Guía de Ejercicios # 18

1.- Encuentre el volumen del sólido que se genera al rotar la región del plano que se encuentra entre las curvas dadas, alrededor del eje que se especifica.

(a) $y = x^2 + 1$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$, eje X.

(b) $y = -x^2 + 4x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 3$, eje X.

(c) $y = 4 - x^2$, $y = 0$, $x = 0$, ambos ejes.

(d) $y = 4 - 2x$, $y = 0$, $x = 0$, ambos ejes.

(e) $y = \dfrac{x^2}{4}$, $x = 4$, $y = 0$, eje X.

(f) $y = x^3$, $x = 2$, $y = 0$, eje X.

(g) $x = y^2$, $x = 0$, $y = 2$, eje Y.

(h) $x = \dfrac{2}{y}$, $y = 1$, $y = 6$, $x = 0$, eje Y.

2.- Calcular el volumen del sólido de revolución generado por la función $y = \text{sen}(x)$ cuando se hace girar en torno al eje X la región del plano que limita la curva entre $x = 0$ y $x = \pi$.

3.- Calcular el volumen engendrado por la función $y = \text{sen}(x)$, al girar alrededor del eje Y, cuando el valor de x varía entre 0 y π.

4.- Calcular el volumen del sólido de revolución que se genera al rotar en torno al eje X el área de la región del plano limitada por $y = 2x^2$, $y = 0$, $x = 0$ y $x = 5$.

5.- Calcular el volumen del sólido generado al girar el círculo $x^2 + (y - 8)^2 = 4$, alrededor del eje X.

6.- Determine el volumen engendrado al hacer girar en torno al eje X la región plana acotada por $y = -x^2 - 3x + 6$, $x + y = 3$.

7.- Determine el volumen del solido de revolución generado cuando se hace girar alrededor del eje X la región acotada por la curva $y = x^2$, el eje X, y las rectas $x = 1$ y $x = 2$.

8.- Determine el volumen del sólido de revolución generado cuando se hace girar alrededor del eje X la región acotada por la curva $y = x^2 + 1$, el eje X, y las rectas $x = 2$, $x = 3$.

9.- Obtenga la fórmula del volumen de una esfera generada al hacer girar alrededor del eje X la región acotada por el círculo $x^2 + y^2 = r^2$ y el eje X.

10.- Obtenga la fórmula del volumen de un cono circular recto de altura h y un radio de la base a, generado al hacer girar la región acotada por un triángulo rectángulo alrededor de uno de los catetos.

11.- Halle la fórmula del volumen de un cono circular recto truncado generado por la revolución alrededor del eje X de una recta que va de $(0, h)$ a (h, a).

12.- Usando integración, determine el volumen de un cilindro de altura h y radio de la base r.

13.- Sea $\mathfrak{R}$ la región del plano comprendida entre el eje X, la curva $y = x^3$ y la recta $x = 2$.

(a) Determine el volumen del sólido obtenido al girar $\mathfrak{R}$ en torno al eje X.

(b) Determine el volumen del sólido generado al hacer girar $\mathfrak{R}$ en torno al eje Y.

14.- Halle el volumen del sólido que se obtiene al hacer girar alrededor del eje Y la región que está en el primer cuadrante dentro del círculo $x^2 + y^2 = r^2$ entre $y = a$ y $y = r$ (donde $0 < a < r$).

15.- Halle el volumen del sólido que se obtiene al girar en torno al eje Y la región que se encuentra en el primer cuadrante y está limitada por arriba, por la parábola $y = 2-x^2$ y por abajo, por la parábola $y = x^2$.

16.- Dibujar la región $\mathfrak{R}$ limitada por las curvas dadas y usar el método de las capas para calcular el volumen del solido engendrado al girar $\mathfrak{R}$ alrededor del eje X.

(a) $x + 3y = 6$, $y = 0$, $x = 0$.
(b) $y = x^2$, $y = 9$.
(c) $x + 3y = 6$, $y = 0$, $x = 0$.
(d) $y = x^3$, $y = 8$, $x = 0$.
(e) $y = \sqrt{x}$, $y = x^3$.
(f) $y = x^2$, $y = x^{1/3}$.
(g) $y = x^2$, $y = x + 2$.
(h) $y = x^2$, $y = 2 - x$.
(i) $y = x$, $y = 2x$, $x = 4$.
(j) $x + y = 8$, $y = x$, $x = 1$.
(k) $y = \sqrt{1 - x^2}$, $x + y = 1$.
(l) $y = x^2$, $y = 2 - |x|$.

17.- Dibujar la región $\mathfrak{R}$ limitada por las curvas dadas y usar el método de las capas para calcular el volumen del solido engendrado al girar $\mathfrak{R}$ alrededor del eje Y.

(a) $y = x$, $y = 0$, $x = 1$.
(b) $x + y = 3$, $y = 0$, $x = 0$.
(c) $y = \sqrt{x}$, $x = 4$, $y = 0$.
(d) $y = x^3$, $x = 2$, $y = 0$.
(e) $y = \frac{1}{4}x^3 + 1$, $y = 1 - x$, $x = 1$.
(f) $y = \frac{1}{x}$, $x = 1$, $x = 4$, $y = 0$.
(g) $y = \sqrt{x}$, $y = x^3$.
(h) $y = \sqrt{x}$, $y = x^3$.
(i) $y = x^2$, $y = x^{1/3}$.
(j) $y = x$, $y = 2x$, $y = 4$.
(k) $y = x$, $y = 1$, $x + y = 6$.
(l) $x = y^2$, $x = y + 2$.
(m) $x = y^2$, $x = 2 - y$.
(n) $x = \sqrt{9 - y^2}$, $x = 0$
(ñ) $x = |y|$, $x = 2 - y^2$

18.- Usar el método de las capas para calcular el volumen encerrado por la superficie que se obtiene al girar la elipse $b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2$ alrededor del eje Y.

19.- Calcular el volumen encerrado por la superficie obtenida al girar el triángulo equilátero de vértices $(0, 0)$, $(a, 0)$ y $(\frac{1}{2}a, \frac{1}{2}\sqrt{3}a)$ alrededor del eje Y.

20.- Se corta una bola de radio r en dos pedazos mediante un plano horizontal que pasa a unidades por encima del centro de la bola. Determinar el volumen de la pieza superior mediante el método de las capas.

21.- Sean r y h números positivos. La región en el primer cuadrante limitada por la recta $x/r + y/h = 1$ y los ejes de coordenada se rota alrededor del eje Y. Utilizar el método de las capas para deducir la fórmula del volumen de un cono de radio r y altura h.

22.- Si se taladra un agujero cilíndrico que pase por el centro de una esfera de radio r, el sólido que queda se denomina anillo esférico. Deducir la fórmula del anillo esférico si la altura del agujero cilíndrico es h.

23.- La región comprendida entre la gráfica de $f(x) = \sqrt{x}$ y el eje X para $0 \leq x \leq 4$ se rota alrededor de la recta $y = 2$. Hallar el volumen del solido generado.

24.- La región limitada por las curvas $y = (x - 1)^2$, $y = x + 1$ se rota alrededor de la recta $y = -1$. Hallar el volumen del sólido generado.