los números 1,2,3,4. Estos números suman 10 y combinándolos por suma dan todos los números de 1 a 10. Por ejemplo mi-la 8/5:6/5=8/6=4/3.

La construcción de instrumentos musicales es otro trabajo en que la precisión es importante. Las medidas se ajustaron por oído y para verificar con gran precisión la igualdad de sonido en cuerdas diferentes se usó el fenómeno del "batido": dos sonidos simultáneos de tono muy próximo producen un sonido modulado en variaciones periódicas de amplitud. La explicación se basa en la expresión para la suma de dos frecuencias:

$$\cos 2\pi f_1 t + \cos 2\pi f_2 t = 2\cos 2\pi \frac{f_1 - f_2}{2} t \times \cos 2\pi \frac{f_1 + f_2}{2} t$$

El segundo factor da una onda corta y el primero una más larga que la modula.

Los pitagóricos desarrollaron una serie de correspondencias entre números y objetos materiales y espirituales y los números.

Pero **nunca se les ocurrió hacer mediciones precisas de los objetos materiales**. Tampoco lo hicieron los atomistas como Demócrito y Epicuro. Este último, en particular, creía que la indeterminación se presentaba en los propios movimientos de los átomos que constituían todo el universo. Esta indeterminación era la raíz de la indeterminación en los actos conscientes de los humanos.

Los dos sistemas filosóficos más famosos, el de Platón (428-348 a.C.) y el de Aristóteles (384-322 a.C.) desarrollaron ideas que niegan explícitamente la posibilidad de esas mediciones precisas.

En el **sistema de Platón** se suponía la existencia de un mundo perfecto donde están los modelos de las cosas de este mundo en su versión perfecta e ideal. Las de este mundo son reflejos o sombras imperfectas de aquellas. Su argumentación para llevarnos a esta chocante idea se ve con un ejemplo. Tomemos un objeto circular. Una observación detallada descubre que no es un círculo perfecto, tiene asperezas deformidades y cualidades variadas en diferentes objetos circulares como color, dureza o espesor que nada tienen que ver con la circularidad expresad en la definición de circunferencia (curva plana cerrada cuyos puntos equidistan de un punto fijo). Si percibimos esto es porque lo comparamos con un círculo ideal. Este círculo ideal tiene que existir de alguna forma. No tiene ningún defecto ni color ni puede ser destruido como los círculos de la realidad visible. Nunca lo encontramos en tal mundo cotidiano. Si están en nuestro pensamiento es porque los ha creado el pensamiento o los ha tomado de algo existente independiente del pensamiento. La idea de que los ha creado la mente es dudosa. Todos los humanos aunque son y piensan diferente la conciben exactamente igual. Además cualquier ser humano que no haya tenido esa idea la capta enseguida cuando se la explican o le aparece en la mente completa y definitiva cuando ve varios objetos circulares y , paradójicamente, ninguno de los cuales es igual a esa idea definitiva. Si se dice que se percibe algo común en todos los objetos circulares eso es porque quitamos las otras cualidades de los objetos y nos quedamos con esa. Pero esto presupone que la podemos pensar separada de las otras y esto, que nunca percibimos, implica lo que queríamos explicar. Tenemos esa idea antes de verla en los objetos, los cuales nos las presentan siempre ligadas con otra, nunca separadas. Si no la tuviéramos no la separaríamos, no la encontraríamos. El proceso se parece a un recuerdo. Puede no estar en nuestra a mente pero cuando surge lo reconocemos de inmediato. Inspirado en esta analogía y en su tesis de la inmortalidad del alma (expuesta en el diálogo Fedón), Platón, en su diálogo Fedro, explica el origen del conocimiento con una parábola poética. Antes de entrar en este mundo físico el alma tiene un vuelo en un carro conducido por dos caballos alados, uno obediente, racional y sensato, otro rebelde, apasionado y arriesgado y el alma debe aprovechar la sensatez de uno y el impulso del otro para su viaje. La idea recuerda a las ideas freudianas del ego, el super-ego y el ello. En este viaje percibe el mundo de las ideas perfectas de las cosas, unos perciben más otros menos. Al nacer en este mundo y desarrollarse el alma entiende los objetos o sombras cuando le provocan el recuerdo de los modelos originales. El filósofo entiende más que otros el mundo porque, controlando con habilidad sus caballos, ha visto mucho en el viaje prenatal y descubre lo racional en el mundo. El **saber** se refiere a los objetos ideales, para las sombras imperfectas sólo hay **opinión,** no conocimiento.

La exactitud está sólo en los objetos ideales. Tratar de aplicar las ideas de la geometría y la matemática que manejan conceptos puros, originados en la percepción prenatal, a los objetos reales es imposible. Así, las Matemáticas son posibles, pero la Física no lo es.

Aristóteles discípulo de Platón, no cree en el mundo de las ideas. Estos modelos, según él están en los objetos aunque no se expresen correctamente. Y esa racionalidad es lo que los hace inteligibles. Pero hay **objetos terrestres** los llama sublunares (ya veremos porqué) y **objetos celestes** como los astros. Los terrestres están formados de tierra, agua, aire y fuego.

Su negación de la precisión en este mundo se basa en su teoría del cosmos. Supone tomando las ideas de Eudoxo que la tierra está en el centro del Universo y alrededor de ella giran la Luna, Venus, Mercurio, el Sol, Marte, Júpiter, Saturno y la esfera de las estrellas fijas. Eudoxo, ideó un ingenioso sistema de esferas planetarias y esferas intermedias concéntricas en que el movimiento se transmite desde las estrellas a la Luna. Logra explicar con ella los movimientos retrógrados de los planetas (las vueltas hacia atrás al recorrer su órbita).

El sistema de Aristóteles se apoya en argumentos filosóficos y teológicos. **La perfección es el reposo**, lo que no cambia, tal como sostenía Parménides.

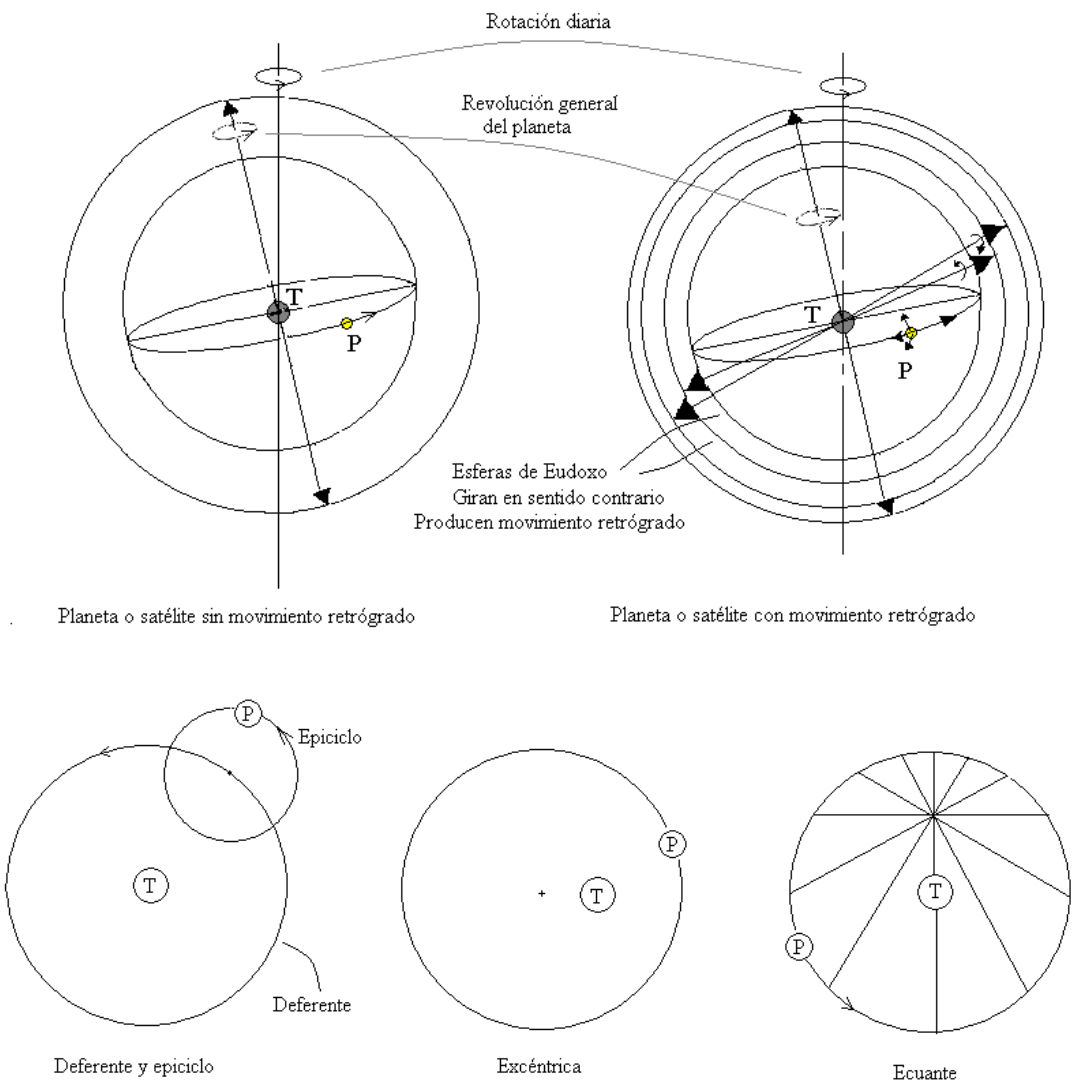
El movimiento más perfecto es el circular uniforme, lo más parecido al reposo. Puede ser eterno y se mantiene limitado en el espacio. Los movimientos no circulares son los menos perfectos, pueden tener principio y fin y su recorrido es variable. En relación con la esfera de las estrellas está Dios, el **primer motor**, que es inmóvil. El cielo de las estrellas, el más cercano a Dios, se mueve con el movimiento más regular: una vuelta a velocidad fija en 24 horas. En este se apoya la esfera de Saturno que tiene el lazo de retroceso menor, siguen los de Júpiter y Marte con irregularidad mayor y luego el del Sol, Mercurio, Venus y por fin la Luna que es el de avance más irregular en su trayectoria y aspecto. Las estrellas y planetas no son entes físicos como los terrestres sino que están formados por una sustancia especial, el éter, y su movimiento local es producto de un espíritu inteligente.

En el mundo sublunar la ley del movimiento es otra. Los cuerpos buscan su lugar propio según su naturaleza. Los cuerpos físicos están formados por una sustancia a la que se agregan atributos (sequedad y calor y sus privaciones humedad y frío) que forma los **cuatro elementos: fuego** (seco y caliente) que tiende a moverse hacia arriba, **tierra** (seco y frío) que tiende a moverse hacia el centro del universo, y dos intermedios: el **agua** (húmedo y frío) por sobre la tierra y el **aire** (húmedo y caliente) entre el agua y el fuego. Estos movimientos verticales tienen principio y fin. Son de entes que buscan "su lugar" y por tanto no siguen leyes generales. Es absurdo querer buscar leyes en ellos. No hay precisión posible. Además de estos están los movimientos de los seres animados que tienen propósito. La fuerza es necesaria para mantener el movimiento, es su causa.

Estas ideas permanecieron en el Imperio Romano y en la Edad Media.

La precisión de los astros

Sin embargo Aristóteles admitía una exactitud. Los astros se mueven en órbitas regulares como en el modelo mecánico de Eudoxo. Otros astrónomos Hiparco y Ptolomeo desarrollaron un sistema en que los astros se mueven en circunferencias (epiciclos) cuyos centros giran cada uno alrededor de la Tierra en una circunferencia propia (deferente). Esto explica, en un modo simple, los movimientos retrógrados. En nuestro sistema heliocéntrico los epiciclos son los movimientos aparentes de los astros vistos de nuestra tierra que gira alrededor del Sol.



SISTEMAS DE EUDOXO Y HIPARCO-PTOLOMEO

Los astrónomos primero los griegos, luego los árabes y por fin los europeos, provistos de la enorme cantidad de datos y sistemas de predicción que, con la invasión de Alejandro al imperio Persa, llegó de Babilonia y algunas observaciones posteriores, se abocaron a la tarea de ajustar este modelo estimando los radios relativos de los deferentes, los epiciclos y las velocidades de rotación. Aquí se suponía que había una exactitud natural y las imperfecciones en la predicción se debían a nuestras observaciones y modelos, mientras en el mundo físico, sea de los átomos, sublunar o de las sombras, la imperfección era propia de los objetos.

Ajustar los modelos de los astros a los datos resultó muy difícil y hubo que complicar el modelo introduciendo excentricidades, inclinaciones de los epiciclos y velocidades variables. Pero siempre manteniendo trayectorias circulares. Con esto se pudieron **predecir con cierta precisión** posiciones futuras de los planetas, eclipses, conjunciones y otros fenómenos.

Pocas observaciones se agregaron en la Edad Media. En Irán se hicieron observatorios y se registraron eclipses y pasajes de planetas. Omar Khayyam calculó la longitud del año en 365,2421985 días, con 6 cifras exactas.

II LA PRECISIÓN EN LA EDAD MODERNA

En 1507 el clérigo Nicolás Copérnico (1473-1543) que se había interesado en Astronomía en su viaje a Italia, comenzó a pensar que un sistema con el Sol central y los planetas con la Tierra girando alrededor, como lo habían propuesto Aristarco y Nicolás de Cusa, podría ajustarse más fácilmente a los datos. Trabajó durante muchos años desde 1512 con observaciones de otros y sus escritos circularon privadamente. Completó su texto en 1530 con un prólogo de Ossiander un pastor luterano que se lo agregó por su cuenta, donde se declara que se trata sólo de un nuevo método para calcular posiciones de los planetas y no de lo que ocurre en la realidad. Lutero que conocía las ideas de Copérnico se opuso abiertamente a ellas. La publicación con una dedicación al Papa Pablo III salió en 1543, pocas semanas antes de la muerte de Copérnico, y tuvo poca difusión. Copérnico no trató las contradicciones de su sistema con la Biblia. A la objeción sobre que las constelaciones deberían cambiar de aspecto al moverse la Tierra alrededor del Sol acercándose a unas y alejándose de otras contestó correctamente, como antes había hecho Aristarco, que las estrellas deben estar muy lejos (el creía que estaban todas sobre una esfera). A la objeción de que a las enormes velocidades de la tierra un objeto lanzado hacia arriba debería caer muy lejos de su punto de lanzamiento no pudo contestar claro pues no conocía el principio de inercia. Se limita a observar que las cosas se mueven respecto al lugar en que están habitualmente. Dejó sin acabar del todo el problema de ajustar su modelo a las observaciones. Su argumento más decisivo es la simplicidad que facilitaría un ajuste al afinar los datos. No fue muy exitoso en esto y tuvo que introducir algunos epiciclos y excentricidades.

La precisión cambia la astronomía

La precisión en Astronomía tuvo un decisivo avance con las observaciones del danés Tycho Brahe (1546-1601). Por sus trabajos sobre una supernova y la buena voluntad del rey Federico II, a quien el padrastro de Tycho había salvado de ahogarse, recibió ayuda para construir un palacio astronómico. Hizo una colección de de observaciones astronómicas de asombrosa exactitud. Trató de ajustarlas al sistema planetario que había imaginado. En tal modelo el Sol gira alrededor de la Tierra que está fija y los demás planetas giran alrededor del Sol. Con esto conciliaba la rotación alrededor del Sol y evitaba las dificultades mecánicas y religiosas del sistema de Copérnico. No pudo hacerlo.

Disgustado con el rey sucesor consiguió que el Emperador del Imperio Romano Germánico lo llamara a Praga para ser su astrólogo y director del observatorio. Tycho en 1610 llamó a Kepler (1571-1630) ya famoso como astrónomo y hábil matemático pues esperaba que lo ayudara en el ajuste a su sistema. La relación en los 18 meses que compartieron fue de desconfianzas, conflictos y reconciliaciones, sazonados con astrología, aunque se necesitaban y tal vez se admiraban mutuamente. Tycho le dio como tarea el ajuste de la órbita de Marte que era su dolor de cabeza y que Kepler prometió resolver en un par de semanas. Le llevó más de seis años. Tycho murió rogándole que ajustara los datos a su sistema: “que no se diga que he vivido en vano”. Pero Kepler ya estaba ganado para el sistema copernicano aunque confiaba con fe absoluta en los datos de Tycho. Lo logró ajustar a órbitas circulares con un error de poco más de 4 minutos en los ángulos. Otro se hubiera dado por conforme suponiendo imprecisión en los datos, pero Kepler no creía en el sistema de Tycho pero sí en sus datos que tenían un error menor que esa cifra. Por fin vio que había que renunciar a 18 siglos de ajustes a los círculos platónicos perfectos y admitir que la órbita era elíptica, con lo cual ajustó perfectamente. "Estos 4 minutos-escribió en su diario- me hicieron reformar la Astronomía". Tycho no vivió en vano gracias a sus datos, no a su sistema. Ver Hoyle y Koestler [1985]

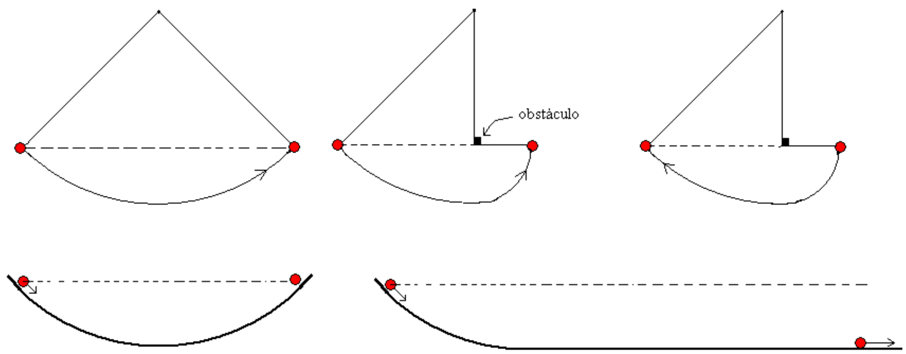
Precisión en la Dinámica

Simultáneamente hay otra lucha por la precisión. Arquímedes había hecho la única contribución importante de los grecorromanos a la Física: la Estática con las leyes de la palanca y su extensión a otras máquinas simples y el equilibrio de los cuerpos flotantes aplicable a la construcción de barcos. Los cuerpos en reposo pueden tener propiedades exactas. Quizás hasta Aristóteles lo hubiera admitido. Después de todo el reposo, lo que no cambia, es perfecto en la mentalidad griega. Pero en el mundo sublunar los movimientos son caóticos e imprecisos. Los griegos nunca matematizaron la Dinámica.

Es sin duda Galileo (1564-1642) el que busca la precisión en el movimiento. Su preocupación es el movimiento de los cuerpos, cómo cambia su velocidad. Pero no busca deducir una ley sencilla a través de la experiencia real. Introduce el experimento ideal para descartar ciertas hipótesis y al encontrar una convincente busca confirmarla por experimentos con la mayor precisión posible.

Así discute la idea de los aristotélicos de que no hay movimiento sin fuerza. Como se ve por experiencia que cuando cesa la fuerza que empuja un cuerpo deja actuar el cuerpo sigue todavía moviéndose un trecho. La explicación de Aristóteles es que el cuerpo empuja el aire y deja detrás una zona de menor densidad. El aire se precipita en esta zona y empuja algo al cuerpo. Galileo observa que el aire es un obstáculo para el movimiento de los cuerpos y no una ayuda. Cuando uno corre no siente que lo empujan. El cuerpo más pesado persiste más en su movimiento que uno liviano de igual tamaño aunque los dos desplazan igual cantidad de aire. El argumento supone que el aire mantiene el impulso que le da zona de atrás del cuerpo y conserva esa velocidad aunque llene la zona para empujar al cuerpo, es decir tiene una inercia.

Por último de sus experiencias con el péndulo ve que éste sube a una altura igual a la de aquella de la que arranca y vuelve luego a la misma altura (hay una pequeña pérdida debido al roce del aire) Si se pone un obstáculo a la cuerda el péndulo alcanza, sin embargo la misma altura. Se ve que esa altura no depende de la forma de la trayectoria. Al sustituir el péndulo por un cuerpo que se mueve en un canal curvo también se alcanza la misma altura. Y sustituyendo la parte de ascenso por una horizontal se ve que el cuerpo sigue corriendo horizontalmente. Llega así al principio de inercia: el cuerpo persiste con la velocidad adquirida si no hay fuerzas que actúen sobre él. Luego experimenta con cuerpo impulsados disminuyendo todo lo posible el roce y ve que la tendencia es a mantener la velocidad adquirida que es además independiente del peso del cuerpo. Sólo depende de la altura original.



PENDULO DE GALILEO Y PRINCIPIO DE INERCIA

Cuando trata el movimiento de caída de un cuerpo, refuta la afirmación aristotélica de que el cuerpo más pesado cae más rápido por ser mayor la fuerza que se aplica a sí mismo con su peso. Pero si unimos los dos cuerpos con un hilo de peso despreciable el cuerpo es ahora mayor y debiera caer más rápido. Pero por otra parte ahora la parte menor que cae más retrasasdo debe tirar de la parte mayor hacia arriba y el conjunto debe caer más lento.
La experiencia muestra que tanto los cuerpos separados como unidos caen con la misma velocidad.

Las diferencias notadas se deben, según Galileo se a que el cuerpo de menor peso es más afectado por la resistencia del aire. Pero no tenía medios para hacer vacío.

El experimento de la moneda con el papel encima mostró que si el aire no actúa sobre el papel cae a la misma velocidad que la moneda.

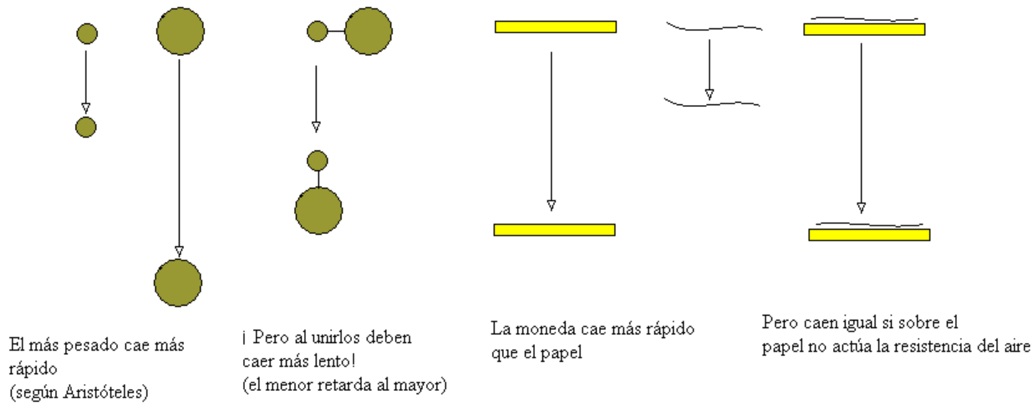
Visto que el crecimiento de la velocidad no depende del peso Galileo estudia la ley de caída. Su espíritu platónico le hace pensar en una ley sencilla, de proporcionalidad. Refuta la idea (que él creyó por un tiempo) de que la velocidad es proporcional al camino recorrido. Su razonamiento (que Mach critica erróneamente) considera dos cuerpos: uno que haya caído la distancia 1 y otro la distancia 2. Según esta idea la velocidad del segundo debería ser doble. Pero esta situación de doble velocidad valdría también para los recorridos parciales respectivos de ½ y de 1, y en general para todas las velocidades en los recorridos intermedios. Pero entonces el segundo cuerpo, con **todas sus velocidades dobles** debería recorrer la distancia de 2 en el mismo tiempo que el primero la distancia de 1. Lo cual es absurdo. En nuestra notación el cuerpo, partiendo del reposo, caería con la ley $dy/dt = ky$, cuya solución es: $y = y_0 e^{kt}$ que no es cero cuando $t = 0$, es decir no se pueden satisfacer las condiciones iniciales reales.

Por último quedaba la idea de que la velocidad es proporcional al tiempo de caída pero esto requería la medición de velocidades y para ello una medición más exacta del tiempo.

La ley para la velocidad sería *v*=*at* donde *t* es el tiempo de caída partiendo de velocidad cero y *a* una constante que representa el aumento de velocidad cuando *t* aumenta en una unidad de tiempo. Galileo supuso, como lo había hecho Nicolás de Oresme muchos años antes que el espacio recorrido *e* por en cuerpo que se mueve con velocidad creciente es igual al que recorre un cuerpo con velocidad promedio (entre la inicial, que es cero y la final que es *v*) en el mismo tiempo. Por lo tanto, suponiendo *v*=*at*, es $e = \frac{v}{2}t = \frac{at}{2}t = 1/2\,at^2$ o bien: $t = \sqrt{\frac{2e}{g}}$

Para disminuir la velocidad hizo descender los cuerpos (esferas para disminuir el roce) por un plano inclinado desde diferentes alturas midiendo el tiempo de caída midiendo *e* y *t* y comprobando que para diferentes alturas *a* es la misma.

Como se ve la sospecha de la ley de caída la hace por experimentos ideales y cuando llega a una convincente acude a los experimentos pero tratando de imaginar los resultados sin efectos perturbadores, como los roces y la resistencia del aire.

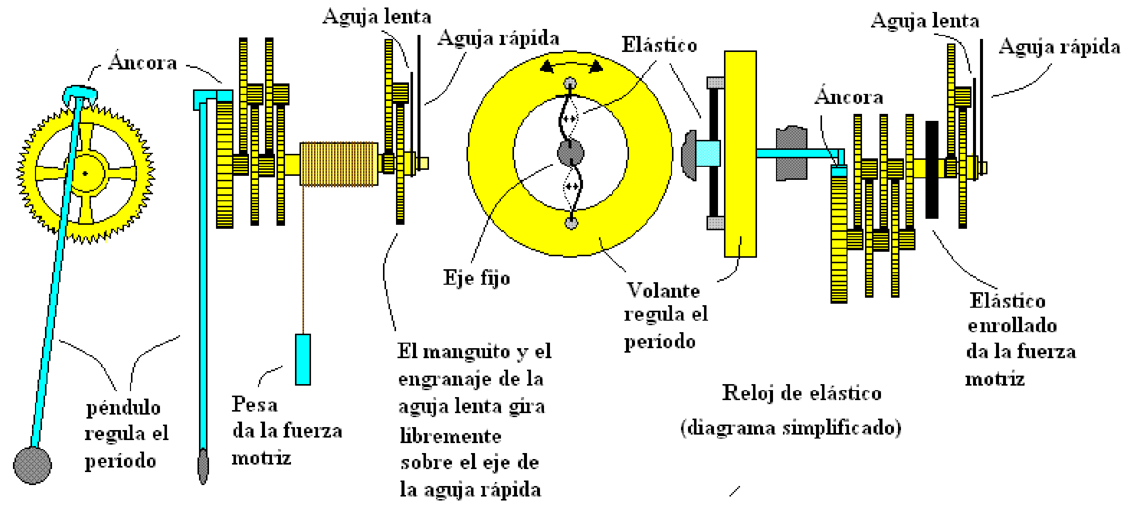


CAÍDA DE LOS CUERPOS. EXPERIMENTOS DE GALILEO

Para el funcionamiento de los relojes que miden el tiempo se requiere o un proceso continuo regular como un flujo de agua constante o un proceso de repetición continua de períodos de duración igual.

Reloj de péndulo

Para medir los tiempos Galileo usaba clepsidras y los latidos del pulso, sabiendo que eso no era muy preciso. En un momento, tal vez en 1583, observando las oscilaciones de una lámpara en la catedral de Pisa, descubrió el isocronismo de los péndulos. Es decir, si la amplitud de la oscilación no es muy grande el tiempo de oscilación no cambia con la amplitud así que con las oscilaciones se tienen intervalos de tiempo iguales más largos o más cortos según la longitud del péndulo. El problema es que las oscilaciones se extinguen por roce con el aire y el apoyo.
Fue Huygens quien dedujo la fórmula de oscilación del péndulo y, en 1658 construyó el primer reloj de péndulo que se impulsaba por el descenso de una pesa o por el desenrollamiento de un resorte. El método es el uso del escape con una rueda dentada, conectada a al impulsor (áncora) que permite dar pequeños impulsos periódicos al péndulo, manteniendo su oscilación. La fuerza motriz o torca de la rueda dentad proviene de una pesa colgada de un cilindro fijado al eje principal. Se transmite por medio de un sistema de engranajes a la rueda dentada que por medio del áncora da los pequeños impulsos al péndulo. Si el péndulo se perturba retrasándolo un poco se ve que un diente de la rueda encuentra antes al áncora y la empuja dando más energía al péndulo. Si la perturbación lo adelanta encuentra al áncora después y se retarda. El sistema se auto-regula. El eje principal hace girar la aguja más rápida (por ejemplo el segundero). Con dos engranajes reductores de velocidad se hace girar un eje hueco que puede girar libremente alrededor del eje principal. A tal eje hueco se fija el minutero. No se muestra el mecanismo análogo para las horas. Con perfeccionamientos posteriores este reloj llegó a una precisión de fracciones de segundo por día.



Reloj de péndulo (1658)

Se puede sustituir el péndulo por un volante que oscila curvando un resorte. Un resorte potente enrollado sobre el eje principal puede sustituir a la pesa ejerciendo fuerza al desenrollarse. Estos relojes son menos afectados que los de péndulo por los movimientos de los barcos. Tanto la pesa como el resorte motriz deben llevarse periódicamente a su posición original, enrollando el hilo de la pesa o el resorte.

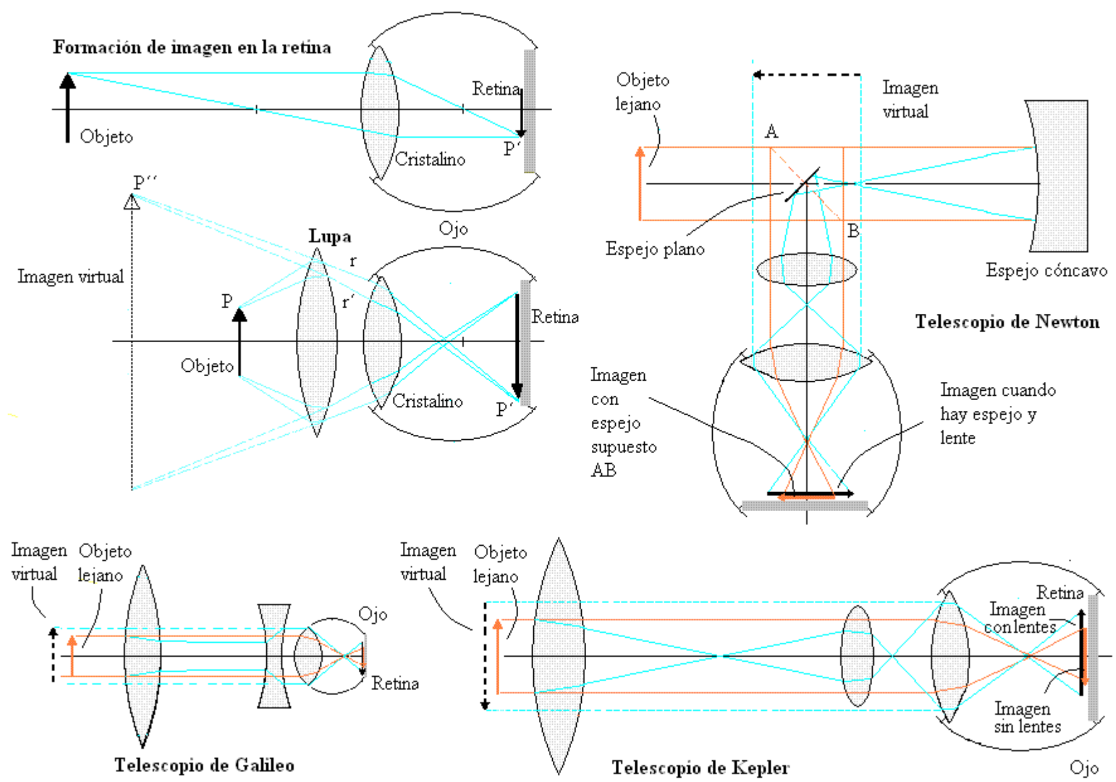
El reloj digital se basa en un oscilador controlado por un cristal. Muchos cristales al ser comprimidos desarrollan una tensión eléctrica entre sus caras (efecto piezoeléctrico). Al estirarlos también, pero de sentido contrario. Recíprocamente, si se les aplica una tensión en las caras se contrae o estira según la polaridad. Si se les da una presión instantánea los cristales se contraen y estiran como un elástico produciendo una oscilación de frecuencia muy constante pero que tiende a amortiguarse. Cuando oscilan, entre sus caras se desarrolla una tensión alternada. Esta se transmite a un circuito amplificador que usa una batería para subir su energía. La salida es una tensión alterna estable de miles o millones de ciclos por segundo (según sea el cristal) que por un lado vuelve al cristal con la fase adecuada para impedir el amortiguamiento de las oscilaciones (pues la tensión eléctrica ayuda a la compresión o el estiramiento) y por otro va a circuitos divisores de tensión hasta frecuencias mucho más bajas (un pulso por segundo o por minuto o por hora) que o bien mueven el micro-motor que mueve las agujas del reloj o van a las celdas de cristal líquido de la pantalla que muestran los números de la hora. El retraso o adelanto puede ser de uno pocos segundos por mes.

El reloj de elástico fue esencial en la navegación y las exploraciones que caracterizan la expansión europea. Para determinar la latitud de un lugar basta medir el ángulo entre el horizonte (o la dirección horizontal) de la estrella Polar o de otra estrella cuando llega a su posición más alta. Pero para hallar la longitud se requiere tener en cuenta la rotación diurna de las estrellas. Si se mide la hora de partida del barco hacia el Oeste, se conocen, por las tablas de navegación las posiciones (por ejemplo el ángulo con el horizonte Este) de las estrellas a esa hora en la salida, tomando una como referencia. Al estar en alta mar si se sabe la hora respecto a la salida y se mide la posición de la estrella de referencia, se puede estimar cuantos grados se ha avanzado al Este del punto de salida. Anteriormente la estimación se hacía por estimaciones frecuentes de la velocidad del barco por una cuerda con nudos equidistantes enrollada en un carrete giratorio que se lanzaba al mar llevando en su extremo una caja que le impedía avanzar y se contaba en un tiempo fijo (dado por ejemplo por un reloj de arena o una clepsidra) cuantos nudos se desenrollaban en ese tiempo. Se estimaban las horas en que se mantenía esa velocidad y se calculaba el desplazamiento. Era muy impreciso.

Las medidas exactas de las posiciones permitieron la elaboración de mapas confiables.

Lentes, telescopios, microscopios

Otro episodio de la precisión comenzó poco tiempo después con la construcción y el uso de los telescopios. Desde el siglo XII en Europa y quizá de antes en Roma y China se desarrollaron lentes de aumento convexos para leer y cóncavos par corregir la miopía.



En 1608 un óptico holandés Lippershey descubrió que poniendo un lente convexo y detrás a cierta distancia uno cóncavo y mirando desde detrás de éste, los objetos lejanos se ven aumentados (algunos dicen que lo descubrió su hijo jugando con los lentes).

Galileo, enterado de este descubrimiento, construyó lentes de este tipo y con el hizo sus famosas observaciones de las fases de Venus y los satélites de Júpiter, entrevió los anillos de Saturno y vio las manchas solares.

Kepler y luego Newton imaginaron nuevos tipos de telescopio y construyeron las primeras versiones de los mismos.

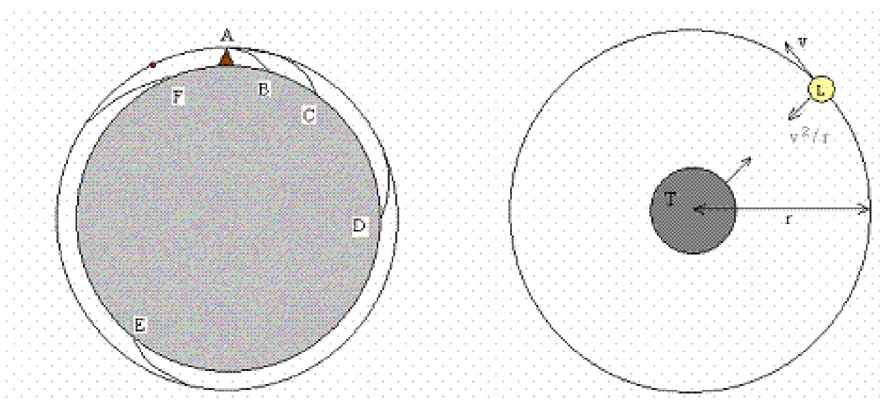
La observación telescópica de estos físicos y el trascendental descubrimiento de Newton de la gravitación universal **llevaron a la identificación de los movimientos celestes y terrestres,** y a la idea de **aplicar las mediciones precisas a los cuerpos terrestres.**

Veamos como muestra Newton esta identidad. Ver Newton [1687].

La “fuerza innata de la materia” que luego llama **inercia**, es el poder de resistencia por el cual todo cuerpo, por sí mismo, continúa en su estado presente, sea de reposo o movimiento uniforme en la misma dirección sobre una recta". Es la idea que vimos en Galileo y que Descartes puso como esencial. Tal fuerza es proporcional a la masa del cuerpo y expresa la dificultad de sacarlo de su estado de reposo o movimiento (rectilíneo y uniforme).

Una **fuerza** es una acción ejercida sobre un cuerpo para cambiar su estado de reposo o movimiento rectilíneo y uniforme. Hay fuerzas de choque, presión, atracción Al terminar la fuerza no permanece en el cuerpo, el cual mantiene el nuevo estado por su inercia. Es decir, el "ímpetu" no existe**. La permanencia del movimiento (no el reposo) es la propiedad intrínseca de la materia.**

Una **fuerza centrípeta** es aquella por la cual los cuerpos son empujados o impelidos o en alguna manera tienden, hacia un punto como centro. Una de ellas es la gravedad, por la cual los cuerpos tienden al centro de la Tierra, el magnetismo, y la fuerza por la cual los planetas son continuamente sacados de sus trayectorias rectilíneas, que de no haberla seguirían rectilíneamente, y los hace revolverse en órbitas curvilíneas. Después de recordar la trayectoria curvilínea de un proyectil, tal como la describe Galileo da un ejemplo sorprendente. "Si una bala pesada es proyectada desde la cima de una montaña A por la fuerza de la pólvora, con una velocidad dada en dirección paralela al horizonte, recorre una distancia de dos millas antes de llegar al suelo, la misma bala, si se suprime la resistencia del aire, con doble, o décupla velocidad, llegará dos veces o diez veces más lejos. E incrementando la velocidad podemos incrementar la distancia a la cual será proyectada y disminuir la curvatura de la trayectoria descrita, hasta que al fin ella caería a una distancia de 10, 30 o 90 grados [de latitud o longitud] o aún podría ir alrededor de toda la tierra [360 grados] antes de caer; o por fin podría no caer, sino avanzar por el espacio y proceder en su movimiento *in infinitum*". Para una cierta velocidad inicial la elipse de caída, que choca con la superficie, se transforma en circunferencia. **El proyectil se ha transformado en un satélite**.



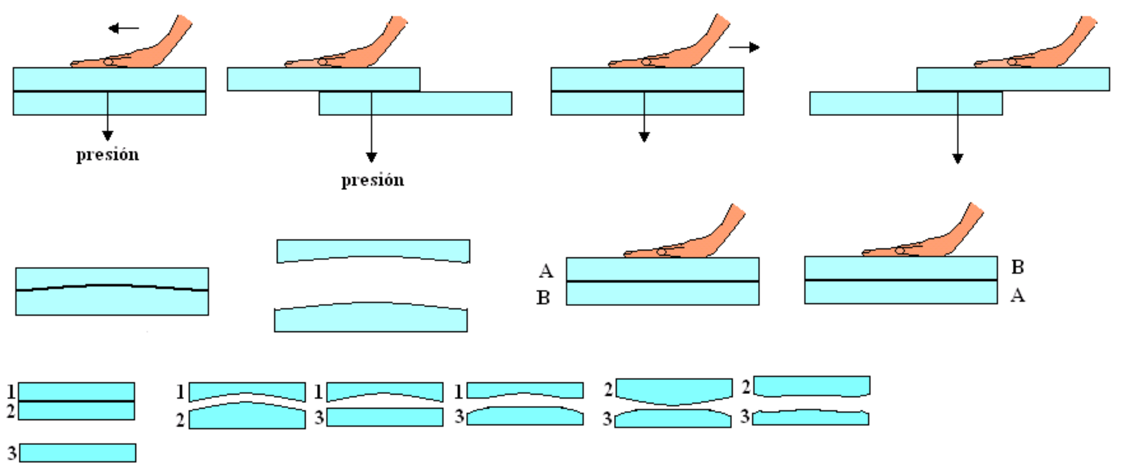
PIEDRA SATÉLITE SEGÚN NEWTON

Explica luego que la Luna está "cayendo" en esta forma bajo la atracción terrestre y esa velocidad, combinada con la fuerza centrípeta o gravedad, es lo que le impide caer sobre la Tierra. En este notable ejemplo se da una versión clara de la "fuerza" entre el Sol y los planetas que intuía Kepler y la "materialidad" de los planetas y la Luna que defendía Galileo. Un simple y terrestre proyectil, por las mismas leyes de composición de movimientos de Galileo, la inercia y la gravedad, se puede transformar en un satélite, en un astro. En este ejemplo se ve el colapso de la distinción aristotélica entre **mundo astral y sublunar**, el comienzo de una **Mecánica Universal y el germen la Astronáutica**.

Construcción de lentes

La construcción de lentes para los telescopios requiere una exactitud no alcanzada por los ópticos de la época. Las técnicas se fueron perfeccionando en las décadas posteriores y resolvieron además un problema que se hizo esencial en la técnica de construcción de máquinas e instrumentos de medida: **la construcción de una superficie plana**.

La construcción comienza con dos discos de vidrio lo más planos que se obtienen en la fundición. Al frotarlos, con un polvo abrasivo entre ellos, fijando el inferior y moviendo manualmente el superior se ve que con fuerza igual la presión es mayor cuando el superior sobresale. Por lo tanto el superior se desgasta más en su parte central y el inferior en sus bordes. Los discos se van haciendo rotar para que el desgaste sea igual en todo el borde de los discos. Se ponen abrasivos cada vez más finos. El resultado, después de mucho trabajo, es que la superficie frotada del superior queda cóncava y la del inferior convexa y de forma muy aproximadamente esférica.



La corrección óptica se hace viendo la imagen de cuadrículas dada por reflexión de la cara cóncava. Las irregularidades en ciertas regiones de la imagen permiten ubicar las irregularidades en el lente y su ajuste por pulido a mano.

Para obtener una superficie plana se pueden frotar con igual número de frotes pero alternando la posición de los vidrios de superior e inferior.

La obtención de superficies planas se acelera puliendo tres vidrios en el mismo proceso y alternando convenientemente los que se frotan.

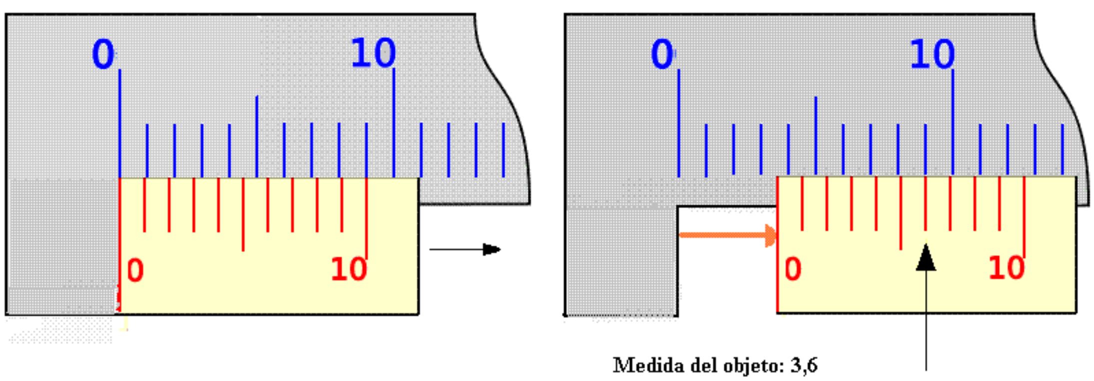
La obtención de superficies perfectas, curvas o planas, puede hacerse en metales.

La corrección de las superficies pulidas planas puede hacerse detectando las irregularidades por interferencias. Se ilumina el área de contacto de dos superficies planas por luz monocromática y se observan las bandas de interferencia. Deberían ser bandas paralelas si las superficies son perfectas.

Los lentes de aumento y sus combinaciones. Las lupas, telescopios y microscopios fueron esenciales en el avance de la precisión como partes de aparatos de medida.

Longitudes y ángulos

Una superficie plana de material duro permite por frotamiento, obtener reglas y escuadras.
Los métodos de subdivisión se aproximan por las construcciones griegas vistas.
En 1513 el matemático y cartógrafo portugués Petro Nunes conocido como Petrus Nonio (1492-1577) inventó un método para aumentar la precisión de la medidas.
El método consiste en adosar a la regla graduada una reglilla desplazable de longitud 9 y dividida en 10 partes, de modo que las divisiones quedan de largo 0,9. Si ponemos un extremo del objeto a medir frente al origen de la regla fija y desplazamos la móvil de modo que su comienzo apoye en el otro extremo del objeto y esté en un punto intermedio de los intervalos de la fija se ve que el número de décimos de ese punto intermedio desde el comienzo del intervalo es igual al número de intervalos de la escala móvil hasta que coinciden ambas escalas. En efecto si el objeto mide 3,6 unidades la primera línea de la móvil está en 3,6; la segunda en 4,5; la tercera en 5, 4; la cuarta en 6,3, la quinta en 7,2; la sexta en 8,1 y la séptima (que abarca 6 intervalos de la escala móvil) coincide con la 9 de la escala principal. En general si la escala principal está formada por grupos de m divisiones de largo k, la móvil se hace de longitud mk-k =(m-1)k y se divide en m partes iguales de manera que cada parte es de largo (1-1/ m) k. Si el origen de la móvil está desplazado $r \times k/m$ del origen de un intervalo las



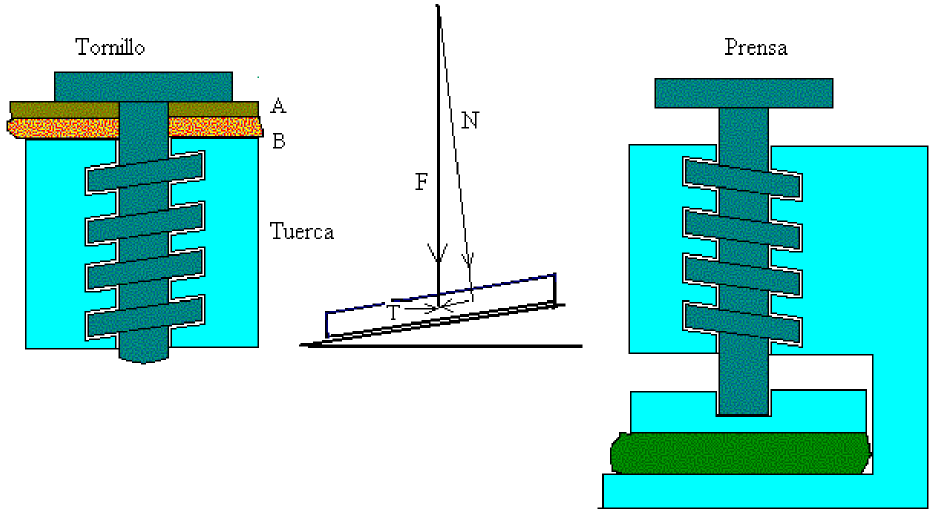
líneas coincidirán contando r intervalos de la móvil pues estará a $rk/m+r(1\text{-}1/m)k=rk$ del origen del intervalo de la mayor. Si no hay coincidencia se promedia entre las líneas más cercanas.

Nonio construyó el aparato para medir ángulos que eran más importantes para la navegación. En 1631 el francés Vernier (1580-1637) basado en esa idea, construyó un aparato para medir longitudes que tuvo amplia difusión.

El descubrimiento de las interferencias de la luz permitió medir distancias y sus variaciones con una exactitud mucho mayor

Engranajes y tornillos

Otro triunfo de la técnica es el diseño de filetes de tornillos. Desde el tubo espiral de Arquímedes para levantar agua, las prensas de madera para extraer aceite de las olivas, los tornillo y tuercas para fijar piezas y las primeras construcciones de engranajes y hélices para transformar movimientos, estos elementos se fueron perfeccionando por un largo proceso por obra de los mecánicos y relojeros del Renacimiento.



TORNILLO, TUERCA Y PRENSA

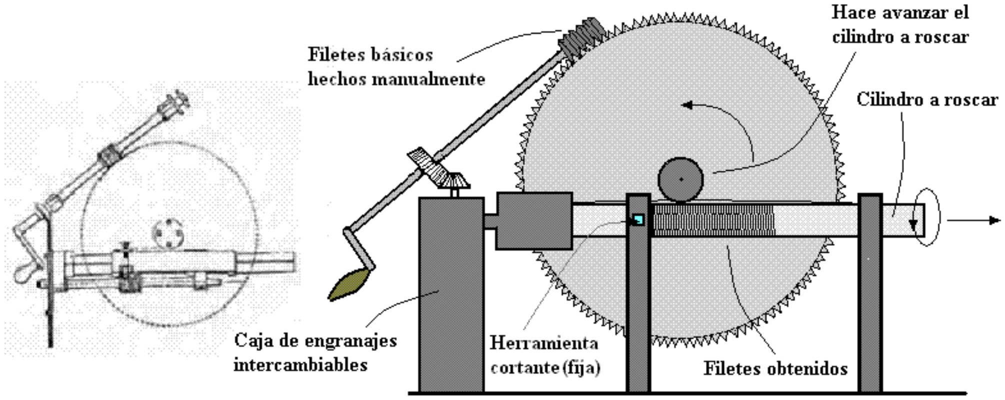
Los engranajes se pueden cortar de discos metálicos calando los bordes con una lima y para más exactitud con una fresa o esmeril giratorio proceso que originó las modernas fresadoras.

Más adelante se diseñaron perfiles de los dientes de engranajes con mucha precisión para que en toda posición de contacto entre los dientes se transmitiera con la misma relación de velocidades.

El torno de madera y luego el de metales a fines del siglo XVII permitieron hacer piezas cilíndricas de gran exactitud. La herramienta de desbastar la pieza, en vez de controlarse a mano como en el torno de madera se monta en una pieza que se puede hacer desplazar horizontalmente en una vía paralela al eje de giro.

Para que un torno haga roscas exactas se requiere que además de la rotación de la pieza a tornear la herramienta de acero que la desgasta avance con velocidad horizontal constante, proporcional a la velocidad de rotación de la pieza a roscar. En un torno actual eso se logra con una rosca muy precisa que hace desplazar la herramienta. El problema es como hacerla.

Uno de los primeros tornos de roscar eficiente lo presentó Ramsden en 1780. Partió del hecho de que es posible hacer a mano unos pocos filetes gruesos con mucha precisión. Tampoco es difícil construir engranajes por el método mencionado. Lo difícil es hacer roscas precisas de muchos filetes por centímetro requeridas en micrómetros, tornos de relojeros y otros aparatos de precisión. En el torno de Ramsden a diferencia de los actuales la pieza a roscar aparte de girar se mueve horizontalmente, mientras que la herramienta, una varilla con punta de acero duro esta fija aunque se puede hacer avanzar su punta sobre la pieza a roscar para ir ahondando el surco de la rosca en sucesivas pasadas.



TORNO DE ROSCAR DE RAMSDEN (1770)

El movimiento proviene de una manivela que se hace girar a mano y por una parte hace avanzar la rueda dentada mediante un tornillo de pocos filetes gruesos pero de gran exactitud. La rotación hace avanzar la pieza a roscar mediante un alambre de acero fijado a la pieza y arrollado en la saliente central de la rueda. Por otra parte la rotación de la manivela se transmite, mediante dos engranajes a una caja se engranajes intercambiables que hacen girar la pieza a roscar permitiendo su deslizamiento horizontal (puede ser una traba en el manguito que rodea la pieza y entra en una caladura alargada en la pieza). Es claro que los dos movimientos de la pieza, por provenir de la misma rotación son proporcionales en sus velocidades y la proporción se puede cambiar cambiando los engranajes de la caja. Así con unos pocos filetes anchos se puede roscar un cilindro con muchos filetes finos de gran exactitud. Ramsden obtuvo cilindros roscados de 125 filetes por pulgada (es decir de un ancho de 0,2032mm en su base).

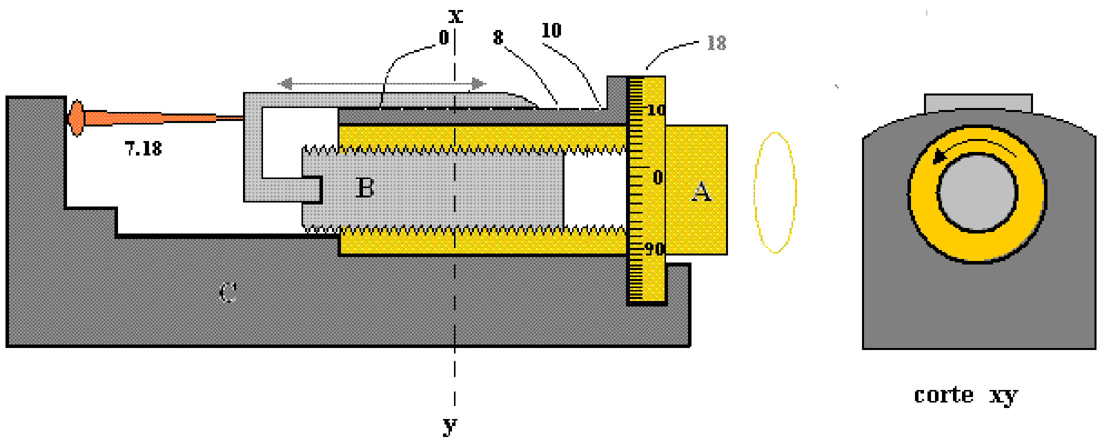
Si el cilindro es sustituido por un tubo y la herramienta está fijada a una varilla que está fija dentro del tubo se puede hacer una rosca interna al tubo. Así que el mismo principio se usa para hacer tornillos y tuercas.

Se fabricaron luego roscas internas e externas de aceros muy duros que permitieron fabricar respectivamente tornillos y tuercas de materiales más blandos en forma manual, con precisión suficiente para aplicaciones mecánicas comunes.

Hay otros métodos más simples de generar un movimiento lineal constante a partir de uno circular. Por ejemplo con discos cuyo borde está tallado en forma de espiral de Arquímedes. Es posible marcarlas muy exactamente y corregirlas en su uso. Requiere exactitud en la medida de ángulos y longitudes.

A su vez los tornillos exactos permiten la construcción de tornillos micrométricos para medir longitudes con gran precisión

TORNILLO MICROMÉTRICO



En el tornillo micrométrico se hace mover circularmente el cilindro A unido al cilindro graduado y el tubo roscado que no pueden moverse horizontalmente. Esto hace deslizarse horizontalmente el cilindro roscado B y el brazo unido a él. Con este movimiento se gradúa el desplazamiento hasta ajustarlo al objeto a medir. El desplazamiento se mide por una escala en la parte superior de la pieza fija C, la cual se divide en unidades (pueden ser milímetros) que van desde 0, que corresponde al brazo tocando la parte izquierda de la pieza fija, hasta 10 que corresponde a la posición extrema derecha del brazo. El cilindro graduado está dividido en 100 partes y la rosca es tal que al dar una vuelta el desplazamiento del cilindro roscado y el brazo es de una unidad. En la parte superior fija se indica por una raya el desplazamiento del disco graduado. En la medición de la figura el indicador horizontal marca algo más de 7. La rotación indica el exceso de 0,18 pues la división 18 esta en la parte más alta. Si la unidad de avance es 1mm el aparato puede apreciar los centésimos de milímetro.

El manejo práctico de la precisión

Las ideas del **Cálculo Infinitesimal** con sus éxitos en la Física, sobre todo en la solución de las ecuaciones diferenciales y la introducción de la **notación decimal** con cualquier número de decimales por Stevin en 1585, acostumbraron a los científicos a la idea de que la precisión no tenía límites en el mundo físico pues las magnitudes de este parecían ser continuas.
Quedaban dos problemas.

El primero era que aunque se considerara que potencialmente la precisión no tenía límites en la práctica había que calcular con valores que tenían un margen de error. Aun ciertos números como el quebrado ⅓ no se pueden expresar exactamente en decimales como lo reconoce Stevin. Todo aparato tiene un **intervalo mínimo de medida**. En una regla común es el milímetro, aunque un ojo experto puede estimar las quintas partes de esa unidad.

Los errores pueden ser de origen **instrumental**, **personal**, **sistemáticos** y accidentales llamados también **aleatorios**.

La teoría fue desarrollada por Gauss para los errores accidentales (debidos a factores desconocidos y variables de las condiciones de la medida). Supuso que bajo hipótesis razonables la distribución de los errores era una curva llamada normal. El valor que minimiza la media cuadrática de los errores es el promedio de las medidas.

Se desarrolló la manera de operar con los números erróneos. El uso de calculadora y computadoras ha cambiado en gran parte la consideración de los errores, haciendo a los calculistas menos conscientes de la precisión con que trabajan.

Gauss desarrolló también la idea de los errores de ajuste de una función a datos empíricos de dos variables suponiendo que se debía **minimizar la suma de los cuadrados** de las diferencias entre los valores medidos y la función que los ajusta. Se generaliza a funciones de varias variables y tiene solución simple cuando la función es lineal en los parámetros de ajuste. Observamos que el criterio de Gauss no es el único posible. Se puede minimizar la suma de los **valores absolutos de las diferencias** o la **diferencia absoluta máxima**. En otros casos se puede resolver la minimización por cálculo numérico.

El segundo problema surge al tratar de aplicar la matemática a procesos llamados estocásticos, es decir aquellos en que es imposible conocer todas las variables que influyen sobre el resultado observado y se busca, por repetición de las observaciones, alguna regularidad estadística. Muchas veces se trata de repetir varias veces una misma medida y se halla la media de los resultados.

En el caso de que se puedan repetir observaciones ya sea porque se repita la misma medida o se midan elementos de un conjunto (población) que tienen medidas parecidas de una misma magnitud, se han desarrollado técnicas estadísticas para estimar rangos probables de los resultados.

Estos desarrollos desde los trabajos de Bayes, Quetelet, Pearson, Fisher y otros fueron penetrando en la Biología y las Ciencias Sociales.

¿Crisis de la precisión? Incertidumbre, caos, axiomatización, cambios estructurales

La explosión de la precisión desde el siglo XVI abrió un largo período de optimismo. Había que extender las explicaciones mecánicas del mundo preconizadas por Descartes y Newton a todos los campos posibles.

Dos nuevos desarrollos de las teorías físicas en el siglo XX han producido dudas en la viabilidad de este proyecto.

En primer lugar la Mecánica Cuántica (discontinuidad e incertidumbre)
Planck descubre en 1900 que para explicar la distribución de energía de la radiación según las frecuencias hay que admitir que la energía se emite a saltos.

Einstein explica las paradojas del efecto fotoeléctrico suponiendo una estructura discontinua de la radiación.

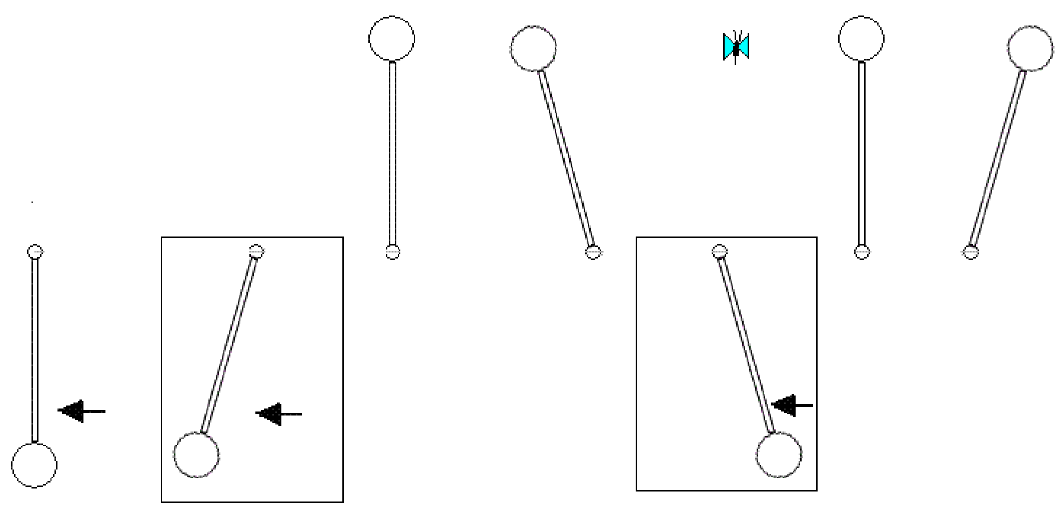
Se desarrolla una nueva Mecánica que tiene graves consecuencias para el aumento indefinido de la precisión:

1. La suposición de la posibilidad de variación continua de las magnitudes físicas cede su lugar a una variación a incrementos discretos
2. Hay ciertas variables físicas que no se pueden medir simultáneamente con un grado arbitrario de precisión.
3. El comportamiento individual de las partículas elementales no puede en general predecirse y hay que conformarse con halla y utilizar su regularidad estadística

En segundo lugar los procesos caóticos determinísticos

Los introducimos mediante un ejemplo. A un péndulo con barra rígida, con roce y las condiciones constantes se le dan impulsos regulares. El sistema tiene un punto de bifurcación en la posición invertida. Supongamos que llega muy cerca de ese punto con velocidad casi cero y fuerza externa cero. Supongamos que se inclina a la izquierda y después una historia de oscilaciones vuelve a esa misma situación. Pero entonces hay una pequeñísima perturbación a la izquierda que lo hace inclinar a la derecha. La historia que sigue será completamente diferente al caso anterior aún si las condiciones a las que se llega cerca del punto de bifurcación sean las mismas.

Es decir, aunque las condiciones son exactamente determinísticas el comportamiento del sistema es totalmente impredecible. Sólo se pueden hallar regularidades estadísticas.
En muchos sistemas descritos por ecuaciones diferenciales cuando hay más de tres variables y algunas de las ecuaciones son no lineales puede presentarse caos para ciertos valores de los



parámetros. Esto hace también que para muy pequeñas diferencias en las condiciones iniciales resulten historias que divergen cada vez más en su comportamiento a medida que transcurre el tiempo. Aún si simulamos el sistema con un computador determinístico, los errores de representación, redondeo y truncamiento en la solución, producen un ruido que hace caótico el resultado.

Otro problema se ha presentado con la **axiomatización**. Vimos que todo el esfuerzo de exactitud en los enunciados de la geometría griega, que fue decisivo para la precisión, culminó en un sistema formal con postulados y reglas de deducción a partir de los cuales se demostraban infinidad de problemas y se podía decidir si una proposición con sentido era verdadera o falsa. A comienzos del siglo pasado se intentó continuar el trabajo de Euclides axiomatizando la Aritmética y proponiendo axiomatizar toda las Matemáticas y aún la Física. En 1930 Kurt Gödel demostró que en el sistema de formalización de la Aritmética hay proposiciones indecidibles. Esto llevó a una desconfianza en el gran proyecto de axiomatización.

Por otra parte el estudio de los **cambios estructurales** surgido por los años 70 dentro de la Teoría de Sistema fue llevando a la idea de la enorme dificultad, tal vez la imposibilidad de predecir las situaciones de crisis en sistemas complejos, en especial por emergencia en el todo de propiedades no perceptibles en los componentes. Técnicas de redes neuronales y algoritmos genéticos se han desarrollado para manejar esos problemas.

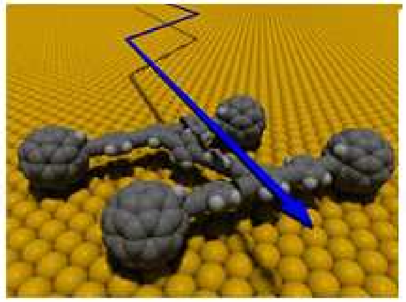
Si se toma una posición pesimista parece que todo el desarrollo científico como se lo veía hasta el siglo XIX ha entrado en crisis en el siglo XX. Más optimista es pensar, con Hegel, que cuando se encuentra un límite en el conocimiento se abre el proceso de la superación del mismo.

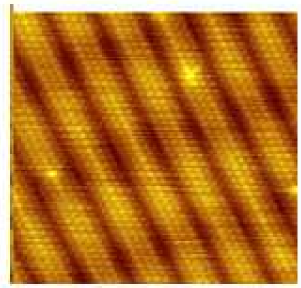
Nanotecnología

Un tema relacionado estrechamente con la precisión es la construcción de detectores y aparatos microscópicos, lo que se llama **nanotecnología** vasto tema del que sólo podemos decir unas palabras. Las famosas lecciones de Feynman en 1959 tituladas “hay mucho lugar abajo” llamaron la atención del universo sin usar ni explorar en la detección y construcción de objetos cuyo tamaño está entre los detectados por los microscopios y el mundo apenas visible de los átomos y moléculas. Un primer avance en este campo fue la construcción de microchips en 1969, donde los circuitos diseñados por los técnicos y dibujados en escala visible se reducen (revertiendo el microscopio) a microfotografías constituidas por depósitos de los metales y semiconductores sobre silicio. Estas “microfotos” superpuestas y modificas por difusión de otros elementos forman directamente circuitos funcionales. Los elementos pueden tener unas decenas de nanómetros (1 nanómetro=10^{-9} metros). Se pueden construir aparatos aún menores por métodos similares, que proceden de lo macroscópico y por reducción llegan a esos tamaños (proceso descendente). Pero también se pueden construir moléculas que tengan propiedades interesantes (proceso ascendente).

Para dar algunos ejemplos mencionamos:

1. Un refinado detector de moléculas: el **microscopio de efecto túnel** en donde los electrones escapados de una fina punta saltan por efecto túnel cuántico la barrera de un espacio vacío hacia la superficie a examinar. La intensidad de la corriente electrónica depende de la capacidad de aceptación de electrones de las diferentes partes de esa superficie y esta depende de la estructura atómica. Las variaciones de corriente amplificadas producen una imagen en que se distinguen hasta los átomos y moléculas de la superficie. Pueden usarse también para ejercer fuerzas en superficies.
2. Un **microscopio atómico de fuerzas** está constituido por una barra elástico de nitruro de silicio fija en un extremo. En el otro extremo una punta perpendicular a la barra puede ponerse en contacto con la superficie a explorar. Todo ese conjunto es microscópico. Al apoyarse la punta en un cuerpo las fuerzas moleculares curvan la barra. La flexión se detecta por un rayo láser reflejado hacia un fotodiodo. La punta puede ser desplazada por tensiones aplicadas a un empujador piezoeléctrico y explorar irregularidades y fuerzas superficiales.
3. Un “nano-carro” cuyas cuatros ruedas son estructuras esféricas de átomos de carbono (los famosos fullerenos llamados así por su analogía con las cúpulas de los domos de Fuller) acopladas por barras de átomos unidas por uniones
   \ /
   −C−C− donde uno de los C se une con las moléculas de la “rueda” y el otro con
   / \
   las del “chasis”. Puede rodar sobre una superficie de oro. Está en estudio el agregado de un motor aunque se desplaza ahora al ser calentado.





Nanocarro

Superficie de oro vista con microscopio de Efecto túnel. Se distinguen los átomos del oro.

Las perspectivas de aplicaciones en Física y Biología son inmensas.

Precisión y cultura

Volviendo al tema original hemos visto que la precisión ha podido ser desarrollada por muchas culturas (ver el caso de las pirámides y calendarios) pero históricamente ha sido un proceso ocurrido en la cultura occidental sobre todo en su variante de tradición protestante y causado primeramente por el desarrollo científico (heredado de una tradición astronómica egipcia, mesopotámica y griega) y luego por la navegación y la industrialización. La globalización encabezada por esta cultura la ha repartido por todo el mundo a pesar de la inferioridad de su población.

Está ligada a otros valores, algunos compartidos por algunas de las otras culturas: exactitud en la transmisión de información, puntualidad, cumplimiento de las leyes, contabilidad personal, formalidad en los compromisos, eficiencia y coherencia en los servicios públicos. Cuando vamos de un país de nuestra cultura a uno desarrollado de la cultura occidental notamos rápidamente la diferencia en estos aspectos.

Estos son rasgos valiosos de esta cultura y en las otras se piensa que deben ser adoptados pero los desastres colonizadores desde 1500 y los sistemas autoritarios del siglo pasado deben llamarnos a reflexión y pensar que la cultura Occidental puede tomar aspectos importantes de las otras y llevar a un mundo comprensivo y diverso.

BIBLIOGRAFÍA

Arquimedes [240] *On the Sphere and Cylinder.* Britannica great Books Vol.11 p.403.

Davis W. [1999] *Vanishing Cultures.* National Geographic Vol.196 Nº2, p.62-89.

Euclides [300 a.C.] *The Elements.* Vol.II Book V. p.114. Ed Dover 1956

Fagan B. [2005*] Los setenta grandes inventos y descubrimientos del mundo antiguo.* Ed. Blume.

Hoyle F. *Astronomía*. P.80 Ed. Destino

Huntington S.P. [1997] The *Clash of Civilizations and the Remaking of World Order*. Ed. Simon & Schuster. Hay traducción castellana.

Koestler [1985] *Kepler*. Ed. Salvat

Koyre A. [1967] *Dal mondo del pressapocco all´universo della precisione.* Ed. Giulio Einaudi.

O. Neugebauer [1974] *A History of Ancient Mathematical Astronomy*. Ed. Springer Verlag.

Newton I. [1686] *Principia*. Vol.II, p.561. University of California Press. 1962

Paladin (Editor) [1974] *How things work.* Vol 2, p.168.

Ribnikov K. *Historia de las Matemáticas.* Ed MIR , p.46.

Spengler O. [1917] *La Decadencia de Occidente*. Ed. Espasa Calpe 1923.

Toynbee [1955] *Estudio de la historia*, Tomo I-XIV. Ed. Emecé.