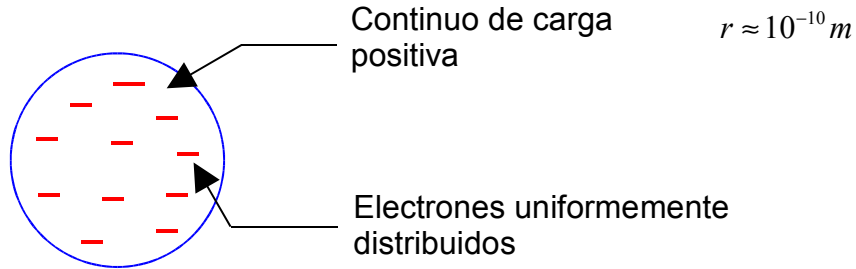
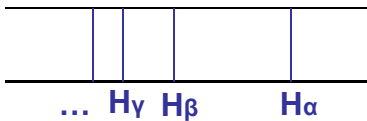


Modelo de Thomson (1898)



- En el estado de energía más bajo los electrones deberían estar fijos en sus posiciones de equilibrio.
- En estados excitados los electrones vibran alrededor de sus posiciones de equilibrio.

Dificultad con los espectros observados experimentalmente: líneas discretas en vez de continuas. Los espectros atómicos son discretos:

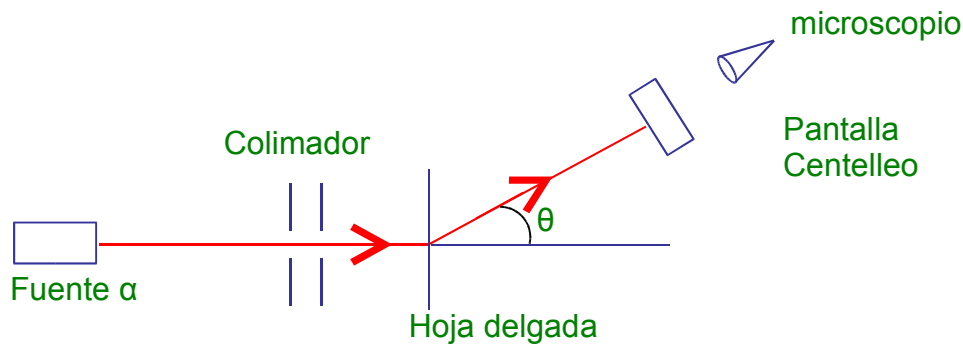


Tarea: ejemplo 4-1

Un electrón en más en una distribución uniforme de carga emitiría una sola frecuencia.

Experimento y modelo de Rutherford

En 1911, Rutherford (est. de Thomson) realizó su famoso experimento de dispersión de partículas alfa (α) que mostró la forma de la hipótesis de Thomson...



De acuerdo a la hipótesis de Thomson la desviación de la partícula alfa (α) para ángulos $\theta > 90^\circ$ es

$$\frac{N(\theta > 90^\circ)}{I} = e^{-(90)^\circ} \approx 10^{-3500}$$

Es decir, nulo en términos prácticos. El valor experimental del número de partículas dispersadas es mucho mayor, del orden de 10^{-14} m.

Hipótesis de Rutherford, la carga positiva de un átomo está ---- en una región nuclear muy pequeña, $r \sim 10^{-14}$ m.

THOMSON

(1) Fracción de partículas alfa (α) dispersadas a $>90^\circ$

$$N(\theta)d\theta = \frac{2I\theta}{\Theta^2} e^{-\theta^2/\Theta^2} d\theta$$

$$\frac{N(\theta > 90^\circ)}{I} = \int_{90^\circ}^{180^\circ} \frac{N(\Theta)d\Theta}{I}$$

$$= e^{-(90)^\circ} = 10^{-3500}$$

(2) El resultado experimental

$$\frac{N(\Theta > 90^\circ)}{I} \sim 10^{-4}$$

RUTHERFORD

$$N(\Theta)d\Theta = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{zZe^2}{2Mv^2} \right) \right) \times \frac{Ipt 2\pi \sin \Theta d\Theta}{\sin^4(\Theta/2)}$$

t: espesor lámina

p: densidad de núcleos

I: # de partículas α

- (1) Se comprobó la dependencia angular en el intervalo $5^\circ - 150^\circ$.
- (2) Se comprobó la proporcionalidad con t.
- (3) Se puso límite superior al radio nuclear $\sim 10^{-14}$ m.

Dibujo

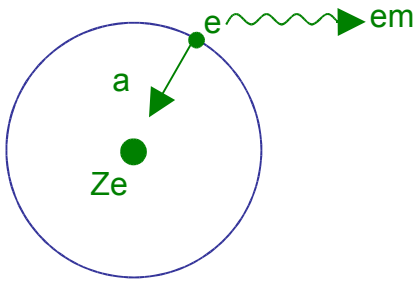
D es una constante fijada por

$$D = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{zZe^2}{Mv^2/2}$$

Numéricamente igual a la distancia de máximo acercamiento al núcleo en una colisión frontal ($b=0$).

Estabilidad del átomo

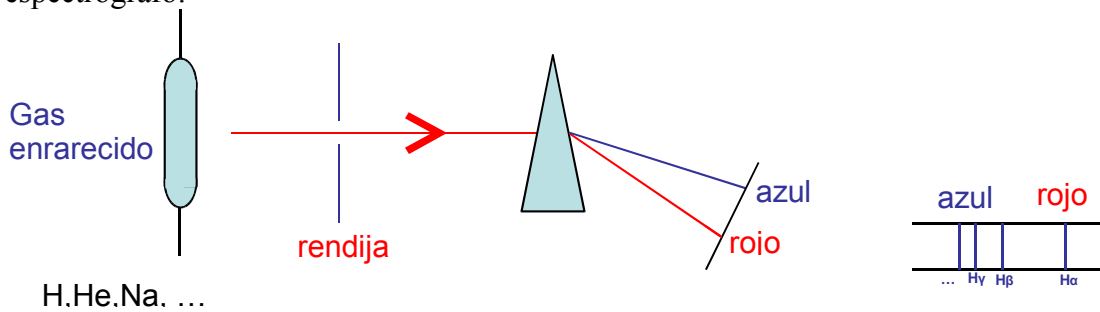
La primera crítica al modelo de Rutherford; es difícil aceptar la hipótesis de electrones en estado estacionario cuando ellos deberían emitir radiación electromagnética; esta energía debe emitirse a expensas de la energía mecánica del átomo.



Esta falla llevó al ‘modelo de Bohr’.

Espectros atómicos

El espectrógrafo:



La radiación emitida por átomos libres se concentra en un número de longitudes de onda discretas.

Formula empírica para el hidrógeno.

Líneas	λ (Å)	N
H α	6563	3
H β	4861	4
H δ	4341	5
H γ	4102	6
.	.	.
.	.	.
.	.	.
H ∞	3646	.

Balmer (1885) encontró una relación para explicar las líneas como una serie:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{Z^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

Constante de Rydberg R: $1.097 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$

$$\lambda = 3646 \frac{n^2}{n^2 - 4} ; n = 3, 4, 5, \dots$$

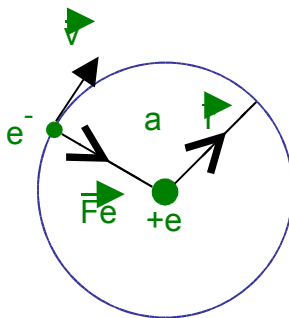
capaz de predecir las primeras 9 líneas.

Modelo de Bohr (1913)

1. los electrones se mueven en órbitas circulares bajo leyes de la física clásica (leyes Newton + Coulomb).
2. el impulso o momento angular de los electrones están cuantizados $L = n\hbar$; $n = 1, 2, 3, \dots$
3. los electrones no emiten radiación en las órbitas permitidas → su energía E_n permanece constante.
4. un átomo emite energía em cuando un electrón realiza una transición de un estado inicial i a un estado final f , de modo que:

$$\nu = \frac{E_f - E_i}{h}$$

El modelo planetario del átomo de Bohr.



$$\bar{F} = m\bar{a}$$

$$F_c = m \frac{v^2}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2}$$

luego,

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2} = m \frac{v^2}{r} \rightarrow v = \frac{e}{\sqrt{4\pi\epsilon_0 m r}}$$

La energía de ligadura es negativa

$$K = \frac{1}{2} m v^2 ; V = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}$$

La energía total $E = K + V$

$$E = \frac{m v^2}{2} - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}$$

Sustituyendo en 'v',

$$E = \frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 r} - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} = -\frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 r}$$

Experimentalmente se ha encontrado que $E = 13.6 \text{ eV}$ la energía necesaria para ionizar un átomo de H, luego,

$$r = \frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 E} = 5.3 \times 10^{-11} \text{ m} \quad \text{radio atómico}$$

La longitud de onda de de Broglie,

$$\lambda = \frac{h}{m v}, \text{ donde } v = \frac{e}{\sqrt{4\pi\epsilon_0 m r}}$$

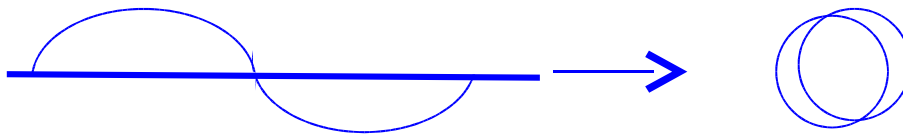
$$\text{luego, } \lambda = \frac{h}{e} \sqrt{\frac{4\pi\epsilon_0 r}{m}}$$

$$\lambda = 33 \times 10^{-11} \text{ m}$$

Calculamos ahora la circunferencia del átomo,

$$l = 2\pi r = 2 \times 3.14 \times 5.3 \times 10^{-11} \text{ m} = 33 \times 10^{-11} \text{ m}$$

Conclusión la circunferencia de la órbita del electrón en un átomo de hidrógeno corresponde a una onda completa (o un múltiplo entero de ella, $n\lambda$) de de Broglie alrededor del átomo.



Podemos postular entonces que un electrón circula en órbitas que contienen un mínimo entero de ondas de de Broglie.

La condición para órbitas estables puede escribirse como

$$n\lambda = 2\pi r_n$$

$$\frac{nh}{e} \sqrt{\frac{4\pi\epsilon_0 r_n}{m}} = 2\pi r_n$$

$$r_n = \frac{n^2 h^2 \epsilon_0}{\pi m e^2}; \quad n=1,2,3,\dots$$

La correspondiente expresión para la energía es

$$E_n = -\frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 r_n}$$

$$= -\frac{me^4}{8\epsilon_0^2 h^2} \left(\frac{1}{n^2} \right) = \frac{E}{n^2} \quad ; n=1,2,3,\dots$$

n		
6	_____	0
5	_____	- 0.54
4	_____	- 0.85
3	_____	- 1.54
2	_____	- 3.4
1	_____	- 13.6

Series espectroscópicas del Hidrógeno

De acuerdo al postulado de Bohr

$$h\nu = E_i - E_f$$

Donde ν es la frecuencia del fotón emitido.

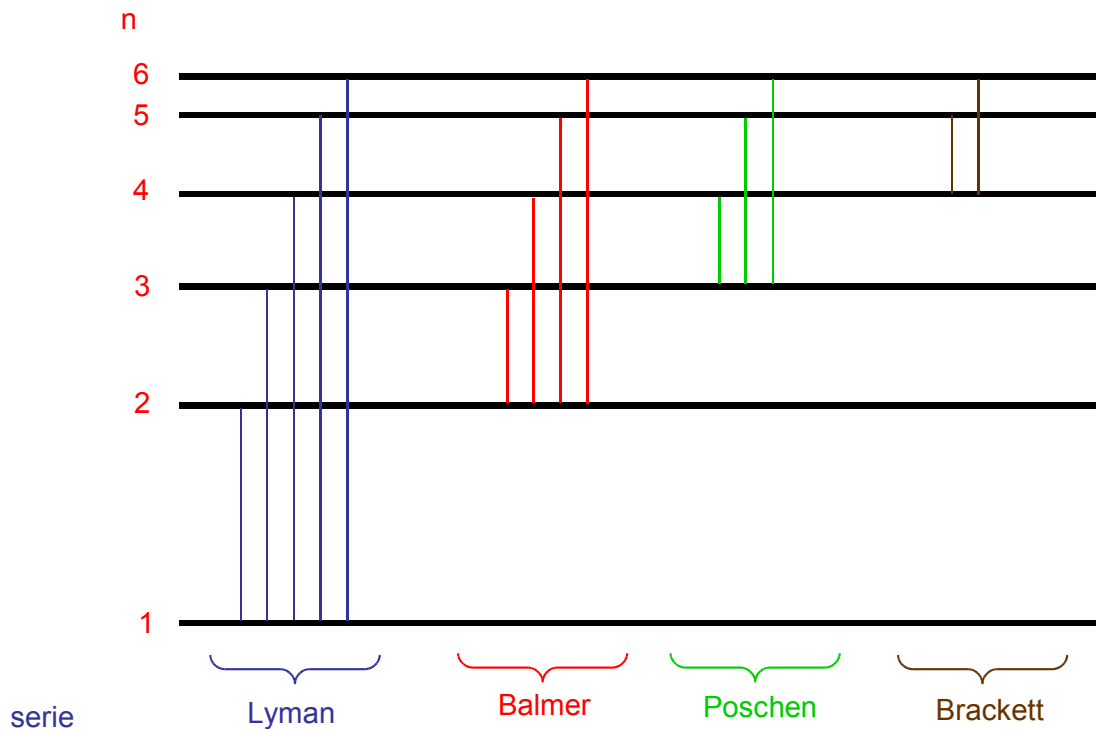
$$E_i - E_f = E_1 \left(\frac{1}{n_i^2} - \frac{1}{n_f^2} \right) = -E_1 \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right)$$

Poniendo $E_1 = 13.6eV$, $\lambda\nu = c$ nos queda:

$$\frac{1}{\lambda} = -\frac{E_1}{hc} \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right)$$

De aquí se originan las series de emisión del hidrógeno:

n_f	Serie	λ_∞
1	Lyman	UV lejano
2	Balmer	Visible - UV
3	Poschen	Ir
4	Brackett	mm



Ej. 4-7 (Eisberg) estimar la temperatura de un gas que contiene átomos de H y para el cual se observa el espectro de absorción de la serie de Balmer.
(utilizamos la distribución de Boltzmann).

La relación numérica entre dos estados excitados es

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{e^{-E_2/kT}}{e^{-E_1/kT}}$$

$$k : 1.38 \times 10^{-23} \text{ J/}^\circ\text{K} = 8.6 \times 10^{-6} \text{ eV/}^\circ\text{K}$$

$$E_1 = -13.6 \text{ eV} ; \quad E_2 = -3.39 \text{ eV}$$

$$\frac{n_2}{n_1} = e^{-1.18 \times 10^5 \text{ }^\circ\text{K}/T}$$

para que excitamos un número significativo de átomos en el estado $n \sim 2$,

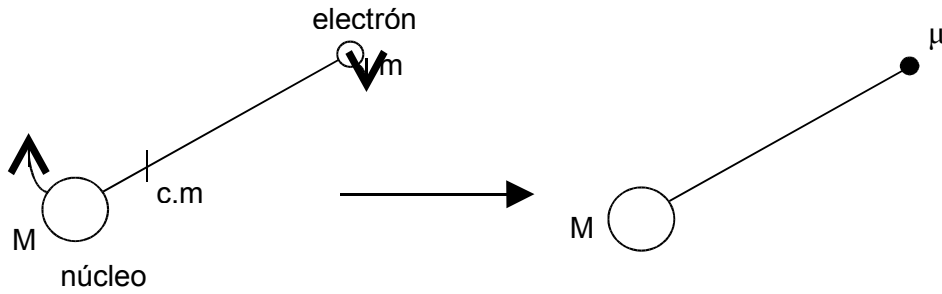
$$\frac{n_2}{n_1} \approx 1 \rightarrow T \geq 10^5 \text{ }^\circ\text{K}$$

T	n_2/n_1
10	
10^2	
10^4	e^{-10^3}
10^5	e^{-12}
10^6	e^{-1}
10^8	$e^{-0.1}$

Corrección de masa finita nuclear

$$M_{\text{nucleo}} = 2000 m_e$$

Los datos espectroscópicos son lo suficientemente precisos como para exigir ----- átomo de Bohr considere que la masa del núcleo no es infinita xomparada con la del electrón.



M fijo

μ masa reducida del electrón

$$\mu = \frac{mM}{m + M}$$

- Compone $\frac{\mu}{m}$?
- $\mu v r = n\hbar$
- $\mu_e = \frac{m_e M}{m_e + M} \rightarrow \frac{\mu_e}{m} = \frac{M}{m_e + M} = 0.99945$

Luego los valores de los niveles de energía cambian.

Bohr modificó su segundo postulado

$$L = \mu v r = n\hbar ; n=1,2,3,\dots$$

entonces,

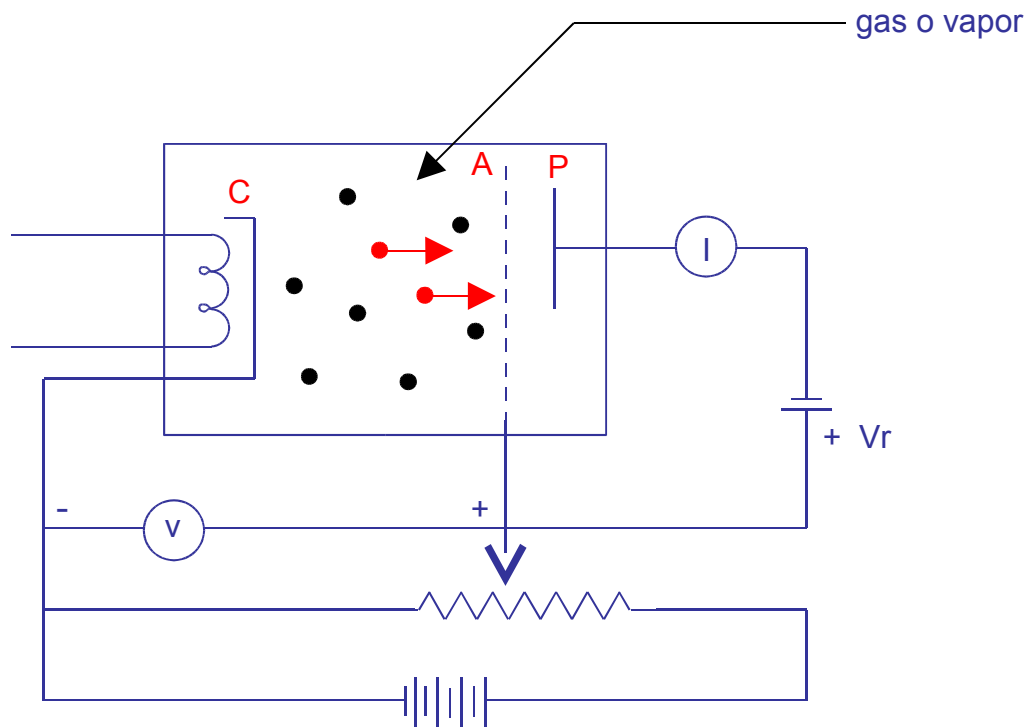
$$k = \frac{1}{\lambda} = R_\mu Z^2 \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right)$$

donde,

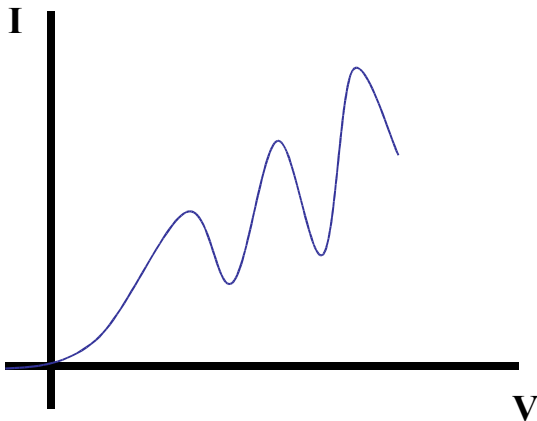
$$R_\mu = \frac{\mu}{m + M} R_\infty$$

$$R_\infty = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \frac{me^4}{4\pi\hbar^3 c}$$

Experimento de Franck & Hertz (1914)



La energía de los átomos están cuantizados. El experimento consiste en medir la corriente de electrones I que alcanzan pP como una función del voltaje acelerado V .



Interpretación de las reglas de cuantización. Modelo Wilson - Sommerfeld.
Wilson & Sommerfeld (1916)

Generalizaron los postulados de Bohr para la cuantización de cualquier sistema físico.

1. Para cualquier sistema físico en el cual las coordenadas sean funciones periódicas en el tiempo existe una condición cuántica para cada coordenada.

$$\oint \gamma_q dq = n_q h$$

q : coordenada

γ_q : impulso -----

n_q : número cuántico.

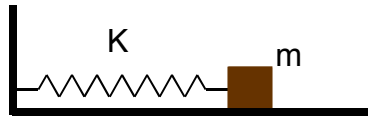
\oint : integración sobre un período completo

explicar este tema utilizando un oscilador armónico simple unidimensional.

Oscilador armónico simple

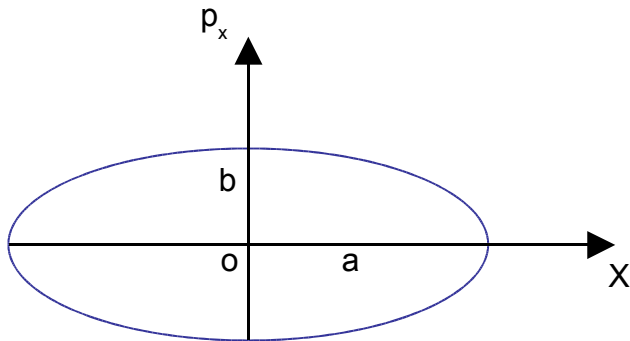
- Cuantización de la energía.

$$E = K + V = \frac{\gamma_x^2}{2m} + \frac{kx^2}{2}$$



dividiendo por E

$$\frac{\gamma_x^2}{2mE} + \frac{x^2}{2E/k} = 1 \quad \text{ecuación de la elipse}$$



$$a = \sqrt{2E/k} \quad b = \sqrt{2mE}$$

$$\oint \gamma_x dx = \pi ab = \frac{2\pi E}{\sqrt{k/m}} = \frac{E}{v}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$v = (2\pi)^{-1} \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\sqrt{\frac{k}{m}} = 2\pi\nu$$

$$\text{cuant. W - S} \rightarrow \oint p_x dx = \frac{E}{\nu} = n_x h = nh$$

$$E = nh\nu$$

- Cuantización del momento angular

$$\oint \gamma_q dq = n_q h$$

$$\oint L d\theta = nh$$

$$L \oint d\theta = nh = L2\pi$$

$$L = \frac{nh}{2\pi} = n\hbar$$

- Principio de correspondencia (Bohr 1923): justificación de las reglas de selección.

1. Teoría cuántica \rightarrow teoría clásica
 $n \rightarrow \infty$

2. las reglas de selección son necesarias para asegurar que
Teoría Cuántica \rightarrow *Teoría Clásica*
cuando $\rightarrow \infty$