

1.- Encuentre dos aproximaciones al área que encierra el gráfico de la función f con el eje X , definida en el intervalo dado, una de ellas por defecto y la otra por exceso. (Use particiones de cinco elementos y haga un bosquejo gráfico).

(a) $f(x) = x + 10$; $[2, 5]$.

(d) $f(x) = 3 - x$; $[1, 2]$.

(g) $f(x) = x^3$; $[1, 2]$.

(b) $f(x) = x + 1$; $[1, 3]$.

(e) $f(x) = x^2$; $[0, 4]$.

(c) $f(x) = 3 - x$; $[0, 3]$.

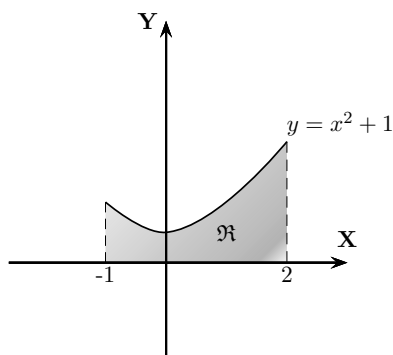
(f) $f(x) = x^2 + 1$; $[0, 2]$.

(h) $f(x) = -2x + 10$; $[2, 5]$.

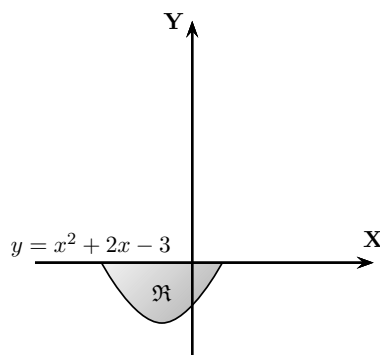
2.- Use la regla de punto medio para estimar un valor del área de la región que encierra el gráfico cada una de las funciones del ejercicio anterior con el eje X .

3.- Use integración para determinar el área de la región limitada por las gráficas de las funciones con el eje X de las funciones dadas en el ejercicio 1. Compare sus resultados con los obtenidos en los ejercicios previos.

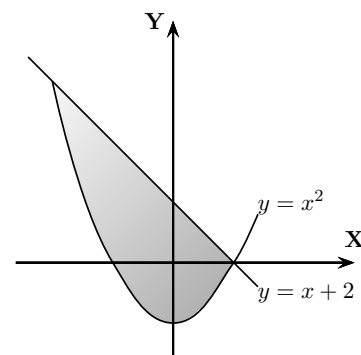
4.- Se da una región del plano $\mathfrak{R}$. Encuentre la integral que debe calcular para obtener el valor del área de la región y obtenga dicho valor.



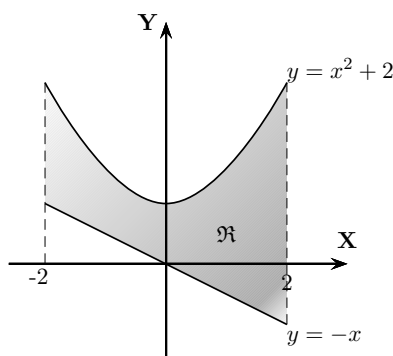
(a)



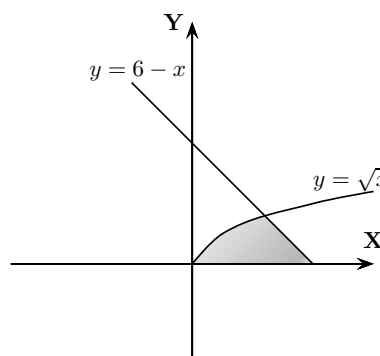
(c)



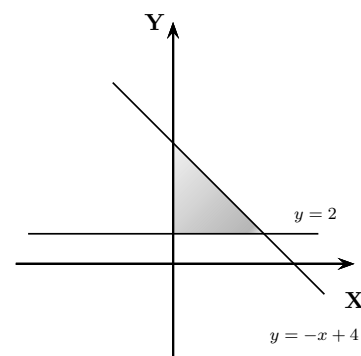
(e)



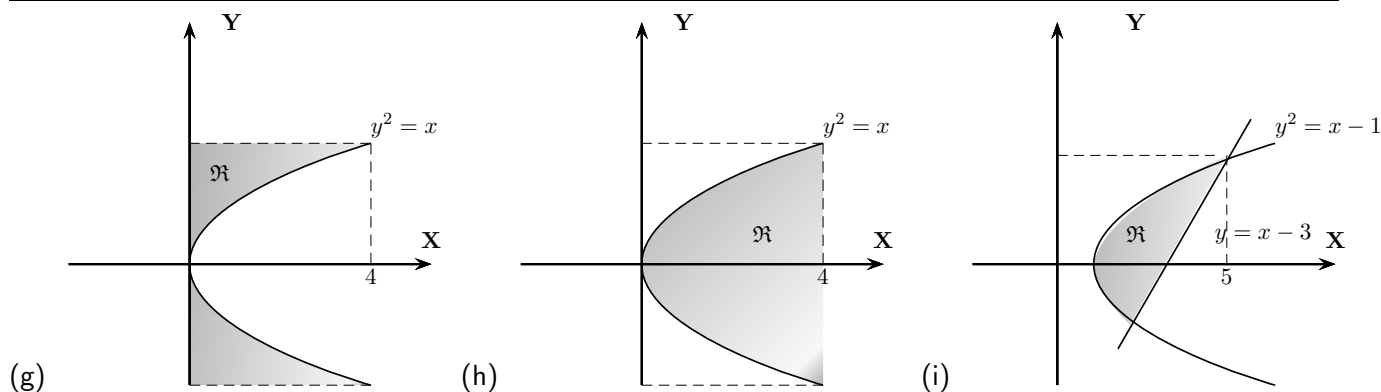
(b)



(d)



(f)



5.- Al plantear la integral

$$\int_{-4}^4 \sqrt{16 - x^2} + 4 \, dx$$

¿Se está calculando algún área de una región plana?, en caso que sea así ¿cómo es tal región plana? ¿se puede predecir cuál es el valor del área sin calcular la integral?

6.- Sea $f : [0, 5] \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } 0 \leq x < 2 \\ 2 & \text{si } 2 \leq x < 3 \\ \frac{1}{2} & \text{si } 3 \leq x \leq 5 \end{cases}$$

(a) Hacer un bosquejo del gráfico de f .

(b) ¿Es posible calcular

$$\int_0^5 f(x) \, dx?$$

Si la respuesta es afirmativa: ¿Cómo se calcula tal integral? ¿Representa un área el valor de la integral?

¿Es posible determinar el valor de la integral sin efectuar el proceso de integración?

7.- Hacer un bosquejo gráfico de la región del plano $\mathfrak{R}$ que se encuentra limitada por las gráficas de las curvas $y = 8 - 2x^2$ e $y = 4 - x^2$.

8.- Hacer un bosquejo gráfico de la región del plano $\mathfrak{R}$ que se encuentra limitada por las gráficas de las curvas $y = x^2 + 2x$ e $y = 4x - x^2$.

9.- Hacer un bosquejo gráfico de la región del plano $\mathfrak{R}$ que se encuentra limitada por las gráficas de las rectas $y = 4 - 2x$, $y = 2x$ e $y = \frac{3}{2}x$.

10.- Hallar el área de la región del plano que se obtiene entre la curva de $y = 4 - x^2$ y el eje X .

11.- Determine el área de la región del plano que se genera entre la curva $f(x) = (x - 1)(x - 2)$, el eje X y las rectas $x = 0$ y $x = \frac{5}{2}$. Haga un bosquejo de la gráfica de f y la región.

12.- Muestre que si $f : [0, a] \rightarrow \mathbb{R}$ es dada por $f(x) = px^n$, $n \in \mathbb{N}$, entonces el área que encierra la curva $y = f(x)$ en $[0, a]$ es $\frac{af(a)}{n+1}$.