

1.- Use una sustitución trigonométrica para calcular la integral:

$$\int \sqrt{1-x^2} \, dx$$

2.- Usando una sustitución trigonométrica calcular

$$\int \sqrt{a^2-x^2} \, dx$$

con $a > 0$.

3.- Si $a > 0$, use una sustitución trigonométrica para verificar que la igualdad

$$\int \frac{1}{\sqrt{a^2+x^2}} \, dx = \ln \left| x + \sqrt{x^2+a^2} \right| + C$$

es válida.

4.- Use una sustitución trigonométrica para verificar que la igualdad

$$\int \frac{1}{a^2-x^2} \, dx = \frac{1}{2a} \ln \left| \frac{x+a}{x-a} \right| + C$$

es válida ($a > 0$).

5.- Si $a > 0$, deduzca que

$$\int \frac{\sqrt{a^2+x^2}}{x} \, dx = \sqrt{a^2+x^2} - a \ln \left| \frac{a+\sqrt{a^2+x^2}}{x} \right| + C$$

haciendo uso de una sustitución trigonométrica.

6.- Use una sustitución trigonométrica para deducir la igualdad ($a > 0$)

$$\int x^2 \sqrt{a^2+x^2} \, dx = \frac{x}{8} (a^2+2x^2) \sqrt{x^2+a^2} - \frac{a^4}{8} \ln \left| x + \sqrt{x^2+a^2} \right| + C$$

7.- Hacer uso de una sustitución trigonométrica para calcular cada una de las siguientes integrales.

(a) $\int \sqrt{x^2-2x+5} \, dx$

(f) $\int \sqrt{x^2+4x+8} \, dx$

(k) $\int \frac{x^2-2x+1}{\sqrt{2x-x^2}} \, dx$

(b) $\int \sqrt{5-4x-x^2} \, dx$

(g) $\int \frac{x-2}{\sqrt{-x^2+4x-3}} \, dx$

(l) $\int \frac{(x-3)^2}{\sqrt{x^2-6x+8}} \, dx$

(c) $\int \sqrt{x^2-2x} \, dx$

(h) $\int \frac{x-1}{\sqrt{x^2-2x+10}} \, dx$

(m) $\int \frac{1}{(5-4x-x^2)^{3/2}} \, dx$

(d) $\int x \sqrt{x^2+2x+2} \, dx$

(i) $\int \frac{x+2}{\sqrt{8-2x-x^2}} \, dx$

(e) $\int \sqrt{x^2-6x-7} \, dx$

(j) $\int \frac{1}{(x-1)\sqrt{x^2-2x+3}} \, dx$

(n) $\int \frac{1}{(x^2-6x+18)^{3/2}} \, dx$

8.- Calcular

$$\int \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} dx$$

haciendo el cambio $t = \sqrt{1-x^2}$.

9.- Calcular

$$\int \frac{1}{(x+1)\sqrt{x^2+1}} dx$$

haciendo el cambio $t = \frac{1}{x+1}$.

10.- Calcular

$$\int \frac{1}{(x-1)\sqrt{x^2-2}} dx$$

haciendo el cambio $t = \frac{1}{x-1}$.

11.- Calcular la integral

$$\int \frac{\cos^3(x)}{4\sin^2(x)-1} dx$$

por medio de dos cambios distintos: (a) $t = \sin(x)$ y (b) $t = \tan(\frac{x}{2})$.

12.- Calcular la integral

$$\int \sqrt{\frac{x+1}{x-1}} dx$$

haciendo el cambio de variables $z^2 = \frac{x+1}{x-1}$.

13.- Calcular las siguientes integrales haciendo uso de la sustitución $t = \tan\left(\frac{x}{2}\right)$

(a) $\int \frac{1}{1+\sin(x)} dx$

(i) $\int \frac{\sin(x)}{1-\sin(x)} dx$

(p) $\int \frac{1+\tan(x)}{1-\tan(x)} dx$

(b) $\int \frac{1}{2+\cos(x)} dx$

(j) $\int \frac{1}{1+\sin(x)+\cos(x)} dx$

(q) $\int \frac{\sin(2x)}{1+\sin^2(x)} dx$

(c) $\int \frac{1}{3+5\cos(x)} dx$

(k) $\int \frac{1}{1+\sin(x)-\cos(x)} dx$

(r) $\int \frac{\cos(2x)}{\cos^4(x)+\sin^4(x)} dx$

(d) $\int \frac{1}{5+3\cos(x)} dx$

(l) $\int \frac{1}{3\sin(x)+4\cos(x)} dx$

(s) $\int \frac{1}{(2-\sin(x))(3+\sin(x))} dx$

(e) $\int \frac{1}{1+\cos(x)} dx$

(m) $\int \frac{1}{8-4\sin(x)+7\cos(x)} dx$

(t) $\int \frac{1}{1+3\cos^2(x)} dx$

(f) $\int \frac{1}{1-2\sin(x)} dx$

(n) $\int \frac{1}{\cos(x)+2\sin(x)+3} dx$

(u) $\int \frac{\cos(x)}{\sin^2(x)-6\sin(x)+5} dx$

(g) $\int \frac{1}{5+4\sin(x)} dx$

(ñ) $\int \frac{1-\sin(x)}{(1+\sin(x))\sin(x)} dx$

(v) $\int \frac{1}{3\sin^2(x)+5\cos^2(x)} dx$

(h) $\int \frac{1}{\sin(x)+\cos(x)} dx$

(o) $\int \frac{\sec(x)}{5\tan(x)+3\sec(x)+3} dx$

(w) $\int \frac{1}{\cos^2(x)+5\cos(x)+6} dx$