

➤ Teoría cuántica de la luz

- Ec. de Maxwell $\longrightarrow$ la luz consiste en ondas em.
- Planck encontró que la energía de radiación em es discretizada $\longrightarrow$ cuantizada.
- Planck intentó infructuosamente conciliar estas ideas cuánticas a los sistemas clásicos... y así estaban las cosas en 1905.

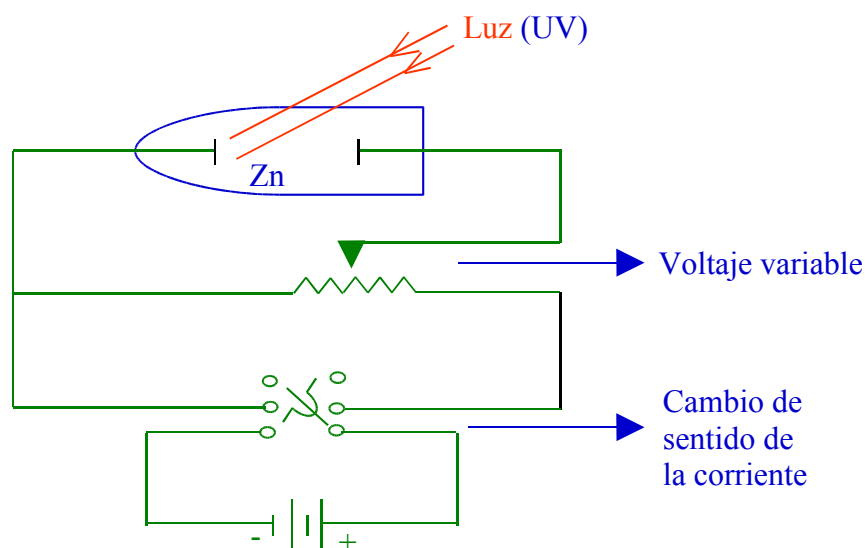
➤ Einstein y el efecto efecto fotoeléctrico.

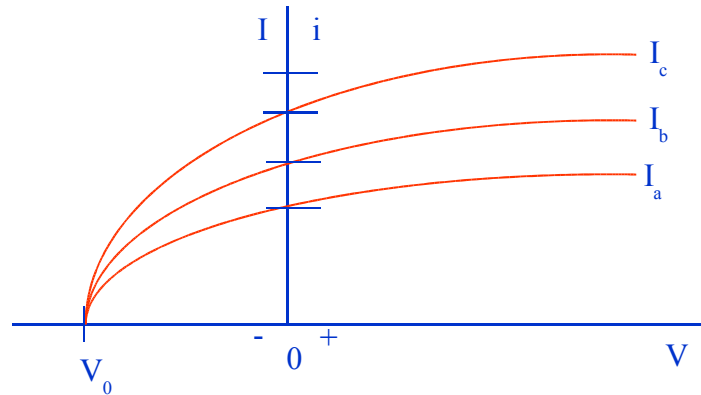
En un principio Planck no encontró ningún sentido al concepto del ‘cuanto’, excepto por el hecho de que por medio de éste pudo obtener la fórmula de radiación, de cuerpo negro ... pero no encontró ninguna teoría que la explicara.

En 1905, Einstein propuso que si la luz se emite en ‘cuantos’ separados, viaja en el vacío a velocidad c : pueden ser absorbidos y reemitidos también en cuantos separados, que llamo ‘fotones’ ... la radiación em viaja en ‘paquetes’ de energía.

En uno de sus tres artículos seminales, que publicó en 1905, Einstein aplicó su hipótesis a la aplicación del ‘efecto fotoeléctrico’, que resultó ser correcta.

➤ El experimento de Hertz y Lenard.

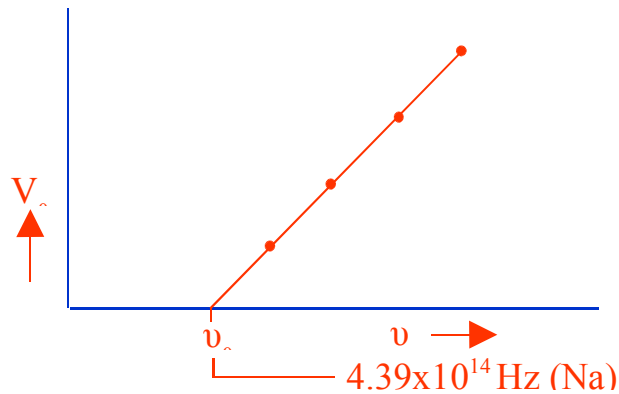




El voltaje de frenamiento V_0 es independiente de la intensidad de la luz, pero I no lo es.

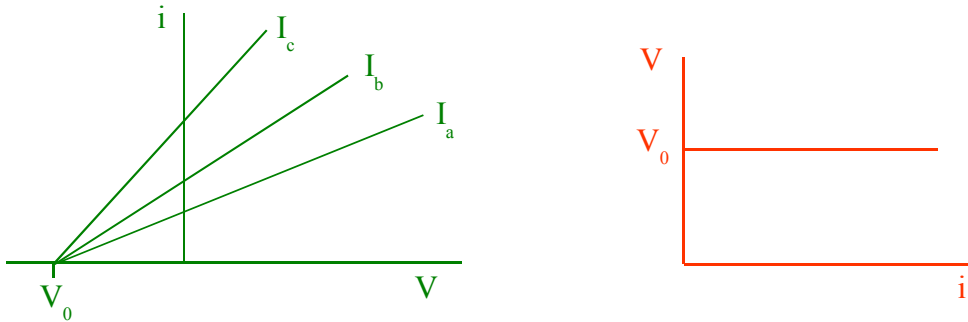
Resultados

- El voltaje V_0 de frenamiento de los electrones por el voltaje opuesto creado por el circuito es independiente de la intensidad de la luz.
- La corriente de saturación I_0 , I_b , I_c son proporcionales a la intensidad.
- Por otro lado, Milliken Mostró que el voltaje de frenamiento V_0 es directamente proporcional a la frecuencia de la luz.



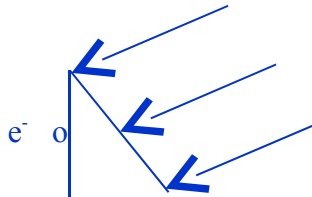
➤ Hipótesis Clásicas.

- i (corriente) $\propto V$ (voltaje aplicado). (Ley de Ohm)
- El voltaje de frenamiento V_0 no tiene nada que ver con la frecuencia de la luz.



Los experimentos fotoeléctricos contradice ambas hipótesis $\longrightarrow$ la aplicación clásica no es válida.

- El retraso del frente de onda. Un electrón no debería emitirse hasta que ‘absorba’ un frente de onda completo, luego debería (¿?) un retraso entre el arribo de la onda y la emisión del electrón... ningún retraso medible.



➤ Teoría cuántica de Einstein del efecto fotoeléctrico (1905).

Postulado: ‘la luz de una determinada frecuencia consiste de fotones individuales cuya energía es proporcional a la frecuencia’.

➤ Aplicación al efecto fotoeléctrico

Cuando se emite un electrón desde una superficie metálica, su energía cinética es

$$K = h\nu - w$$

w : trabajo necesario para extraer el electrón.

$h\nu$: energía intrínseca del fónon incidente.

➤ Consecuencias

- Existe un w mínimo (w_0) para el cual

$$K_{MAX} = h\nu - w_0$$

w_0 : es la energía mínima necesaria para extraer el electrón.

Luego...

1. Aumentando la intensidad de la luz no aumenta la energía de los fotones ($E = h\nu$).
2. Si $K_{MAX} = 0 \rightarrow h\nu_0 = w_0$ donde w_0 es la ‘energía característica’ y es específica para cada metal.
3. El fotón aplica su energía directa y totalmente sobre el electrón, luego no hay retraso mensurable.
4. Cuando se aplica a un electrón un voltaje V_0 , la energía cinética es a V_0 , luego

$$K = eV_0 = h\nu - w_0$$

$$V_0 = \frac{h}{e}\nu - \frac{w_0}{e}$$

V_0 es proporcional a ν y la pendiente $\frac{h}{e}$

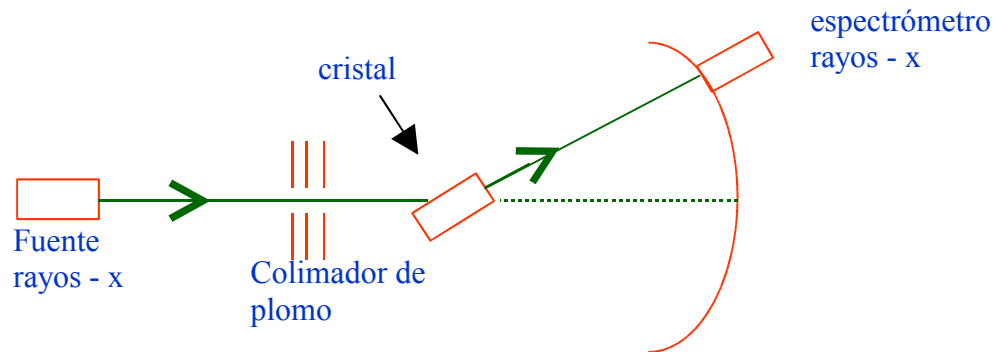
Millikan midió este valor y encontró que $h_{einstein} \approx h_{planck}$

Estas cuatro predicciones fueron confirmados por los experimentos.

❖ **Dualidad onda-partícula.**

➤ El efecto Compton.

En 1923 la naturaleza corpuscular de la radiación em recibió una confirmación contundente ... gracias al experimento de Compton .

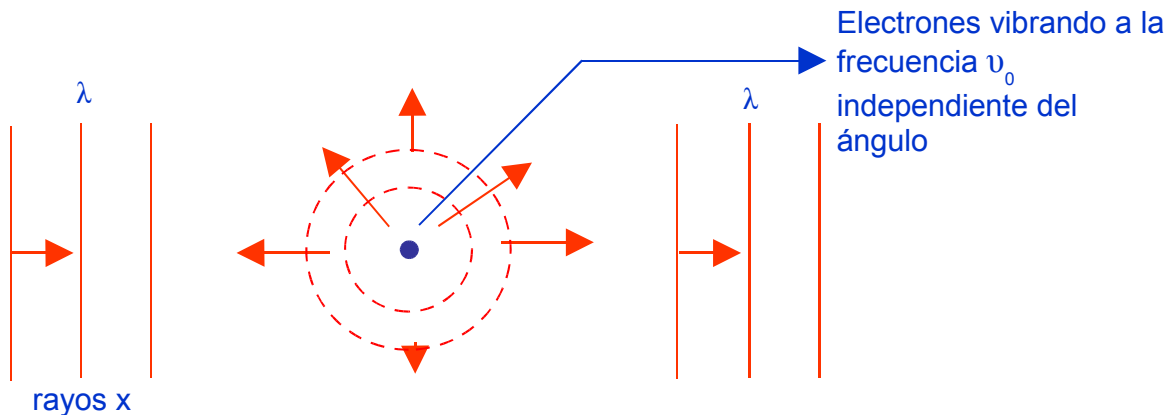


El haz de rayos γ colimado incide sobre un blanco de grafito: se mide la intensidad de los rayos γ para varios ángulos de dispersión y para varias longitudes de onda (energía).

Compton observó que no obstante que el haz incidente es monocromático, los rayos γ dispersados tienen picos de intensidad para dos longitudes de onda: una igual a la incidente y otra componente con una longitud de onda mayor que la incidente de modo que

$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$ y varía con el ángulo de dispersión.

➤ Interpretación grafica



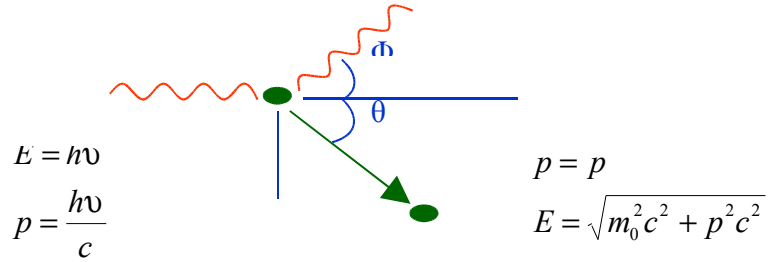
En el modelo clásico la onda dispersada deberá tener la misma frecuencia (longitud de onda) que la onda incidente.

➤ Modela Cuántico.

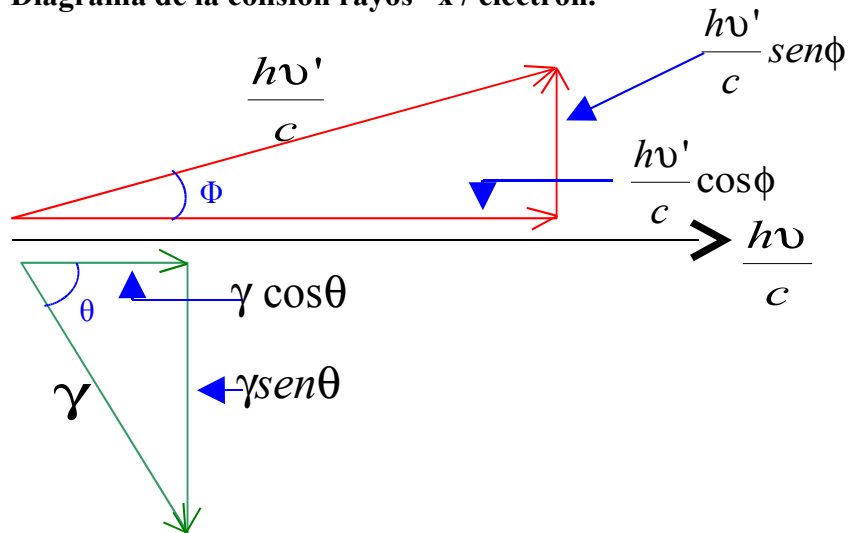
Compton interpretó la interacción rayos γ / electrón como resultado de la colisión de partículas, similar a la colisión de bolas de billar en un plano.

$$E = h\nu'$$

$$p = \frac{h\nu'}{c}$$



➤ Diagrama de la colisión rayos -x / electrón.



➤ Conservación de la cantidad de movimiento.

$$\text{Eje-x} \quad \frac{h\nu}{c} + 0 = \frac{h\nu'}{c} \cos \phi + \gamma \cos \theta \quad (1)$$

$$\text{Eje y} \quad 0 = \frac{h\nu'}{c} \sin \phi - \gamma \sin \theta \quad (2)$$

$$p c \cos \theta = h\nu - h\nu' \cos \phi \quad (1)$$

$$p c \sin \theta = h\nu' \sin \phi \quad (2)$$

dividiendo nos queda

$$p^2 c^2 - 2(h\nu)(h\nu') \cos \phi + (h\nu')^2$$

➤ **Conservación de la energía total.**

- La energía de un fotón es

$$E = h\nu$$

- pero si la consideramos como una partícula

$$E = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

- El momento puede escribirse

$$E^2 = p^2 c^2 + (m_0 c^2)^2$$

$$p = \frac{E}{c} = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$$

Elaborando estas ecuaciones (ver pág – 58, Eisberg) nos queda,

$$\frac{1}{p_1} - \frac{1}{p_0} = \frac{1}{m_0 c^2} (1 - \cos\theta)$$

$$\lambda_0 - \lambda_c = \lambda_c (1 - \cos\theta)$$

donde

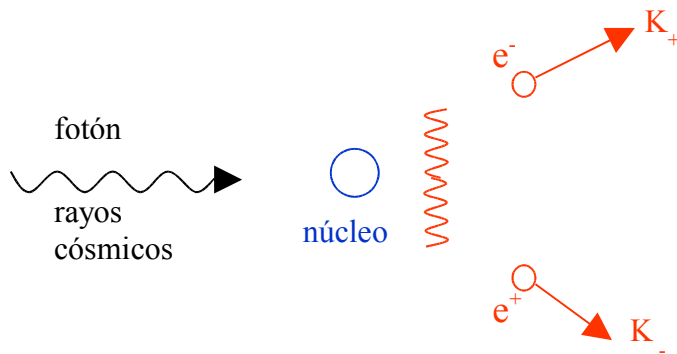
$$\begin{aligned} \lambda_c &= \frac{h}{m_0 c^2} = 2.48 \times 10^{-12} \text{ m} \\ &= 0.0243 \text{ \AA} \end{aligned}$$

➤ Consecuencias de la dualidad onda – partícula.

- Producción / aniquilación de pares

$$\text{Energía} \Leftrightarrow \text{materia}$$

- Un fotón de alta energía cede toda su energía a un



por: electrón-positrón

se conserva: - la carga ($e^+ + e^- = 0$)

- la energía en se convierte en energía en reposo.
- El momento (gracias al núcleo).

➤ Aniquilación

$$e^+ + e^- \rightarrow \gamma + \gamma$$

No hace falta un núcleo en este caso.

➤ Fotones y gravedad.

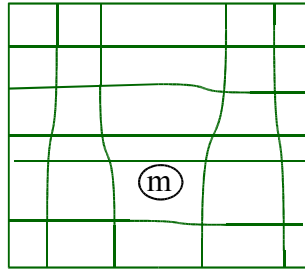
La masa de un fotón es cero en reposo, pero el hecho de poseer momento implica que posee masa inercial.

$$p = \frac{h\nu}{c} \quad m = \frac{p}{V} = \frac{h\nu}{c^2}$$

Según el principio de equivalencia de la teoría general de la relatividad

$$m_{\text{INERCIAL}} \equiv \text{masa gravitacional}$$

El efecto de un campo gravitacional se describe por la curvatura del espacio – tiempo. Los fotones sigue las líneas geodésicas siguiendo la curvatura del espacio – tiempo.



➤ **Postulado de Borglie (1924)**

d B propuso en su tesis doctoral la existencia de ondas de materia, es decir que, partículas como el electrón deberían tener ondas asociadas a su movimiento.

De modo que, tanto para un fotón como para una partícula vale la ecuación.

$$E = h\nu \longrightarrow p = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$$

Luego, $\lambda = \frac{h}{p}$: ésta sería la longitud de onda de Borglie asociada a la partícula.

de Borglie propuso que $\lambda_B = \frac{h}{p}$ es de validez general.

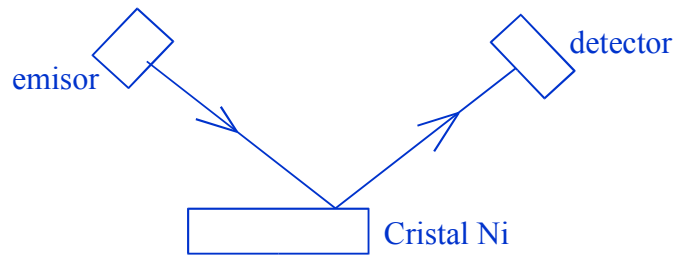
Ejemplos

λ_B para una pelota de béisbol.

$$m = 1 \text{ Kg} \quad ; \quad v = 10 \text{ m/s}$$

$$\begin{aligned} \lambda_B &= \frac{h}{p} = \frac{6.6 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}}{1 \text{ Kg} \times 10 \text{ m/s}} = 6.6 \times 10^{-35} \\ &\approx 10^{-26} \text{ \AA} \end{aligned}$$

En el **experimento de Davisson-ermer** tenemos,



Para un haz de electrones de energía 54 eV se detectaba un máximo en el haz dispersado de 50° con respecto a la dirección original.

Para Ni, la distancia $d=0.091 \text{ nm}$ y para $\Theta=50^\circ$, el ángulo de incidencia con respecto al 'plano de Bragg' es $\gamma = 90 - \frac{\Theta}{2} = 65^\circ$

$$\text{Para } n=1, \quad 2d \sin \gamma = 2 \times 0.091 \text{ nm} \times \sin 65^\circ = \underline{0.165 \text{ nm}}$$

$$\lambda_B \text{ para los electrones en el experimento, } \lambda_B = \frac{h}{mV}$$

$$K = \frac{1}{2} mV^2 = 54 \text{ eV}$$

$$mV = \sqrt{2mK} = 4 \times 10^{-24} \text{ kg m/s}$$

$$\lambda_B = \frac{6.6 \times 10^{-34} \text{ J seg}}{4 \times 10^{-24} \text{ kg m/s}} = 1.66 \times 10^{-10} \text{ m} = 0.166 \text{ nm}$$

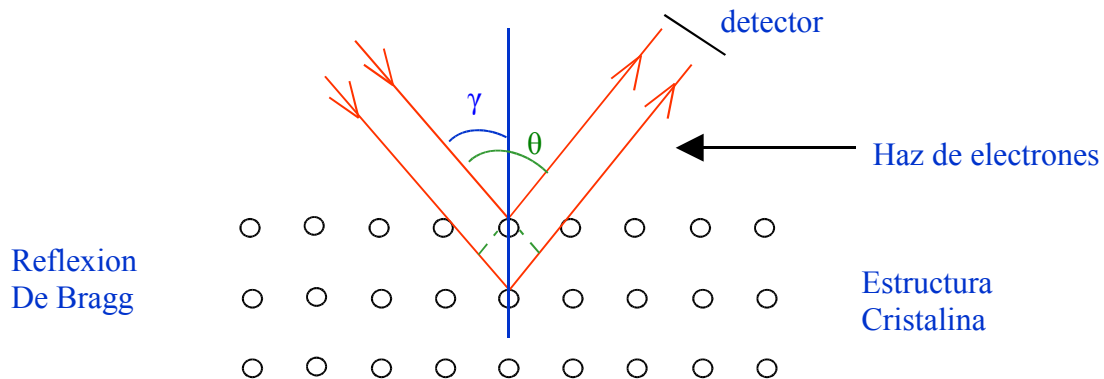
$$- \lambda_B \text{ para un electrón: } (v = 10^9 \text{ m/s})$$

$$\lambda_B = \frac{h}{p} = \frac{6.6 \times 10^{-34} \text{ J seg}}{(9 \times 10^{-31} \text{ Kg})(10^9 \text{ m/s})} \approx 10^{-12} \text{ \AA}$$

En este caso λ_B para un electrón es del mismo orden de magnitud que el radio atómico ($\approx 10^{-11} \text{ m}$).

Luego, podríamos predecir que en experimentos de óptica geométrica estos efectos no se ponen de manifiesto puesto que $\lambda/a \ll 1$.

En 1927 Davisson y Cermmer y Thomson confirmaron independientemente la hipótesis de de Borglie, demostrando que es posible observar difracción en un haz de electrones cuando interactúa con una estructura cristalina.



En este experimento un haz colimado de rayos x incide sobre una estructura cristalina con un ángulo de incidencia (θ) detector mostrará un pico de intensidad en la dirección predicha por la ' condición de Bragg ' en la difracción óptica ... que la interferencia de los dos rayos paralelos es (γ)

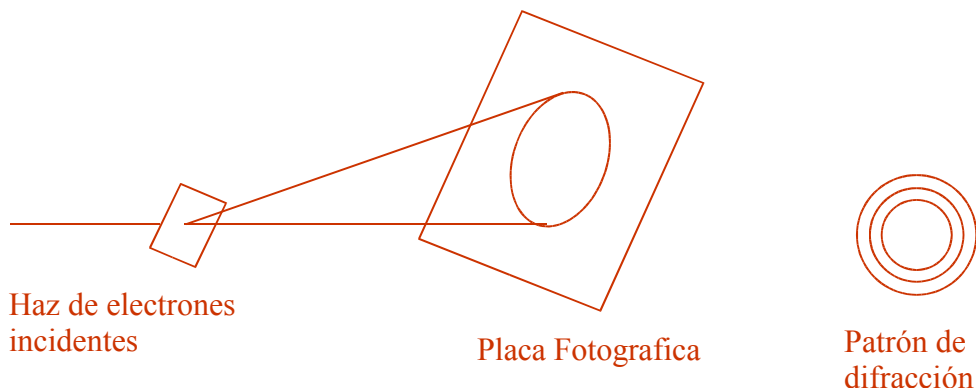
$$2dsen\gamma = n\lambda \quad ; n = 1, 2, 3, \dots$$

Donde $2dsen\gamma$ es la diferencia de fase entre dos fuentes de onda.

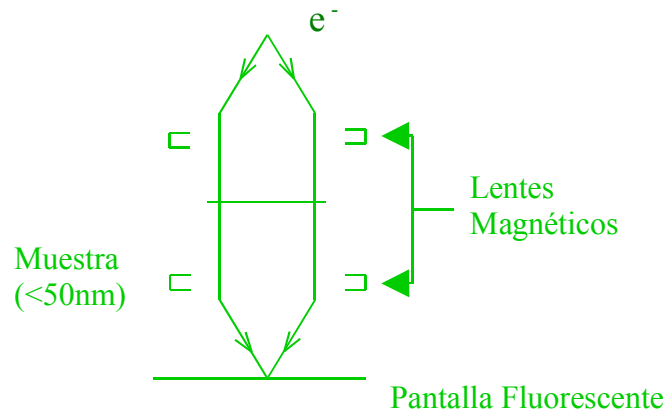
El experimento D-C proporciona una verificación directa de la hipótesis de de Borglie sobre la naturaleza ondulatoria de las partículas en movimiento.

➤ Difracción de Thomson (1927)

Thomson demostró la difracción de haces electrónicos que atraviesan películas delgadas.



Aplicación: El microscopio electrónico.



La razón focal de un electro microscopio es (ecuación)

Resumen

Radiación —→ Einsten unificó las teorías ondulatorias y corpuscular de la radiación.

Materia —→ Max Born aplicó un argumento similar para unificar las teorías ondulatorias y corpuscular de la materia.

En analogía a la teoría de Einstein, Born propuso una generalización del postulado de de Borglie, que se llamó desde entonces ‘ la mecánica cuántica ‘.

➤ **Principio de incertidumbre.**

[Función de onda, es una función que representa la onda de de Borglie.

$$\Psi(x,t) = A \sin 2\pi \left(\frac{x}{\lambda} - \nu t \right)$$

Esta función es similar a la función que representa un campo eléctrico

$$\epsilon(x,t) = A \sin 2\pi \left(\frac{x}{\lambda} - \nu t \right)$$

que es la forma de una onda em viajera.

$\Psi^2 \approx \epsilon^2$ es el cuadrado de la función de onda y representa la probabilidad de encontrar una partícula en un volumen y en un intervalo de tiempo dados.]

En 1927 Bohr y Heisenberg introdujeron la interpretación probabilística de dualidad onda – partícula y descartaron al punto de vista determinista.

➤ Postulados

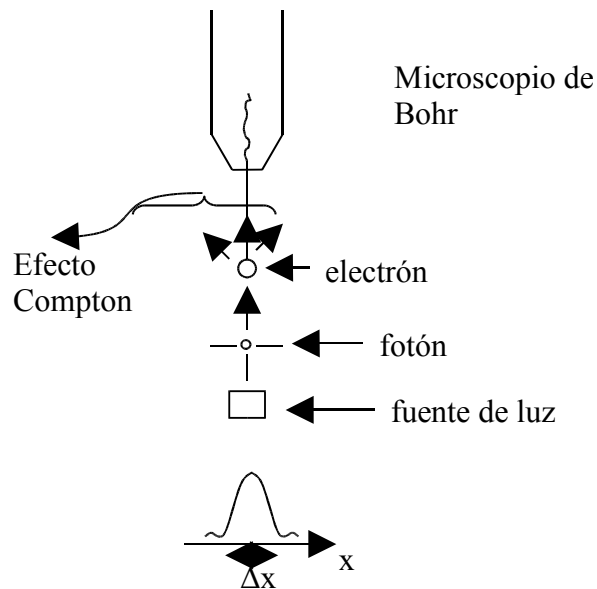
1. En un experimento no se pueden determinar simultáneamente el valor exacto de p_x y el de x (para una coordenada dada).
2. La precisión de una medida de x y p_x está limitada por el proceso de medición, de modo que

$$\Delta x \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2} \quad \text{donde} \quad \hbar \equiv \frac{h}{2\pi}$$

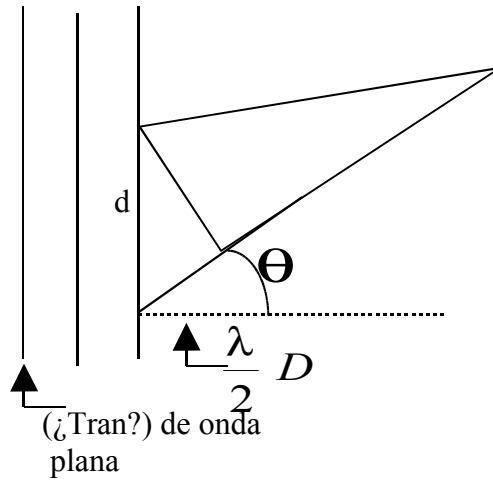
➤ Consecuencias

- El principio de incertidumbre se refiere al proceso mismo de la medición y expresa que siempre existe una interacción entre el observador y el observado.

➤ **Ilustración debida a Bohr** (el microscopio de Bohr).



- **Difracción de electrones por rendijas**

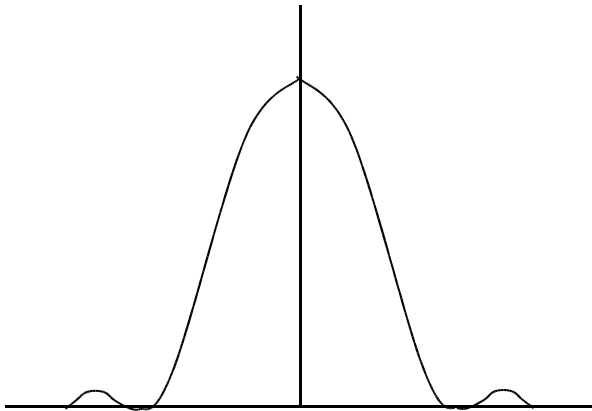


Condición de mínimo:

$$\frac{\lambda}{D} = \frac{y_{MIN}}{D} = \sin\theta$$

patrones de interferencia

una rendija



dos rendijas

