Guía de Ejercicios

Matemática 11

Matemática 11

Resolver:

1) $5+3x<11$

2) $3-2y\geq 7$

3) $2u-11\leq 5u+6$

4) $5x+7>31-3x$

5) $3(2x-1)>4+5(x-1)$

6) $x+\dfrac{4}{3}>\dfrac{2x-3}{4}+1$

7) $\dfrac{1}{4}(2x-1)-x<\dfrac{x}{6}-\dfrac{1}{3}$

8) $(x+4)\dfrac{3}{2}\geq 2-\dfrac{1}{5}(1-4x)$

9) $\dfrac{y+1}{4}-\dfrac{y}{3}>1+\dfrac{2y-1}{6}$

10) $5-0.3t<2,1+0,5(t+1)$

11) $1,2(2t-3)\leq 2,3(t-1)$

12) $2(1,5x-2,1)+1,7\geq 2(2,4x-3,5)$

13) $5<2x+7<13$

14) $4\geq\dfrac{1-3x}{4}\geq 1$

15) $2x+1<3-x<2x+5$

16) $4-2x<x-2<2x-4$

17) $3x+7>5-2x\geq 13-6x$

18) $2x-3<1+x<3x-1$

19) $3x-5<1+x<2x-3$

20) $5x-7\geq 3x+1\geq 6x-11$

21) $(x-2)(x-5)<0$

22) $(x+1)(x-3)\leq 0$

23) $(2x-5)(x+3)\geq 0$

24) $(3x-1)(x+2)>0$

25) $x^2-7x+12\leq 0$

26) $9x>x^2+14$

27) $x(x+1)<2$

28) $x(x-2)\geq 3$

29) $y(2y+1)>6$

30) $3y^2\geq 4-11y$

31) $(x+2)(x-3)>2-x$

32) $x^2\geq 4$

33) $x^2+3>0$

34) $x^2-6x+9\leq 0$

35) $x^2+2x+1>0$

36) $x^2+13<6x$

37) $9x^2<16$

38) $x^2+4<4x$

39) $x^2+9\geq 6x$

40) $x^2+7>4x$

41) $|2x+5|=7$

42) $|x+2|=|3-x|$

43) $|3x-2|=x-4$

44) $|x-3|+7=0$

45) $|2x+1|+|3x-2|=0$

46) $|2x-6|\leq 3$

47) $5+2|3-2x|<7$

48) $5-2|3-2x|\leq 1$

49) $7+|3x-5|\leq 5$

50) $|3x-13|+6\geq 0$

51) $\dfrac{x+3}{x-2}<5$

Resolver y Factorizar:

52) $6x^4 + 5x^3 - 16x^2 - 9x - 10 = 0$

53) $x^5 - 13x^3 + 36x = 0$

54) $x^4 - 6x^3 + 13x^2 - 24x + 36 = 0$

55) $x^4 - 4x^3 - 7x^2 + 22x + 24 = 0$

56) $3x^3 - 14x^2 - 3x - 10 = 0$

57) $2x^4 + 5x^3 - x^2 + 5x - 3 = 0$

58) Construir un polinomio de grado 3 tal que $p(2) = p(-3) = 0$ y $p(1) = -8$

59) Construir un polinomio cúbico $p(x)$ con raíces $1, -1, 2$ y $p(0) = -4$

60) Hallar los valores de m y n para que $3x^3 + mx^2 + nx + 12$ sea divisible por $(x-2)(x-3)$. Hallar la tercera raíz

Descomponer en fracciones simples:

61) $\dfrac{5x-3}{(x-2)(x+3)(x-5)}$

62) $\dfrac{4x^2+2x-7}{(x-3)^2(x-1)(x-5)}$

63) $\dfrac{2x^2+3x+1}{x^3-5x^2}$

64) $\dfrac{2x^2-3x+2}{x^3+5x^2+6x}$

65) $\dfrac{x+3}{x^2-4x+4}$

66) $\dfrac{3x-8}{x^2+3x-10}$

67) $\dfrac{x^2-2x+1}{2x^3+6x^2-20x}$

68) $\dfrac{3x+2}{6x^2+7x-5}$

69) $\dfrac{7x^2-40x+63}{x^3-6x^2+9x}$

70) $\dfrac{8x^2+35}{x^3+5x^2}$

Problemas de aplicación

1. Un fabricante de cierto artículo puede vender todo lo que produce al precio de \$60 cada artículo.Gasta \$40 en materia prima y mano de obra al producir cada artículo y tiene costos adicionales fijas de \$3000 a la semana. Encuentre el número de unidades que deberá producir y vender para obtener una utilidad de al menos \$1000 a la semana.

2. Un fabricante puede vender todas las unidades que produce al precio de \$30 cada una. Tiene costos fijos de \$12000 al mes y además, le cuesta \$22 producir cada artículo.¿Cuántas unidades debe producir y vender al mes la compañía para obtener utilidades?.

3. Un editor puede vender 12000 ejemplares de un libro al precio de \$25 cada uno.Por cada dólar de incremento en el precio , las ventas bajan en 400 ejemplares.¿Qué precio máximo debería fijarse a cada ejemplar con objeto de lograr ingresos por lo menos de \$300.000?

4. La señora Ruíz quiere invertir \$60.000. Ella puede escoger los bonos emitidos por el gobierno que ofrecen un interés del 8% ó con un mayor riesgo, los bonos hipotecarios con un 10% de interés.Ella quiere invertir un mínimo en bonos hipotecarios y el resto en los bonos emitidos por el gobierno para recibir un ingreso actual de al menos \$5.500.¿Qué cantidad mínima deberá invertir en bonos hipotecarios?.

5. Una empresa alquila automóviles a sus clientes de acuerdo con dos planes. El primero puede alquilar un auto en 160\$ a la semana con kilometraje ilimitado, mientras que el segundo plan renta el mismo vehículo por 100\$ a la semana más 25c por cada kilómetro recorrido. Encuentre los valores de kilometraje semanal para los cuales es más barato alquilar un automóvil con el segundo plan.

6. Un fabricante de aparatos de alta fidelidad puede vender todas las unidades producidas al precio de 150\$ c/u tiene costos fijos a la semana de \$15000 y costos por unidad de \$100 en materiales y mano de obra. Determine el número de aparatos de alta fidelidad que deberá fabricar y vender cada semana con el propósito de obtener utilidades semanales de \$1000.

7. Una empresa automotriz desea saber si le conviene fabricar sus propias correas para el ventilador, que ha estado adquiriendo de proveedores externos a $\$2,50$ c/u. La fabricación de las correas por la empresa incrementará sus costos fijos en \$1500 al mes, pero solo le costará $\$1,70$ fabricar cada correa.¿Cuántas correas debe utilizar la empresa cada mes para justificar la fabricación de sus propias correas? (más de

8. Al precio p por unidad, x unidades de cierto artículo pueden venderse al mes en el mercado, con $p = 600 - 5x$ ¿Cuántas unidades deberán venderse cada mes con objeto de obtener ingresos por lo menos de \$18000?

9. Un fabricante puede vender todas las unidades de un producto a \$25 cada una. El costo C(en dólares) de producir x unidades cada semana está dado por $C = 3000 + 20x - 0,1x^2$.¿Cuántas unidades deberán producirse y venderse a la semana para obtener alguna utilidad.?

Respuestas de aplicaciones

1) $x \geq 20$	2) $x > 1500$	3) 30\$
4) 35.000\$	5) $x < 240$	6) $x > 320$
7) $x > 1875$	8) 60 unidades	9) más de 150

Matemática 11 **Rectas y Cónicas**

I. a) Encontrar las ecuaciones de las rectas que pasan por el punto P dado y la pendiente m dada.

(1) $P(2,1), m = 5$

(2) $P(1,-2), m = -3$

(3) $P(3,-4), m = 0$

(4) $P(2,-3), m = 2/3$

b) Hallar las ecuaciones de las rectas que pasan por los puntos dados.

(5) $(3,1)$, $(4,5)$

(6) $(3,-2)$, $(3,7)$

(7) $(0,5)$, $(4,5)$

(8) $(0,0)$, $(5,-1)$

c) Hallar las ecuaciones de las rectas de pendiente m dada y ordenada en el origen b dada.

(9) $m = -2$, $b = 5$

(10) $m = 1/3$, $b = -4$

(11) $m = 3$, $b = 0$

(12) $m = -1/2$, $b = 5$

d) Encontrar las ecuaciones de las rectas que pasan por el punto P dado y son paralelas a la recta r dada.

(13) $P(2,-1)$, $r : 3x + y - 2 = 0$

(14) $P(-1,2)$, $r : x = 5$

(15) $P(-1,-2)$, $r : x - 3y + 2 = 0$

(16) $P(-2,-5)$, $r : y = 2$

e) Hallar las ecuaciones de las rectas que pasan por el punto P dado y son perpendiculares a la recta r dada.

(17) $P(5,1)$, $r : 2x - 3y + 4 = 0$

(18) $P(1,3)$, $r : x = -1$

(19) $P(3,1)$, $r : 3x - 4y + 2 = 0$

(20) $P(-1,-5)$, $r : y = 2$

II. Determinar si las siguientes rectas son paralelas, intersectantes ó ninguno de estos tipos , si son intersectantes, hallar el punto de intersección y determinar si son perpendiculares.

(21) $2x + 3y = 6$, $3x - 2y = 6$

(22) $y = 2x + 3$, $x = 2y + 3$

(23) $3x + 5t = 12$, $4x = 5$

(24) $x = -2 - 3y$, $2x + 6y = 5$

(25) $5x - 7y + 2 = 0$, $15x - 2 + y = 7$

III. a) Hallar la distancia entre el punto P dado y la recta r dada.

(26) $P(1,5)$, $r : 5x - 2y + 3 = 0$

(27) $P(3,-1)$, $r : x + 2y - 1 = 0$

(28) $P(1,1)$, $r : x = 5$

(29) $P(3,-4)$, $r : y = -1$

b) Hallar la distancia entre las rectas dadas.

(30) $2x + 3y = 2$, $4x + 6y = 5$

(31) $4x - y = 8$, $8x - 2y = 10$

IV. Dibujar la gráfica

(32) $2x - y + 5 < 0$

(33) $3x + 4y + 12 \geq 0$

(34) $4x - y \leq 0$

(35) $x - y + 5 > 0$ y $2x - y \leq 0$

V. a) Hallar la ecuación de la circunferencia que satisface las condiciones dadas y graficarla .

(36) C(3,-5) , es tangente al eje y

(37) Los extremos de un diámetro son $A(4,2), B(8,6)$

(38) Pasa por los puntos $A(4,2), B(8,6)$, y $C(-2,0)$

b) Hallar la ecuación de la parábola que satisface las condiciones dadas y graficarla.

(39) $F(-2,4)$, $V(-2,3)$

(40) $V(5,-2)$, directriz $x = 1$

(41) $F(-2,3)$, directriz $y = -2$

c) Hallar la ecuación de la elipse que satisface las condiciones dadas y graficarla.

(42) $V_1(2,5)$, $V_2(2,-3)$, $F_1(2,4)$

(43) $V_1(0,0)$, $V_2(-8,0)$, eje menor 6

(44) $F_1(3,2)$, $F_2(3,8)$, semi-eje menor 8

VI. Hallar todos los elementos de las siguientes cónicas y graficarlas

(45) $y^2 + 8x - 6y + 1 = 0$

(46) $25x^2 + 16y^2 + 50x - 64y - 311 = 0$

(47) $2x^2 + 2y^2 + 3x + 5y + 2 = 0$

(48) $4x^2 + 9y^2 + 8x - 36y + 4 = 0$

(49) $3x^2 + 3y^2 + 4y - 7 = 0$

(50) $x^2 + 6x - 8y + 1 = 0$

(51) $2x^2 + 3y^2 - 8x - 6y - 13 = 0$

(52) $16x^2 + 16y^2 - 24x - 7 = 0$

(53) $y^2 - 4x + 10y + 5 = 0$

(54) $y = x^2 - 2x + 3$

(55) $y = -x^2 + 6x + 4$

Respuestas Rectas y Cónicas

1) $5x - y - 9 = 0$

2) $3x + y - 1 = 0$

3) $y + 4 = 0$

4) $2x - 3y - 13 = 0$

5) $4x - y - 11 = 0$

6) $x = 3$

7) $y = 5$

8) $x + 5y = 0$

9) $2x + y - 5 = 0$

10) $x - 3y - 12 = 0$

11) $3x - y = 0$

12) $x + 2y - 10 = 0$

13) $3x + y - 5 = 0$

14) $x = -1$

15) $x - 3y - 5 = 0$

16) $y = -5$

17) $3x + 2y - 17 = 0$

18) $y = 3$

19) $4x + 3y - 15 = 0$

20) $x = -1$

21) $\perp. \left(\dfrac{30}{13}, \dfrac{6}{13}\right)$

22) $(-3, -3)$

23) $\left(\dfrac{5}{4}, \dfrac{33}{20}\right)$

24) $//$

25) $//$

26) $\dfrac{2}{\sqrt{29}}$

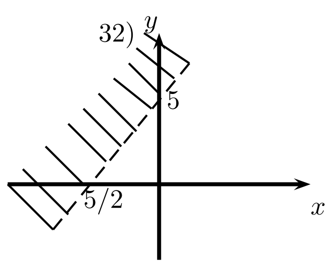
27) 0

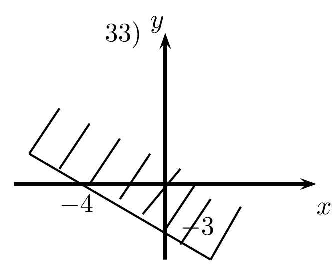
28) 4

29) 3

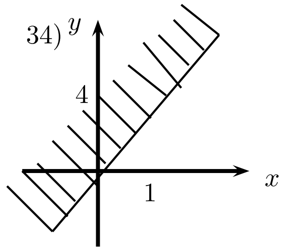
30) $\dfrac{1}{\sqrt{52}}$

31) $\dfrac{3}{\sqrt{17}}$

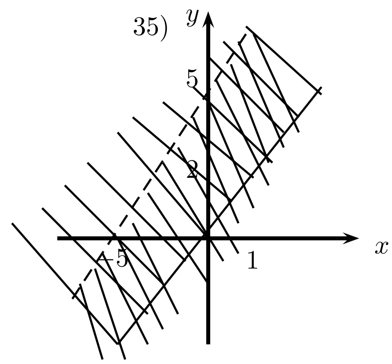




34)



35)



36) $x^2 + y^2 - 6x + 10y + 25 = 0$

37) $x^2 + y^2 - 12x - 8y + 44 = 0$

38) $x^2 + y^2 - 4x - 6y - 12 = 0$

39) $x^2 + 4x - 4y + 16 = 0$

40) $y^2 + 4y - 16x + 84 = 0$

41) $x^2 + 4x - 10y + 9 = 0$

42) $16x^2 + 7y^2 - 64x - 14y - 41 = 0$

43) $9x^2 + 16y^2 + 72x = 0$

44) $25x^2 + 16y^2 - 150x - 160y + 225 = 0$

45) Parábola $\supset$ $V(1,3)$ $p = -2$

46) Elipse $C(-1,2)$ $a = 5$, $b = 4$

47) Circunferencia $C(-3/4, -5/4)$ $r = \dfrac{3}{\sqrt{8}}$

48) Elipse $C(-1,2)$ $a = 3$, $b = 2$

49) Circunferencia $C(0, -2/3)$ $r = \dfrac{5}{3}$

50) Parábola $\cup$ $V(-3,-1)$ $p = 2$

51) Elipse $C(2,1)$ $a = \sqrt{12}$, $b = \sqrt{8}$

52) Circunferencia $C(3/4, 0)$ $r = 1$

53) Parábola $\cup$ $V(-5,-5)$ $p = 1$

54) Parábola $\cup$ $V(1,2)$ $p = 1/4$

55) Parábola $\cap$ $V(3,13)$ $p = -1/4$

Aplicaciones

1. Un fabricante tiene costos fijos de \$3000 y costos variables de \$25 por unidad. Encuentre la ecuación que relacione los costos con la producción.¿Cuál es el costo de producir 100 unidades?

2. Una industria extractiva encuentra que puede producir 7 toneladas de mineral a un costo de \$1500 y 15 toneladas a un costo de \$1800. Suponiendo un modelo de costo-producción lineal determine el costo fijo y los costos variables.¿Cuál será el costo de producir 20 toneladas de mineral?

3. Un fabricante de televisores advierte que un precio de \$500 por televisor las ventas ascienden a 2000 televisores al mes. Sin embargo, a \$450 por televisor las ventas son 2400 unidades.Determine la ecuación de demanda suponiendo que es lineal.

4. A un precio de $\$2,50$ por unidad, una empresa ofrecerá 8000 camisetas al mes; a \$4 cada unidad la misma empresa producirá 14000 camisetas al mes. Determine la ley de oferta, suponiendo que es lineal.

5. Los costos fijos para producir cierto artículo son de \$5000 al mes y los costos variables son de $\$3,50$ por unidad. Si el productor vende cada uno a $\$6,00$.

   a) Encuentre el punto de equilibrio.

   b) Determine el número de artículos que deben producirse y venderse al mes para obtener una utilidad de \$1000 mensuales.

   c) Obtenga la pérdida cuando sólo 1500 unidades se producen y venden cada mes.

6. El costo de producir x artículos está dado por $y_c = 2,8x + 600$ y cada artículo se vende a $\$4,00$.

   a) Encuentre el punto de equilibrio.

   b) Si se sabe que al menos 450 unidades se venderán ¿Cuál debería ser el precio fijado a cada artículo para garantizar que no hayan pérdidas?

7. Encuentre el precio y la cantidad de equilibrio de las curvas de demanda y oferta siguiente.

$$a) D : 2p + 3x = 100 \ , \quad s : p = \frac{1}{10}x + 2$$
$$b) D : 4p + x = 50 \ , \quad s : 6p - 5x = 10$$

8. Juan compró un automóvil nuevo por \$10.000.¿Cuál es el valor v del automóvil después de t años, suponiendo que se desprecia linealmente cada año a una tasa de 12% de su costo original?¿Cuál es el valor del automóvil después de 5 años?

9. Una empresa compró maquinaria nueva para \$15000. Si se deprecia linealmente en \$750 al año y si tiene un valor de desperdicio \$2250 ¿Por cuánto tiempo estará la máquina en uso? ¿Cuál será el valor de v de la maquinaria después de t años , y después de 6 años?.

10. Una tienda vende dos tipos de café, uno a $\$2,00$ el kilo y el otro a $\$1,50$ el kilo. El propietario de la tienda produce 50 kilos de una mezcla de café mezclando éstos dos tipos de café y vendiendo a $\$1,60$ el kilo.¿Cuántos kilos de café de cada tipo deberá mezclar para no alterar los ingresos?

11. Un sujeto invierte \$200 en el fondo de una cooperativa que paga un interés simple de 10% al año.¿Cuál es el valor de la inversión.

    a) Después de t años

    b) Al cabo de 5 años ?

12. Determine la tasa de interés simple para la cual \$1200 aumenta a \$1380 en 3 años.

13. Un fabricante puede producir radios a un costo de \$10 la unidad y estima que si se venden a x dólares cada uno, los consumidores comprarán aproximadamente $80 - x$ radios cada mes. Expresar la utilidad mensual del fabricante como una función del precio x. Dibujar la gráfica de ésta función y determinar el precio al cual la utilidad del fabricante será la mayor.

14. El costo promedio por unidad (en dólares) al producir x unidades de cierto artículo es $c = 20 - 0,06x + 0,002x^2$ ¿Qué número de unidades producidas minimizarán el costo promedio? ¿Cuál es el correspondiente costo mínimo por unidad?.

Respuestas de aplicaciones

1) $y = 25x + 3.000$, $\$5500$

2) $\$1237,5$ $\$37,5/unidad$, $\$1987,5$

3) $y = -8x + 6000$

4) $y = 4000X - 2000$

5) $\$2000$, $\$2400$, $\$1250$

6) $\$500$, $\$4,14$

7) $a)$ $x = 30$, $p = 5$, $b)$ $x = 10$, $p = 10$

8) $v = 10000 - 1200t$, $\$4000$

9) 17años , $\$10500$

10) $10k$, $40k$

11) $v = 200 + 20t$, $\$300$

12) 5%

13) $\$35$

14) 15 , $\$19,55$

Funciones

1. Hallar el dominio de las siguientes funciones:

(a) $f(t) = 2t^2 + 3t + 7$ (b) $f(x) = \sqrt{x^2 + 16}$

(c) $F(y) = -\sqrt{3y - 1}$ (d) $f(u) = -\sqrt{x - 3}$

(e) $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$ (f) $f(x) = \ln(5 - x)$

(g) $D(p) = \dfrac{2p + 3}{p - 1}$ (h) $g(x) = \dfrac{x + 1}{x^2 - 3x + 2}$

(i) $F(u) = \dfrac{u + 2}{u^2 + 1} + e^{5x}$ (j) $f(x) = \ln(x + 1) + \sqrt{x - 5}$

(k) $f(x) = \dfrac{\sqrt{x + 5}}{4x^2 - 9}$ (l) $f(x) = \dfrac{\sqrt{x}}{\ln(x + 6)}$

2. Hacer la gráfica, hallar el dominio, el rango y calcular las imágenes de los x indicados.

a) $f(x) = \begin{cases} 4x + 3 & \text{si} \quad -2 \le x < 0 \\ 1 + x^2 & \text{si} \quad 0 \le x \le 2 \\ 7 & \text{si} \quad x > 2 \end{cases}$ $\qquad x = -2, -1, 0, 1, 2, 5$

b) $f(x) = \begin{cases} 2x - 3 & \text{si} \quad x > 5 \\ 6 - 3x & \text{si} \quad x < 5 \end{cases}$ $\qquad x = 3, 5, 8$

3. Hallar el valor mínimo ó máximo, según el caso de las siguientes funciones.

(a) $f(x) = x^2 - 3x$ (b) $f(x) = 1 - x - x^2$

(c) $f(x) = 2x - 5x^2$ (d) $f(x) = 3x^2 + x - 1$

4. Calcular la suma, la diferencia , el producto y el cociente de las funciones dadas

(a) $f(x) = x^2$, $g(x) = \dfrac{1}{x - 1}$ (b) $f(x) = x^2 + 1$, $g(x) = \sqrt{x}$

(c) $f(x) = \sqrt{x - 1}$, $g(x) = \dfrac{1}{x + 2}$ (d) $f(x) = 1 + \sqrt{x}$, $g(x) = \dfrac{2x + 1}{x + 2}$

(e) $f(x) = \ln x + 2$, $g(x) = 2 - x$

5. Dadas las funciones f y g, determinar $(g\circ f)(x)$ y $(f\circ g)(x)$ y evaluar, si es posible , $(f\circ g)(1)$, $(f\circ g)(1/4)$, $(f\circ g)(-1)$, $(f\circ g)(+4)$, $(g\circ f)(0)$ $(g\circ f)(3/2)$, $(g\circ f)(-1)$, $(g\circ f)(-1/2)$

   (a) $f(x)=\dfrac{1}{2x+1}$, $g(x)=-\sqrt{x}$ $\qquad$ (b) $f(x)=2+\sqrt{x}$, $g(x)=(x-2)^2$

   (c) $f(x)=\dfrac{1}{x+1}$, $g(x)=\sqrt{x}+1$ $\qquad$ (d) $f(x)=x^2+1$, $g(x)=x-3$

   (e) $f(x)=3x-1$, $g(x)=\dfrac{x+1}{3}$ $\qquad$ (f) $f(x)=4$, $g(x)=x^2$

6. Hallar la inversa. si es necesario efectuando una restricción del dominio. Hacer la gráfica de la función y su inversa y graficarlas

   (a) $p=4-\dfrac{2}{5}x$ $\qquad$ (b) $q=3p+6$

   (c) $y=\sqrt{3x-4}$ $\qquad$ (d) $y=\sqrt{4-x}$

   (e) $y=-\sqrt{2-x}$ $\qquad$ (f) $y=\sqrt{1-x^2}$

   (g) $y=(x+1)^2$ $\qquad$ (h) $y=|x-1|$

Problemas de Aplicación

1. Un céntrico estacionamiento tiene una tarifa de \$2, 00 por la primera hora y \$1, 00 para cada hora adicional ó porción de ella hasta un máximo de \$6, 00 al día. Exprese las tarifas de estacionamiento totales E en dólares como función del número de horas en que automóvil se encuentra estacionado al día.

2. Un vendedor tiene un salario base de \$1000 al mes más una comisión de 8% de las ventas totales que realiza por arriba de \$6000. Exprese sus ingresos mensulaes E como una función de x, en donde x son las ventas mensuales totales en dólares.

   a) ¿Cuál es el dominio de esta función?

   b) ¿Cuál será su salario total cuando realiza ventas por \$5000 y \$8000.

   $$E=\begin{cases}1000 & \text{si } \ 0\le x\le 6000\\ \\ 520+0,08x & \text{si } \ x>6000\end{cases}$$

3. Un fabricante puede vender x unidades de su producto a un precio p por unidad, en donde $2p+0,05x=8$. Como una función de la cantidad x demandada en el mercado, el ingreso I está dado por $I=4x-0,025x^2$.¿En qué forma depende I del precio p?.

4. Un fabricante puede vender 300 unidades de su producto al mes a un costo de \$20 por unidad y 500 unidades a un costo de \$15 por unidad. Exprese la demanda del mercado x, el número de unidades que pueden venderse al mes, como una función del precio por unidad, suponiendo que es una función lineal.Exprese los ingresos como:

   a) Una función de precio

   b) Una función de x.

5. El número y de unidades vendidas cada semana de cierto producto depende de la cantidad x(en dólares) gastada en publicidad y está dada por $y = 70 + 150x - 0.3x^2$.¿Cuánto deberían gastar a la semana en publicidad con objeto de obtener un volumen de ventas máximo?.¿Cuál es este volumen de ventas máximo?.

6. Si un editor fija el precio de un libro en \$20 cada uno, venderá $10,000$ ejemplares. Por cada dólar de incremento en el precio, las ventas bajan en 400 copias.¿Qué precio debería fijar a cada libro de modo que el ingreso sea máximo?.¿Cuál es el valor de este ingreso máximo?

7. Los costos fijos semanales de una empresa por su producto son \$200, y el costo variable por unidad es de $\$0,70$. la empresa puede vender x unidad a un precio de $\$p$ por unidad en donde $2p = 5 - 0,01x$.¿Cuántas unidades deberán producirse y venderse a la semana de modo que obtengamos
   (a) Ingresos máximos (b) Utilidad máxima

8. La ecuación de demanda de cierto producto está dada por $p\ln(x+1) = 500$ en donde x unidades pueden venderse al precio de $\$p$ cada una.

   a) ¿Cuántas unidades, a la unidad más próxima, pueden venderse si el precio por unidad es de \$62.50?

   b) ¿A qué precio p por unidad se venderán 5000 unidades.

9. (Ingreso máximo) El ingreso mensual por concepto de la venta de x unidades de cierto artículo está dado por $R(x) = 12x - 0.01x^2$ dólares. Determine el número de unidades que deben venderse cada mes con el propósito de maximizar el ingreso. ¿Cuál es el correspondiente ingreso máximo?.

10. (Utilidad máxima) La utilidad $P(x)$ obtenida por fabricar y vender x unidades de cierto producto está dado por

$$P(x) = 60x - x^2$$

Determine el número de unidades que deben producirse y venderse con objeto de maximizar la utilidad. ¿Cuál es esta utilidad máxima?

11. (Ingresos y utilidad máximas) Una empresa tiene costos fijos mensuales de \$2000 y el costo variable por unidad de su producto es de \$25

   a. Determine la función de costo.

   b. El ingreso I obtenido por vender x unidades está dado por $I(x) = 60x - 0.01x^2$. Determine el número de unidades que deben venderse al mes de modo que maximicen el ingreso.¿Cuál es este ingreso máximo?

Respuestas de aplicaciones

1) $E = x + 1 \quad x = 1, 2, 3, 4, 5$	2)
3) $I = 160p - 40p^2$	4)
5) \$250 , $18,820$ unidades	6)22.5\$, $202,500$\$
7) 250 , 180	8) a)2980 unidades $\quad$ b)\$58, 70)
9) $R = 600$; $\quad R_{\text{máx}}$ \$3600	10) $R = 30$; $\quad U_{\text{máx}}$ \$900

11) a) $C(x) = 25x + 2000$; $\quad b$) 3000 ; $\quad R_{\text{máx}}$ \$90000

Guía de respuestas

1.

a) $\mathbb{R}$	*b*) $\mathbb{R}$	*c*) $[1/3, \infty)$
d) $[3, +\infty)$	*e*) $[-2, 2]$	*f*) $(-\infty, 5)$
g) $\mathbb{R} - \{1\}$	*h*) $\mathbb{R} - \{1, 2\}$	*i*) $\mathbb{R}$
j) $[5, +\infty)$	*k*) $[5, +\infty) - \{\pm 3/2\}$	*l*) $\mathbb{R}_0^+$

2. a) $f(x) = 4x + 3 \qquad (-2 \leq x < 0)$

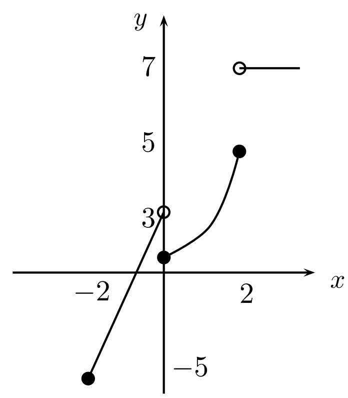
$D_f = [-2, +\infty)$

$R_f = [-5, 5] \cup \{7\}$

$f(-2) = -5 \quad f(1) = 2$

$f(-1) = -1 \quad f(2) = 5$

$f(0) = 1 \quad f(5) = 7$



2. b)

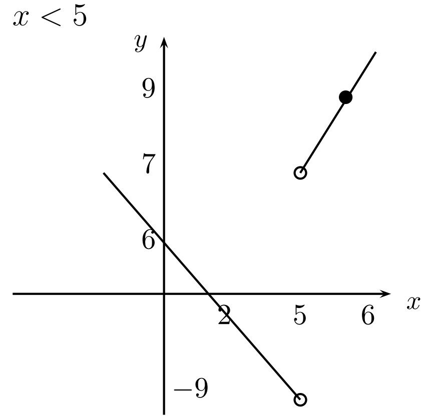
$$f(x) = \begin{cases} 2x - 3 & \text{si} \quad x > \\ 6 - 3x & \text{si} \quad x < 5 \end{cases}$$

$D_f = \mathbb{R} - \{5\}$

$f(3) = -3$

$f(5)$ no existe

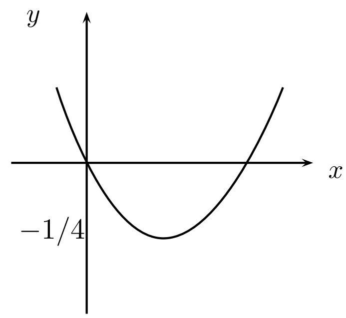
$f(8) = 13$



3. a)

$f(x) = x^2 - 3x$

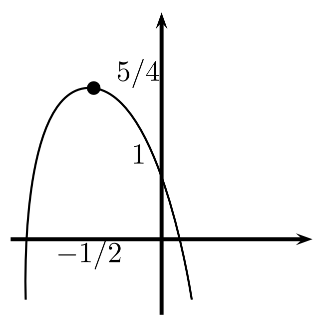
El mínimo es $-9/4$



3. b)

$f(x) = 1 - x - x^2$

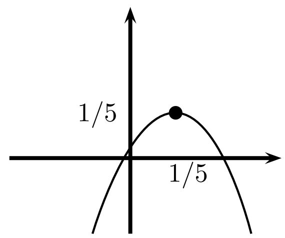
El máximo es $5/4$



3. c)

$f(x) = 2x - 5x^2$

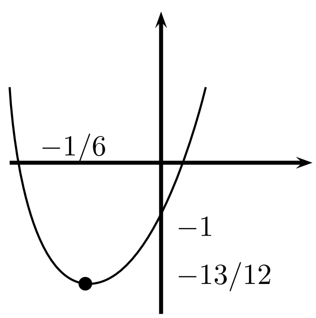
El máximo es $1/5$



3. d)

$f(x) = 3x^2 + x - 1$

El mínimo es $13/12$



4.

$$\begin{aligned} a)\ D_{f\pm g} &= D_{f.g} = \mathbb{R} - \{1\} \\ D_{f/g} &= \mathbb{R} - \{1\} \\ D_{g/f} &= \mathbb{R} - \{0,1\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b)\ D_{f\pm g} &= D_{f.g} = \mathbb{R}_0^+ \\ D_{f/g} &= \mathbb{R}^+ \\ D_{g/f} &= \mathbb{R}_0^+ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c)\ D_{f\pm g} &= D_{f.g} = [1,+\infty) \\ D_{f/g} &= [1,+\infty) \\ D_{g/f} &= (1,+\infty) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} d)\ D_{f\pm g} &= D_{f.g} = \mathbb{R}_0^+ \\ D_{f/g} &= \mathbb{R}_0^+ \\ D_{g/f} &= \mathbb{R}_0^+ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} e)\ D_{f\pm g} &= D_{f.g} = (-2,+\infty) \\ D_{f/g} &= (-2,+\infty) - \{2\} \\ D_{g/f} &= (-2,+\infty) - \{-1\} \end{aligned}$$

5. a) $-\sqrt{\dfrac{1}{2x+1}}$, $\dfrac{1}{-2\sqrt{x}+1}$, -1 , no existe, no existe, -1/3 , -1 , -1/2 , no existe, no existe.

b) x, $2+|x-2|$, 3, 5, 4, 0, $3/2$, -1, $-1/2$

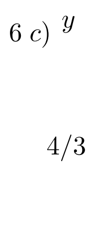
c) $\dfrac{1}{\sqrt{x+1}}+1$, $\dfrac{1}{\sqrt{x}+2}$, $1/3$, $2/5$, no existe, $1/4$, 2, $\sqrt{2/5}+1$, no existe, $\sqrt{2}+1$

d) x^2-2, $x^2-6x+10$, 5, $\dfrac{137}{16}$, 17, 2, -2, $1/4$, -1, $-7/4$

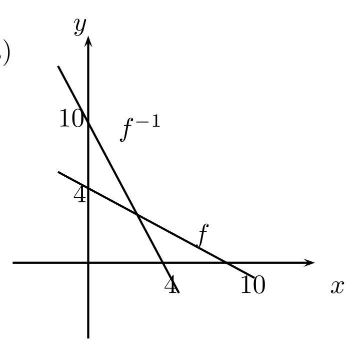
e) x, x, 1, $1/4$, -1, 4, 0, $3/2$, -1, $-1/2$

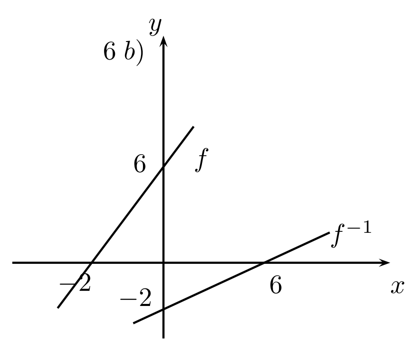
f) 16, 4, 4, 4, 4, 4, 16, 16, 16, 16

6 $c)$

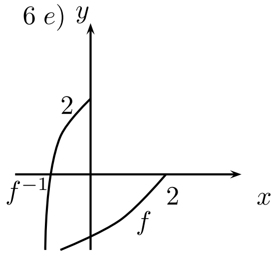


6 $a)$





6 e)



f) Restringir el dominio

g) Restringir el dominio

h) Restringir el dominio

Logaritmos y exponenciales

1. Una suma de \$200 se invierte a un interés compuesto anual de 5%. Calcule el valor de la inversión después de 10 años .

2. Una suma de \$2000 se invierte a una tasa de interés nominal de 9% anual capitalizando mensualmente. Calcule el valor de la inversión después de 3 años.

3. La población del planeta al inicio de 1976 era de 4 mil millones. Si la tasa de crecimiento contínua al 2% anual.¿Cuál será la población en el año 2026?.

4. En 1980, la población de cierta ciudad era de 2 millones de habitantes y estaba creciendo a una tasa de 5% anual.¿Cuándo rebasará la población la marca de 5 millones, suponiendo que la tasa de crecimiento es constante.?

5. La población de cierta ciudad al tiempo t (medido en años) está dada por la fórmula $p = 50000e^{0,05t}$. Calcule el porcentaje de crecimiento de la población por año. Calcule la población cuando $t = 10$ y $t = 15$.

6. Se adquiere una máquina por \$10000 y se deprecia continuamente desde la fecha de adquisición. Su valor después de $'t'$ años está dado por la fórmula $v = 1000e^{-0,2t}$. Calcule el valor de la máquina después de 8 años. Determine el porcentaje de depreciación de su valor cada año

7. La ecuación de demanda de cierto producto está dada por $p = 200e^{-x/50}$ en donde x denota el número de unidades que pueden venderse al precio de \$$p$ cada una. Exprese el ingreso I como una función de la demanda x.¿Cuál será el ingreso total si se venden 25 unidades?

8. la ecuación de demanda de cierto artículo está dada por $p = 1000e^{-x/20}$ con x el número de unidades que pueden venderse al precio de \$$p$ cada una.

   a) ¿Cuántas unidades, a la unidad más próxima, pueden venderse si el precio por unidad es \$10?

   b) ¿A qué precio p por unidad se venderán 80 unidades?

9. la población de China en 1970 era de 750 millones y está creciendo a un 4% anual.¿Cuándo alcanzará ésta población los 2000 millones, suponiendo que continúe la misma tasa de crecimiento.

10. Hace dos años, una empresa compró una máquina en \$6000; su precio actual de reventa es de \$4500. Suponiendo que la máquina se deprecia en forma exponencial.¿Cuál será su valor dentro de 3 años?.

11. Un hombre de edad de 45 años adquiere una póliza de retiro en edad avanzada a una compañía de seguros que le pagará una suma total de $20000 a la edad de 65 años . La compañía le fija una cantidad de $5000 por la póliza.¿ De cuánto es la tasa de interés que están usando?.

12. Si una población crece de 5 a 200 millones en un período de 200 años. ¿Cuál es el porcentaje promedio de crecimiento por año?

Respuestas Logaritmos y exponenciales

1) $325,78

2) $2617,19

3) 10,77 millones

4) En 18,8 años. Durante el año 1998

5) 5% , 82436 , 105.850

6)$2019 , 18,1%

7) $I = 200xe^{-x/50}$; $3032,65

8)92 , $18 , 32

9) 25 años

10)2923$

11) 7,18%

12) 1,86%

Límites y Continuidad

Calcular los siguientes límites.

1) $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^3-8}{x-2}$

2) $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^2-5x+6}{x^2-x-2}$

3) $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{2x^3-5x^2-2x-3}{4x^3-13x^2+4x-3}$

4) $\lim\limits_{x\to -2} \dfrac{x^3-x^2-x+10}{x^2+3x+2}$

5) $\lim\limits_{x\to -1} \dfrac{x^3+x^2-x-1}{x^2+2x+1}$

6) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^4+x^3-3x^2+3x-2}{x^3+2x^2-x}$

7) $\lim\limits_{x\to +4} \dfrac{3x^2-17x+20}{4x^2+25x+36}$

8) $\lim\limits_{x\to 4} \left[\dfrac{1}{x-4}-\dfrac{1}{x^2-16}\right]$

9) $\lim\limits_{x\to 1} \left[\dfrac{1}{x^2}-\dfrac{1}{x}\right]$

10) $\lim\limits_{x\to 1} \left[\dfrac{1}{1-x}-\dfrac{3}{1-x^3}\right]$

11) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{2-\sqrt{4-x}}{x}$

12) $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{x^2-x-6}{\sqrt{x}-\sqrt{3}}$

13) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{x+2}-\sqrt{2}}{x}$

14) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\sqrt[3]{x}-1}{x-1}$

15) $\lim\limits_{x\to 4} \dfrac{3-\sqrt{5+x}}{1-\sqrt{5-x}}$

16) $\lim\limits_{x\to 0}(1-x)^{1/x}$

17) $\lim\limits_{x\to 0}(1+2x)^{1/x}$

18) $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1-x}{1+x}\right)^{1/x}$

19) $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1-x}{1+3x}\right)^{\frac{1+2x}{x}}$

20) $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1}{1+x}\right)^{1/x}$

Discutir la continuidad de las siguientes funciones .
Hacer la gráfica.

21) $f(x) = \begin{cases} 2x+3 & \text{si} \quad x<1 \\ 2 & \text{si} \quad x=1 \\ 7-2x & \text{si} \quad x>1 \end{cases}$

22) $f(x) = \dfrac{|x|}{x}$

23) $f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si} \quad x < 2 \\ \\ 8 - 2x & \text{si} \quad x \geq 2 \\ \end{cases}$

24) $f(x) = \begin{cases} x^2 + 3 & \text{si} \quad x \leq 1 \\ \\ x + 1 & \text{si} \quad x > 1 \\ \end{cases}$

25) $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x-1}{x+1} & \text{si} \quad x < -1 \\ \\ 2 & \text{si} \quad x = -1 \\ \\ x^2 - 3 & \text{si} \quad x > -1 \end{cases}$

26) Hallar el valor de k para que la siguiente función sea continua en $x = 2$

$$f(x) = \begin{cases} kx - 3 & \text{si} \quad x < 2 \\ \\ 3 - x + 2x^2 & \text{si} \quad x \geq 2 \end{cases}$$

27) Discutir si la siguiente función es continua en los intervalos indicados

$f(x) = \dfrac{x^2}{x^2 - 1}$ $\qquad$ $a)$ $[-3, -1]$ $\qquad$ $b)$ $[-1, 3)$ $\qquad$ $c)$ $[0, 2]$

28) Determinar las asíntotas verticales, si hay, y dibujar las asíntotas y la curva de f cerca de las asíntotas.

28) $f(x) = \dfrac{3x}{4 + 3x}$ $\qquad$ 29) $f(x) = \dfrac{x}{1 - x^2}$ $\qquad$ 30) $f(x) = \dfrac{x^2 + 2x}{x^2 - 5x + 6}$

Respuestas

1) 12
2) $-1/3$
3) $11/17$
4) -15
5) -2
6) ∞
7) 1
8) ∞
9) 0
10) -1
11) $1/4$
12) $10\sqrt{3}$
13) $\sqrt{2}/4$
14) $1/3$
15) $-1/3$
16) e^{-1}
17) e^2
18) e^{-2}
19) e^{-4}
20) e^{-1}
26) 6
27) *a*) No *b*) No *c*) No
28) $x = -4/3$
29) $x = \pm 1$
30) $x = 2$, $x = 3$