Polinomios

1.- Determine cuáles de las siguientes expresiones son polinomios sobre $\mathbb{R}$. En caso afirmativo determine: el grado, el término independiente, el coeficiente líder y, en caso de ser necesario, ordene el polinomio y complete. En caso contrario, de la razón por la cual la expresión no es un polinomio.

(a) $3x^7 - 8x^2 + 5x^8 - 3$
(b) $\frac{1}{2}x^2 - 3x^4 - 2x^{-3} + 1$
(c) $\sqrt{2}x^3 + 8x^9 + 5x^4 - \frac{1}{3}x^4$
(d) $3x^2 - \frac{1}{3}x^4 + 2x + \frac{3}{4}x^5 + \frac{1}{3}$
(e) $\sqrt{2}x^3 + 8\sqrt{x} + 5x - \frac{1}{3}x^4$
(f) $3x^3 - 2x^2 - \sqrt{2}x^{-1} + 4$
(g) $4x^3 + 2\sqrt{2}x^2 - 4x + \sqrt{3}$
(h) $8x^4 + \frac{1}{2}x^{\sqrt{2}} - 3x + 5$
(i) $ax + b$
(j) $ax^2 + bx + c$
(k) $ax^3 + bx^2 + cx + d$
(l) $a_nx^n + a_{n-1}x^{n-1} + \cdots + a_1x + a_0$

2.- Determine los valores que deben asumir a y b, de manera que los polinomios

$$P(x) = (a+b)x^3 - 6x^2 + 4x + 1 \qquad \text{y} \qquad Q(x) = 2x^3 - 6x^2 + (5-b)x + 1$$

sean iguales.

3.- Determine los valores que deben asumir a y b, de manera que los polinomios

$$P(x) = (a+b)x^3 - 6x^2 + 2x + 1 \qquad \text{y} \qquad Q(x) = 4x^3 - 6x^2 + (1-b)x + 1$$

sean iguales.

4.- Determine los valores numéricos que se indican a continuación.

(a) $P(x) = 3x^2 - 4x + 2$; $P\left(\dfrac{1}{2}\right)$.
(b) $Q(x) = x^3 - 2x^2 + 3x - 12$; $Q(-1)$, $Q(0)$, $Q(1)$.
(c) $R(x) = 3x^4 + 2x^3 - x$; $R(0)$, $R(1)$, $R\left(\dfrac{1}{3}\right)$.
(d) $S(x) = \dfrac{1}{2}x^3 - \dfrac{2}{4}x^2 - x + 1$; $S(4)$, $S(2)$, $S\left(\dfrac{1}{2}\right)$.
(e) $T(y) = 5y^2 + ay - 4$; $T(0)$, $T(1)$, $T\left(\dfrac{3}{2}\right)$.

5.- En cada caso, determine el valor que debe asumir k, de modo que el valor numérico indicado para el polinomio sea el correcto.

(a) $P(x) = 2x^2 - 6x - k$, si $P(0) = 3$
(b) $P(x) = 2x^2 - 6x - k$, si $P(1) = 7$
(c) $P(x) = -2x^4 - 6x^3 + 5x - k$, si $P(-2) = 35$
(d) $P(x) = -\frac{1}{2}x^6 - 5x^4 + 5x^2 - k$, si $P(-4) = 58$
(e) $P(x) = 2x^3 + kx^2 - 2$, si $P(-1) = 0$
(f) $P(x) = -8x^4 - \frac{1}{4}x^2 - 12x + k$, si $P(\frac{1}{2}) = 125$

6.- Dados los polinomios $P(x) = 6x^4 - x^3 + 4x + 5$ y $Q(x) = 8x^3 + 2x^2 - x - 7$, determine el polinomio $R(x)$ tal que:

(a) $R(x) = P(x) + Q(x)$
(b) $R(x) = P(x) - Q(x)$
(c) $R(x) = -P(x) + Q(x)$
(d) $R(x) = P(x)Q(x)$
(e) $R(x) = -P(x)Q(x)$
(f) $R(x) = (2x-1) - P(x)Q(x)$
(g) $R(x) = (1-x)P(x) + 3Q(x)$
(h) $R(x) = (2-x)P(x) - (x+1)Q(x)$
(i) $2P(x) = -3R(x) + 3Q(x)$
(j) $R(x) = 2xP(x) - 3x^2Q(x)$

7.- Exprese cada uno de los siguientes productos como una expresión polinómica.

(a) $x(x-1)(x+1)$

(b) $3x(x^3+1)(x+1)$

(c) $x(x^2+4x-1)(x+2)$

(d) $3(x^2+3)(x+2)^2$

(e) $x^2(x+1)(x^2-1)$

(f) $(2x^2-4)^3(x-1)$

(g) $5(3x+2)(x^2-2)(x^2+x+1)$

(h) $(x^2-x-6)^2(x^2-3)(x^2+1)$

(i) $(x^3-x^2)(x^2-x)^2(x^2+4)$

8.- Determine el cociente y el resto que se obtiene al dividir $P(x)$ por $Q(x)$ si:

(a) $P(x)=3x^2+2x-1$; y $Q(x)=x+1$

(b) $P(x)=x^3+4x^2-3x+1$; y $Q(x)=x+5$

(c) $P(x)=x^3-2x^2+x-1$; y $Q(x)=x-2$

(d) $P(x)=-12x^4+6x^3-4x^2$; y $Q(x)=-2x^2$

(e) $P(x)=6x^5-9x^2+3x$; y $Q(x)=3x$

(f) $P(x)=x^3+2x^2+x-1$; y $Q(x)=x^2-1$

(g) $P(x)=3x^4+2x^3-x^2+x+12$; y $Q(x)=x^2-9$

(h) $P(x)=4x^4-3x^2+5x-7$; $Q(x)=2x^2+x-3$

(i) $P(x)=3x^4+2x^3-x^2+x+12$; y $Q(x)=x^3+2x-4$

(j) $P(x)=6x^4+7x^3+12x^2+10x+1$; y $Q(x)=2x^2+x+4$

(k) $P(x)=4x^4-x^3+x+5$; y $Q(x)=2x^2-x+3$

(l) $P(x)=4x^5-3x^3+5x^2-7$; $Q(x)=2x^2-3x+5$

(m) $P(x)=3x^2-8x^6-x+2$; y $Q(x)=2x^3-x+6$

(n) $P(x)=\frac{1}{2}-2x^4-3x^2-5x^7$; y $Q(x)=2-3x^2-x+x^4$

(ñ) $P(x)=x^3-2x^4-5x+4x^2$; y $Q(x)=x-3+2x^2$

9.- Utilice la división sintética para hallar el cociente y el resto.

(a) $(2x^3-x^2+3x+12)\div(x-4)$

(b) $(2x^4+5x^3-2x-1)\div(x+4)$

(c) $(3z^5+4z^4-4z^2+7)\div(z-2)$

(d) $(6x^3-x^2+2x+2)\div(x+\frac{1}{3})$

(e) $(x^7-1)\div(x-1)$

(f) $(y^3+4y^2+3y-6)\div(y-2)$

(g) $(x^3+4x^2-7)\div(x+3)$

(h) $(8x^3-6x^2+5x-3)\div(x-\frac{1}{4})$

(i) $(4x^6+21x^5-26x^3+27x)\div(x+5)$

10.- Liste los posibles ceros racionales de cada uno de los siguientes polinomios (No compruebe cuáles en realidad son ceros).

(a) $P(x)=x^3-4x^2+3$

(b) $Q(x)=x^4-3x^3-6x+8$

(c) $R(x)=2x^5+3x^3+4x^2-8$

(d) $S(x)=6x^4-x^2+2x+12$

(e) $T(x)=4x^4-2x^2-7$

(f) $U(x)=12x^5+6x^3-2x-8$