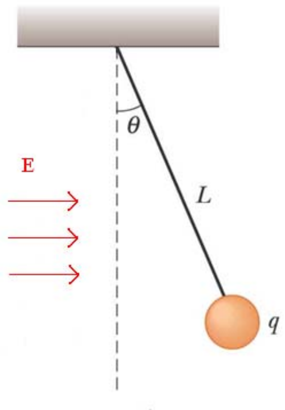
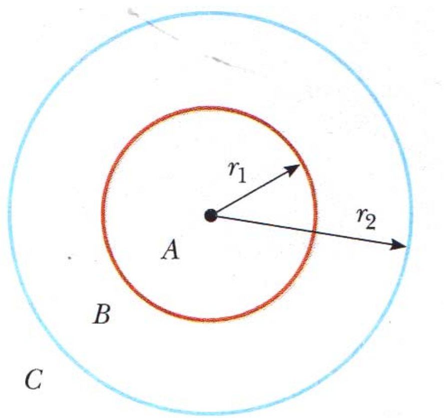
Segunda Tarea de Física 21 (Semestre A 2009 - Prof. S. Klarica)

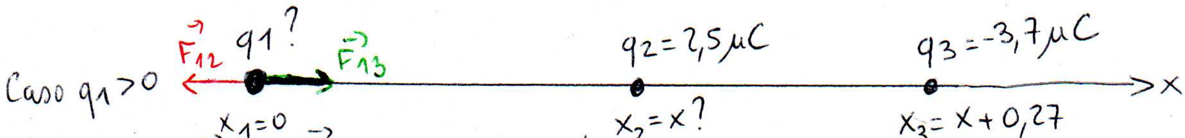
1. (3 puntos) Se colocan una carga de +2.5 μC y otra de -3.7 μC a una distancia de 27 cm. ¿Dónde se puede colocar una tercera carga para que ésta no experimente fuerza eléctrica neta?



2. (3 puntos) Una pequeña pelota de 10 gr. está suspendida por un hilo de 20 cm de largo en un campo eléctrico uniforme de magnitud 5×10^3 N/C, como se muestra en la figura siguiente. Si la pelota está en equilibrio cuando el hilo forma un ángulo con la vertical θ =20°, ¿Cuál es la carga neta de la pelota?
3. (4 puntos)En los vértices de un triangulo equilátero de 50 cm de longitud existen 3 partículas, cuyas cargas respectivas son de +2, -4, y 7 μC. (a) Calcule el campo eléctrico en la posición de la carga de +2 μC debido al campo de los dos otras cargas. (b) Determine la fuerza eléctrica ejercida sobre la carga de +2 μC.
4. (5 puntos) Una carga de 270 μC está ubicada en el centro de un cubo con una arista de 75 cm. (a) Calcule el flujo total a través de cada una de las caras del cubo. (b) Determine el flujo a través de la superficie total del cubo. (c) ¿Cambiarían sus respuestas en caso de que la carga no estuviera ubicada en el centro del cubo? Explique por qué.
5. (5 puntos) Imagine dos cascarones esféricos delgados y conductores, como se muestra en la figura anexa. El cascarón interno tiene un radio de r_1=10 cm y una carga de 15 nC. El cascarón externo tiene un radio de r_2=25 cm y una carga de -10 nC. Determine (a) el campo eléctrico $\vec{E}$ y (b) el potencial eléctrico V en las regiones A, B y C, siendo V=0 en r=∞



1º



caso $q_1 < 0$ $\vec{F}_{12}$ y $\vec{F}_{13}$ tienen dirección opuesta a caso $q_1 > 0$

Se busca la posición x para que

$$\vec{F}_{12} + \vec{F}_{13} = \vec{0}$$

$$\cancel{k}\,\frac{\cancel{q_1} q_2}{x^2} + \cancel{k}\,\frac{\cancel{q_1} q_3}{(x+0{,}27)^2} = 0$$

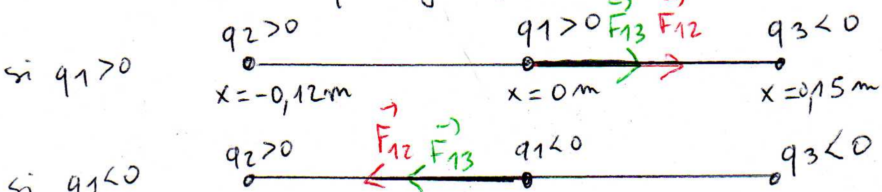
$$\frac{2{,}5 \cdot \cancel{10^{-6}}}{x^2} - \frac{3{,}7 \cdot \cancel{10^{-6}}}{(x+0{,}27)^2} = 0$$

$$2{,}5\,(x + 0{,}27)^2 - 3{,}7\,x^2 = 0$$

$$-1{,}2\,x^2 + 1{,}35\,x + 0{,}18225 = 0$$

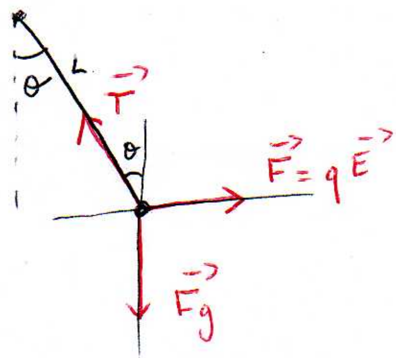
$$\text{Dos soluciones} \begin{cases} x = 1{,}24\ m \\ x' = -0{,}12\ m \end{cases}$$

La solución $x' = -0{,}12\,m$ es imposible porque q_1 quedaría entre q_2 y q_3 y las fuerzas no se podrían anular.



Entonces $\boxed{x = 1{,}24\,m}$ x: distancia entre q_1 y q_2

2°



$$\Sigma \vec{F} = \vec{0}$$

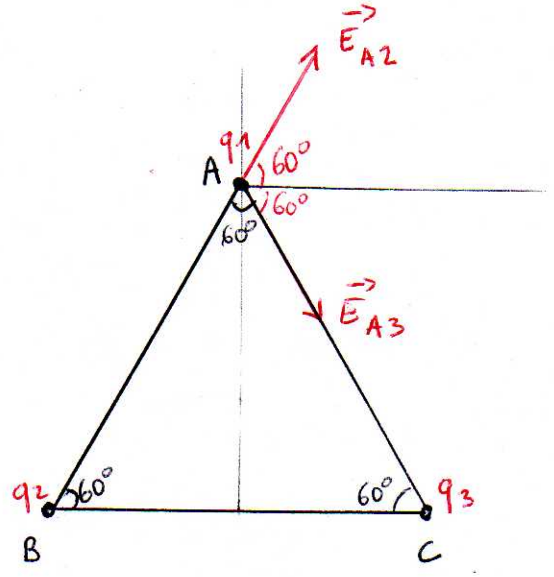
$$\begin{cases} F - T \operatorname{sen}\theta = 0 \\ T\cos\theta - mg = 0 \end{cases}$$ 1

$$T = \frac{mg}{\cos\theta} = \frac{0{,}01 \times 10}{\cos 20^\circ} = 0{,}106 \text{ N}$$ 0,5

$$F = T \operatorname{sen}\theta = 0{,}106 \operatorname{sen} 20^\circ = 0{,}0364 \text{ N}$$ 0,5

$$q = \frac{F}{E} = \frac{0{,}0364}{5.10^3} = 7{,}279 . 10^{-6} \text{ C}$$ 1

3º



$q_1 = +2\,\mu C$ en A

$q_2 = +7\,\mu C$ en B

$q_3 = -4\,\mu C$ en C

ⓐ En A, existe un campo eléctrico $\vec{E}_{A2}$ debido a q_2

$\vec{E}_{A3}$ ——— q_3

$$\boxed{E = k\,\frac{q}{r^2}}$$

El campo total $\vec{E}_A = \vec{E}_{A2} + \vec{E}_{A3}$

$$E_{A2} = \frac{9.10^9 \times (7{,}0.10^{-6})}{(0{,}5)^2} = 2{,}52.10^5\ N/C \quad (0{,}5)$$

$$E_{A3} = \frac{9.10^9 \times 4.10^{-6}}{(0{,}5)^2} = 1{,}44.10^5\ N/C \quad (0{,}5)$$

$$E_{Ax} = E_{A2}\cdot\cos 60^\circ + E_{A3}\cdot\cos 60^\circ = (E_{A2} + E_{A3})\cos 60^\circ$$

$$E_{Ax} = (2{,}52 + 1{,}44) \times 10^5 \times 0{,}5 = \boxed{1{,}98.10^5\ N/C}$$

$$E_{Ay} = E_{A2}\,\text{sen}\,60^\circ - E_{A3}\,\text{sen}\,60^\circ = (E_{A2} - E_{A3})\,\text{sen}\,60^\circ$$

$$E_{Ay} = (2{,}52 - 1{,}44)\,\text{sen}\,60^\circ = \boxed{0{,}935.10^5\ N/C}$$

$$E_A = \sqrt{E_{Ax}^2 + E_{Ay}^2} = \sqrt{(1{,}98)^2 + (0{,}935)^2}\cdot 10^5$$

$$\boxed{E_A = 2{,}189.10^5\ N/C} \quad (1)$$

ⓑ $\vec{F} = q_1\vec{E}_A$ $\quad q_1 > 0 \quad$ $\vec{F}$ en la misma dirección que $\vec{E}$ (1)

$$F = q_1 E_A = 2.10^{-6} \times 2{,}189.10^5 = \boxed{0{,}438\ N} \quad (1)$$

4°

LEY DE GAUSS:

El flujo neto a través de cualquier superficie cerrada es:

$$\phi_{neto} = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{int}}{\varepsilon_0} \quad 1$$

Como la carga está en el centro del cubo

$$\phi_{neto} = 6\ \phi_{cada\ cara}$$

$$\phi_{cada\ cara} = \int_{superficie} \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{int}}{6\varepsilon_0}$$

$$\phi_{cada\ cara} = \frac{270 \cdot 10^{-6}}{6 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12}} = 5{,}08 \cdot 10^{6}\ Nm^2/C \quad 1$$

$$\phi_{neto} = 6\ \phi_{cada\ cara} = 30{,}50 \cdot 10^{6}\ N\ m^2/C \quad 1$$

En caso de que la carga no estuviera ubicada en el centro del cubo, el flujo neto sigue el mismo 1, pero el flujo de cada cara sí cambiaría: ya en la integral $\int_{superficie} \vec{E} \cdot d\vec{A}$,

E depende de $r \Rightarrow$ distancia de la carga a la superficie. 1

5°

(a) * Región A : $0 < R < R_1$

No existe carga dentro de esta región, Entonces:

$E_0 = 0 \ N/C$

* Región B $R_1 \leq R < R_2$

cualquier superficie gaussiana esférica de radio R fuera del cascarón interna presenta un campo $E = k \dfrac{Q_1}{R^2}$

si $R = R_1 = 10 \text{ cm}$ $\qquad E_1 = \dfrac{9 \cdot 10^9 \times 15 \cdot 10^{-9}}{(0,1)^2} = 13500 \ N/C$

si $R = 24{,}99 \text{ cm}$ $\quad E_2 = 2161 \ N/C$

* Región C $R_2 \leq R < \infty$

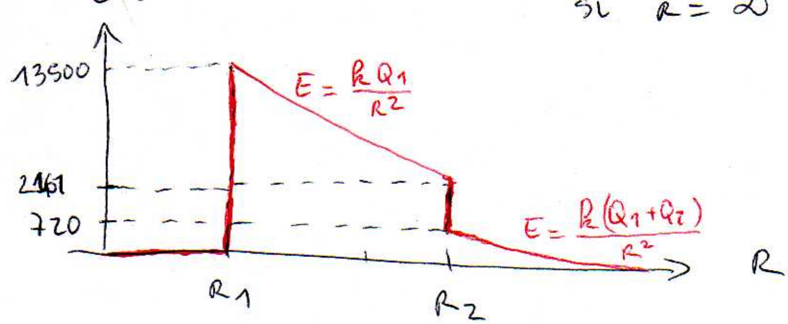
3

El campo eléctrico se debe a la carga dentro de una superficie gaussiana esférica de radio R $\quad Q = Q_1 + Q_2 = (15 - 10) \cdot 10^{-9} = 5 \cdot 10^{-9}$

$$E = k \frac{Q}{R^2}$$

si $R = R_2 = 25 \text{ cm}$ $\qquad E_2 = \dfrac{9 \cdot 10^9 \times 5 \cdot 10^{-9}}{(0,25)^2} = 720 \ N/C$

si $R = \infty$ $\qquad E = 0 \ N/C$



5° b) El potencial es cero en $R = \infty$

* Región C: $R_2 \leq R < \infty$

$$E = k\frac{Q}{R^2} \qquad V = k\frac{Q}{R} = k\left(\frac{Q_1+Q_2}{R}\right)$$

si $R = \infty$ $\quad V_\infty = 0\,V$

si $R = R_2$ $\quad V_2 = \dfrac{9 \cdot 10^9 \times 5 \cdot 10^{-9}}{(0{,}25)} = 180\,V$

* Región B: $R_1 \leq R < R_2$

2

$$V = k\frac{Q_1}{R}$$

si $R = R_1 = 10\,cm$, $V_1 = \dfrac{9 \cdot 10^9 \times 15 \cdot 10^{-9}}{0{,}1} = 1350\,V$

si $R = 24{,}99\,cm$, $V = \dfrac{9 \cdot 10^9 \times 15 \cdot 10^{-9}}{0{,}2499} = 540\,V$

* Región A: $E_A = 0\,N/C$ $\quad V_A = cte = 1350\,V$ si $0 < R < R_1$