Polinomios

1.- Hallar las soluciones de la ecuación y expresarlas en la forma $a + bi$.

(a) $x^2 + 9 = 0$
(b) $9x^2 + 4 = 0$
(c) $x^2 + 4x + 5 = 0$
(d) $x^2 + 2x + 2 = 0$
(e) $x^2 + x + 1 = 0$
(f) $x^2 - 3x + 3 = 0$
(g) $2x^2 - 2x + 1 = 0$
(h) $2x^2 + 3 = 2x$
(i) $t + 3 + \dfrac{3}{t} = 0$
(j) $z + 4 + \dfrac{12}{z} = 0$
(k) $6x^2 + 12x + 7 = 0$
(l) $4x^2 - 16x + 19 = 0$
(m) $\dfrac{1}{2}x^2 - x + 5 = 0$
(n) $x^2 + \dfrac{1}{2}x + 1 = 0$

2.- Halle el valor de la expresión para el valor indicado.

(a) $x^2 - 2x + 3$, $x = 1 - i\sqrt{2}$
(b) $x^2 - 2x + 4$; $x = 1 - \sqrt{-3}$
(c) $4x^2 + 4x + 3$; $x = \frac{1}{2}(-1 + \sqrt{-2})$
(d) $3x^2 - 2x + 2$; $x = \frac{1}{3}(1 - \sqrt{-5})$

3.- Simplificar la expresión.

(a) $(i^4 + i^3 - i^2 + 1)^2$
(b) $(2i + 3i^3 - 4i^5 - i^7)^2$
(c) $(2i + 3i^2 + 4i^3 i^6)^3$
(d) $(i-1)^2 - (-i-1)^2 + i^4$

4.- Si $z = a + bi$ y $w = c + di$, demuestre cada expresión. (Recuerde $\overline{z}$ representa el complejo conjugado de z).

(a) $\overline{z} + \overline{w} = \overline{z + w}$
(b) $\overline{zw} = \overline{z}\,\overline{w}$
(c) $(\overline{z})^2 = \overline{z^2}$
(d) $z + \overline{z}$ es un número real.
(e) $z - \overline{z}$ es un número imaginario puro.
(f) $z\overline{z}$ es un número real.

5.- Considere el polinomio P.

(a) Encuentre los ceros de P, reales y complejos.

(b) Factorize a P por completo.

(1) $P(x) = x^4 + 4x^2$
(2) $P(x) = x^5 + 9x^3$
(3) $P(x) = x^3 - 2x^2 + 2x$
(4) $P(x) = x^3 + x^2 + x$
(5) $P(x) = x^4 + 2x^2 + 1$
(6) $P(x) = x^4 - x^2 - 2$
(7) $P(x) = x^4 - 16$
(8) $P(x) = x^4 + 6x^2 + 9$
(9) $P(x) = x^3 + 8$
(10) $P(x) = x^3 - 8$
(11) $P(x) = x^6 - 1$
(12) $P(x) = x^6 - 7x^3 - 8$

6.- Simplificar la expresión.

(a) $(i^4 + i^3 - i^2 + 1)^2$
(b) $(2i + 3i^3 - 4i^5 - i^7)^2$
(c) $(2i + 3i^2 + 4i^3 i^6)^3$
(d) $(i - 1)^2 - (-i - 1)^2 + i^4$

7.- Factorize por completo al polinomio y halle sus ceros. Exprese la multiplicidad de cada cero.

(a) $P(x) = x^2 + 25$
(b) $P(x) = 4x^2 + 9$
(c) $Q(x) = x^2 + 2x + 2$
(d) $Q(x) = x^2 - 8x + 17$
(e) $P(x) = x^3 + 4x$
(f) $P(x) = x^3 - x^2 + x$
(g) $Q(x) = x^4 - 1$
(h) $Q(x) = x^4 - 625$
(i) $P(x) = 16x^4 - 81$

(j) $Q(x) = x^3 - 64$
(k) $P(x) = x^3 + x^2 + x + 9$
(l) $P(x) = x^6 - 729$
(m) $Q(x) = x^4 + 2x^2 + 1$
(n) $P(x) = x^4 + 10x^2 + 25$
(ñ) $P(x) = x^4 + 3x^2 - 4$
(o) $P(x) = x^5 + 7x^3$
(p) $P(x) = x^5 + 6x^3 + 9x$
(q) $P(x) = x^6 + 16x^3 + 64$

8.- Encuentre un polinomio con coeficientes enteros que satisfaga las condiciones dadas.

(a) P tiene grado 2 y ceros $1 + i$ y $1 - i$.

(b) P tiene grado 2 y ceros $1 + i\sqrt{2}$ y $1 - i\sqrt{2}$.

(c) Q tiene grado 3 y ceros 3, $2i$ y $-2i$.

(d) Q tiene grado 3 y ceros 0 e i.

(e) Q tiene grado 3 y ceros 2 e i.

(f) Q tiene grado 3 y ceros -3 y $1 + i$.

(g) R tiene grado 4 y ceros $1 - 2i$ y 1, además 1 es un cero de multiplicidad 2.

(h) S tiene grado 4 y ceros $2i$ y $3i$.

(i) T tiene grado 4 y ceros i y $1 + i$ y término independiente 12.

(j) U tiene grado 5, ceros $\dfrac{1}{2}$, -1 e i, coeficiente líder 4 y el cero -1 tiene multiplicidad 2.

9.- Encuentre los ceros del polinomio.

(a) $P(x) = x^3 + 2x^2 + 4x + 8$
(b) $P(x) = x^3 - 7x^2 + 17x - 15$
(c) $P(x) = x^3 - 2x^2 + 2x - 1$
(d) $P(x) = x^3 + 7x^2 + 18x + 18$
(e) $P(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 2$
(f) $P(x) = x^3 - x - 6$
(g) $P(x) = 2x^3 + 7x^2 + 12x + 9$
(h) $P(x) = x^4 + x^3 + 7x^2 + 9x - 18$
(i) $P(x) = x^4 - 2x^3 - 2x^2 - 2x - 3$
(j) $P(x) = x^5 - x^4 + 7x^3 - 7x^2 + 12x - 12$
(k) $P(x) = x^5 + x^3 + 8x^2 + 8$
(l) $P(x) = x^4 - 6x^3 + 13x^2 - 24x + 36$
(m) $P(x) = x^4 - x^2 + 2x + 2$
(n) $P(x) = 4x^4 + 4x^3 + 5x^2 + 4x + 1$
(ñ) $P(x) = 4x^4 + 2x^3 - 2x^2 - 3x - 1$
(o) $P(x) = x^5 - 3x^4 + 12x^3 - 28x^2 + 27x - 9$
(p) $P(x) = x^5 - 2x^4 + 2x^3 - 4x^2 + x - 2$

10.- Considere el polinomio P.

1. Factorize P en factores lineales y cuadráticos irreducibles con coeficientes reales.
2. Factorize P por completo en factores lineales con coeficientes complejos.

(a) $P(x) = x^3 - 5x^2 + 4x - 20$
(b) $P(x) = x^3 - 2x - 4$
(c) $P(x) = x^4 + 8x^2 - 9$
(d) $P(x) = x^4 + 8x^2 + 16$
(e) $P(x) = x^6 - 64$
(f) $P(x) = x^5 - 16x$