

1.- Determine el número n tal que

$$\sum_{k=1}^n k = 78$$

2.- Determine el número n tal que

$$\sum_{k=1}^n \frac{2k^2}{n(n+1)} = 305$$

3.- Se sabe que

$$\sum_{k=3}^{10} k^2 = 380 \quad \text{y} \quad \sum_{k=4}^{10} k = 49$$

con esto, determine el valor de

$$\sum_{k=1}^{10} (k-1)^2$$

4.- Sean $f(x) = x + 1$, $x_0 = 0$, $x_1 = \frac{1}{4}$, $x_2 = \frac{1}{2}$, $x_3 = \frac{3}{4}$, $x_4 = 1$. Determine

$$\sum_{k=0}^n f(x_k) x_k$$

5.- Considere el intervalo de la recta $[0, 1]$. Si

$$\mathcal{P}_1 = \left\{0, \frac{1}{5}, \frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, 1\right\} \quad \text{y} \quad \mathcal{P}_2 = \left\{-1, 0, \frac{1}{5}, \frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}\right\}$$

¿Es $\mathcal{P}_1$ una partición para $[0, 1]$? ¿Es $\mathcal{P}_2$ una partición para $[0, 1]$? (Justifique).

6.- Sea $[a, b]$ un intervalo. Si decimos que $\mathcal{P} = \{x_0, x_1, x_2, \dots, x_n\}$ es una partición de $[a, b]$, ¿cuántos elementos tiene la partición?, ¿cuántos subintervalos se generan con la partición?

7.- Sea $P = \{0; 0,2; 0,6; 1; 1,5; 2\}$ una partición de $[0, 2]$. Liste los subintervalos generados por P . determine cuál de ellos tiene la longitud más grande. Haga un bosquejo gráfico que muestre dicha partición.

8.- Considere $\mathcal{P} = \{2, \frac{12}{5}, \frac{14}{5}, \frac{16}{5}, \frac{18}{5}, 4\}$ ¿Es $\mathcal{P}$ una partición de un intervalo? Si su respuesta es afirmativa ¿de qué intervalo es tal partición?, en caso contrario justifique.

9.- Considere el intervalo $I = [0, 1]$. Se pretende encontrar una partición de I que genere tres subintervalos de longitud $\frac{1}{2}$. ¿Es esto posible? Justifique.

10.- Considere el intervalo, $I = [1, 10]$. Determine una partición de I tal que ésta genere dos subintervalos de igual longitud y los tres restantes de longitud menor a la de los otros dos.

11.- Considere los intervalos $I_1 = [0, 1]$, $I_2 = [2, 4]$ e $I_3 = [1, 3]$. Para cada uno de los intervalos:

(a) Determine una partición que genere 5 subintervalos.

(b) Determine una partición que genere 5 subintervalos de la misma longitud.

(c) Determine una partición marcada que genere 5 subintervalos de igual longitud, y la marca sea el extremo izquierdo de cada subintervalo.

(d) Determine una partición marcada que genere 5 subintervalos de igual longitud, y la marca sea el extremo derecho de cada subintervalo.

(e) Determine una partición marcada que genere 5 subintervalos de igual longitud, y la marca sea el punto medio de cada subintervalo.

12.- Sea $P = \{x_0, x_1, x_2, \dots, x_n\}$ una partición del intervalo $[a, b]$. Si sabemos que los intervalos generados por esta partición poseen igual longitud ¿Cuál es tal longitud?

13.- Evalúe la suma de Riemman para $f(x) = 3 - \frac{1}{2}x$, $2 \leq x \leq 14$, con seis subintervalos de igual longitud y marca el extremo izquierdo del subintervalo. Grafique.

14.- Si $f(x) = x^2 - 2x$, $0 \leq x \leq 3$, evalúe la suma de Riemann con $n = 4$ subintervalos de igual longitud, tomando la marca como el extremo derecho del subintervalo.

15.- En los siguientes ejercicios, haga un bosquejo gráfico de cada función f definida en el intervalo dado. Divida el intervalo en cuatro subintervalos de igual longitud. Añada a su gráfica los rectángulos

asociados a la suma de Riemann $\sum_{k=1}^4 f(t_k) \Delta x_k$, dado que t_k es:

(a) El extremo izquierdo de cada subintervalo. (c) El punto medio de cada subintervalo.

(b) El extremo derecho de cada subintervalo.

(Haga dibujos separados para cada conjunto de rectángulos). Calcule la suma de Riemann y diga que representa el valor determinado.

(a) $f(x) = x$; $[0, 3]$

(d) $f(x) = x^2$; $[0, 1]$

(g) $f(x) = -x^2$; $[0, 1]$

(b) $f(x) = 3 - x$; $[0, 3]$

(e) $f(x) = x^2 - 1$; $[0, 2]$

(h) $f(x) = x - 1$; $[0, 2]$

(c) $f(x) = x + 2$; $[2, 3]$

(f) $f(x) = x^2 - 4$; $[0, 4]$

(i) $f(x) = \sin(x)$; $[-\pi, \pi]$

16.- Halle la suma de Riemann para la función en el intervalo empleando la partición dada. Haga un bosquejo gráfico de la función en el intervalo dado que muestre los rectángulos cuyas medidas de área sean los términos de la suma de Riemann.

(a) $f(x) = x^2$, $I = [0, 3]$, $t_1 = \frac{1}{4}$, $t_2 = 1$, $t_3 = \frac{3}{2}$, $t_4 = \frac{5}{2}$, $\mathcal{P} = \{0, 1, \frac{5}{4}, \frac{9}{4}, 3\}$

(b) $f(x) = x^2$, $I = [0, 3]$, $t_1 = \frac{1}{2}$, $t_2 = 1$, $t_3 = \frac{7}{4}$, $t_4 = \frac{9}{4}$, $t_5 = \frac{11}{4}$, $\mathcal{P} = \{0, \frac{3}{4}, \frac{5}{4}, 2, \frac{11}{4}, 3\}$.

(c) $f(x) = 1/x$, $I = [1, 3]$, $t_1 = \frac{5}{4}$, $t_2 = 2$, $t_3 = \frac{5}{2}$, $t_4 = \frac{11}{4}$, $\mathcal{P} = \{1, \frac{5}{3}, \frac{9}{4}, \frac{8}{3}, 3\}$.

(d) $f(x) = x^3$, $I = [-1, 2]$, $t_1 = -\frac{1}{2}$, $t_2 = 0$, $t_3 = \frac{2}{3}$, $t_4 = 1$, $t_5 = \frac{3}{2}$, $\mathcal{P} = \{-1, -\frac{1}{3}, \frac{1}{2}, 1, \frac{5}{4}, 2\}$.

(e) $f(x) = x^2 - x + 1$, $I = [0, 1]$, $t_1 = 0,1$, $t_2 = 0,4$, $t_3 = 0,6$, $t_4 = 0,9$.

$$\mathcal{P} = \{0, 0,2, 0,5, 0,7, 1\}$$

(f) $f(x) = \frac{1}{x+2}$, $I = [-1, 3]$, $t_1 = -\frac{3}{4}$, $t_2 = 0$, $t_3 = \frac{1}{4}$, $t_4 = 1$, $t_5 = \frac{3}{2}$, $t_6 = 2$, $t_7 = \frac{5}{2}$, $t_8 = 3$.

$$\mathcal{P} = \left\{-1, -\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, 0, \frac{1}{2}, \frac{5}{4}, 2, \frac{9}{4}, 3\right\}$$