Corriente eléctrica

Hasta ahora se ha centrado el estudio en los fenómenos eléctricos con las cargas en reposo. Sin embargo, la mayor interrelación con la electricidad, en cuanto a tecnología se refiere, se produce a través de cargas en movimiento: corriente eléctrica.

Se define la corriente eléctrica como el movimiento ordenado de cargas. Aunque tal definición es de un carácter muy amplio, implicando muy variadas situaciones dentro de esta categorización, solo se hará, en este contexto, referencia a dos tipos de corriente:

a) Corriente por conducción
b) Corriente por convección

La primera, como su nombre lo indica, se manifiesta en los conductores y se caracteriza por el movimiento de portadores de cargas a través del medio, mientras que en el segundo la carga es arrastrada por el propio medio.

Convencionalmente, se establece el sentido de la corriente como la dirección en la cual se mueven las cargas positivas (y en sentido contrario para las cargas negativas), esto es:

"*Si varias cargas positivas se mueven hacia la derecha, se dice que la corriente está en este sentido, por el contrario, si se trata de cargas negativas, la corriente estará dirigida a la izquierda*"

De acuerdo a la definición de corriente, la forma de medir ésta debe estar relacionada con la rapidez con la cual se mueven las cargas, de esta forma se define la intensidad de corriente "i", como la cantidad de carga que pasa a través de una superficie *S*, por unidad de tiempo:

$$i \equiv \left.\frac{dQ}{dt}\right|_S \tag{64}$$

Es evidente, de acuerdo a esta definición, que mientras más rápido se muevan las cargas, mayor será el valor de la corriente. Existe entonces una posibilidad de relacionar la velocidad de las cargas con la intensidad de corriente i.

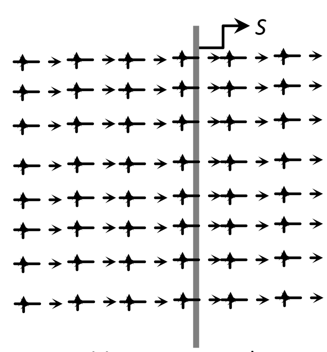


Fig. 32 Cargas positivas atravesando una superficie *S*

La figura 31 ilustra un conjunto de cargas positivas, del mismo valor $\boldsymbol{q}$, que moviéndose con igual velocidad, pasan a través de una superficie perpendicular S. Siendo la velocidad constante (64) puede escribirse como

$$i = \left.\frac{\Delta Q}{\Delta t}\right|_S$$

y

$$\Delta Q = Nq$$

En esta expresión N representa el número de cargas que pasan a través de la superficie S en el intervalo de tiempo Δt. Este número puede calcularse si se conoce la velocidad v de las cargas, puesto que el recorrido de cada carga en ese intervalo de tiempo será

$$\Delta x = v\Delta t$$

es fácil notar que todas las cargas que se encuentren alejadas una distancia Δx, de S, la atravesarán en este intervalo, de tal forma que N puede entenderse como la cantidad de portadores de carga contenidos en un volumen

$$V = \Delta x S = v\Delta t S$$

justo detrás de la superficie. Ahora, definiendo D_p como el número de portadores de carga por unidad de volumen, se obtiene

$$N = D_p V = D_p v \Delta t S$$

con lo cual

$$\Delta Q = q D_p v \Delta t S$$

y por lo tanto

$$i = q D_p v S$$

Note que la cantidad qD_p es justo la densidad volumétrica de cargas ρ. De esta forma la ecuación anterior puede escribirse de la forma

$$i = jS \tag{65}$$

en donde la cantidad

$$j \equiv \rho v \tag{66}$$

se conoce como la densidad de corriente y mediante ésta se puede hacer una descripción conjunta de la concentración y rapidez de movimiento de la carga. La densidad ρ, como se sabe, proporciona una descripción local de la concentración, esta característica es heredada por la variable j, lo que le da un carácter local, por otro lado, la velocidad puede contribuir con sus propiedades vectoriales y de esta forma (66) puede generalizarse de la forma

$$\vec{j}(\vec{r}') = \rho(\vec{r}')\vec{v}$$

De esta manera, la densidad de corriente puede ser interpretada como una cantidad vectorial local que describe conjuntamente la concentración y el movimiento de cargas.
Supongamos que se estudia una corriente, de densidad $\vec{j}$, y se quiere hallar la intensidad para una superficie dS, orientada en forma arbitraria como se muestra en la figura 33

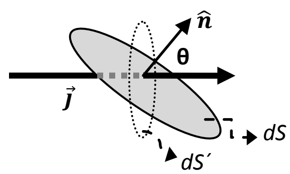


Fig. 33 Corriente $\hat{j}$ a través de una superficie S arbitraria

En esta situación escribimos, a partir de (65), el diferencial de corriente como

$$di = jdS´$$

Pero, como se puede determinar en la figura 33,

$$dS´ = dScos\theta$$

Entonces

$$di = jdScos\theta = \vec{j}.\hat{n}dS$$

En general, para cualquier superficie *S,* se establece que

$$i = \int_S \vec{j}.\hat{n}dS \qquad (67)$$

La ecuación (67) indica que la intensidad i en una superficie S es justo el flujo de densidad de corriente a través de dicha superficie. Nótese que cuando se cumplen las siguientes condiciones

$$\vec{j} \parallel \hat{n} \quad \text{y} \quad j = cte$$

se obtiene

$$j = \frac{i}{S} \qquad (68)$$

Algunos autores usan la expresión (68) como definición para la densidad de corriente, sin embargo, conviene enfatizar que esta forma es una consecuencia de (67), bajo las condiciones antes descritas, y no tiene una aplicabilidad general. Aún así, muchas de las situaciones planteadas en este contexto pueden ser analizadas bajo esta ecuación.
En resumen, las cantidades j e i describen bastante bien el movimiento de las cargas, la primera haciendo un descripción local tanto de la velocidad como de la concentración de la carga en un punto del espacio, mediante la segunda se obtiene una descripción global de la rapidez de movimiento de la carga. En el sistema

de unidades SI (MKS), la unidad de intensidad de corriente es el Ampere (en honor al físico y matemático francés André Marie Ampere) y corresponde al paso de un coulomb por segundo a través de una superficie S

$$[Amp] = \frac{[1\ Coulomb]}{[1\ segundo]}$$

Por su parte, para la densidad de corriente j, se tiene

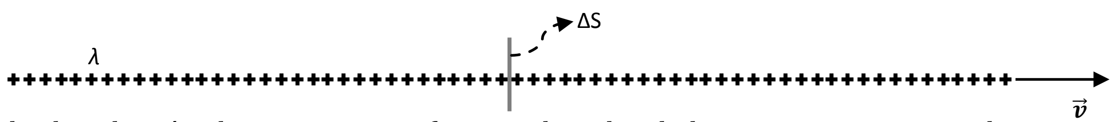
$$[j] = \frac{[Amp]}{[m]^2}$$

Ejemplo 1

Sobre un hilo recto muy largo se distribuye uniformemente una carga, tal que el sistema adquiere una densidad λ. Suponga que el hilo se mueve con velocidad v constante. ¿Cuál es la corriente i asociada a este sistema?

Solución

Para dar respuesta a esta pregunta, imaginemos el sistema como el que está descrito en la figura



Ya que la distribución de cargas es uniforme y la velocidad es constante, se puede asegurar que la corriente i *que pasa a través de la superficie* ΔS *también lo es. Así, se encuentra que*

$$i = \frac{dQ}{dt} = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

siendo Δt el tiempo que tarda cada carga en tener un desplazamiento Δx. Por su parte, ΔQ es la carga que logra atravesar la superficie ΔS *en el intervalo de tiempo mencionado. Esta carga corresponde a la que se encuentra contenida en el segmento de longitud Δx, justo detrás de la superficie, entonces*

$$\Delta Q = \lambda \Delta x$$

evidentemente

$$\Delta x = v \Delta t$$

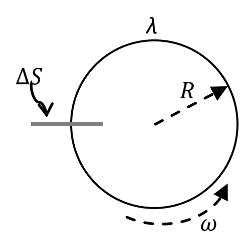
con lo cual se obtiene

$$i = \lambda v$$

Ejemplo 2

Un anillo de radio R, que exhibe una densidad de carga uniforme λ, rota con velocidad angular constante ω. ¿Cuál es la corriente i asociada a este sistema?

Solución



Al igual que en el caso anterior, podemos contabilizar la carga ΔQ, que pasa a través de la superficie ΔS, en algún tiempo Δt. Ya que este es un movimiento periódico podemos tomar lo que sucede en un periodo T. Para este intervalo la carga que pasa por ΔS es la carga total, la cual corresponde a

$$\Delta Q = Q_{Total} = \lambda 2\pi R$$

se encuentra entonces que

$$i = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{Q_{Total}}{T} = \frac{\lambda 2\pi R}{T}$$

Pero sabemos que

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

Y por lo tanto

$$i = \lambda\omega R$$

En un movimiento circular ωR es la velocidad tangencial v. Así, al igual que en el caso anterior, se tiene

$$i = \lambda v$$

Las situaciones planteadas en los problemas anteriores, son ejemplos de corrientes por convección, para las cuales el movimiento de las cargas es causado por diferentes acciones mecánicas. En el caso de la corriente por conducción las cargas se mueven, a través del medio, debido a la acción de un campo eléctrico. Aún cuando los portadores de carga se mueven con cierta libertad sobre los medios conductores, existen algunas limitaciones, a este movimiento, que dependen de la naturaleza del material. De esta forma se deduce que la corriente que se genera en un medio conductor no solo depende la intensidad del campo sino también de las propiedades del medio. En efecto, cada portador de carga es sometido a una fuerza $\vec{F}$, provocada por el campo eléctrico, de la forma

$$\vec{F} = q\vec{E}$$

imprimiéndole a cada partícula una aceleración, la cual debería causar un aumento progresivo de la velocidad. Sin embargo, experimentalmente se determina que dicha aceleración no está presente, al menos desde el punto de vista macroscópico. Efectivamente, al medir la corriente en un circuito se deduce que los portadores de cargas se mueven con una velocidad aproximadamente constante (velocidad promedio). Este comportamiento puede explicarse admitiendo la presencia de obstáculos, cuyo origen está vinculado a la estructura molecular de cada medio, así puede interpretarse el movimiento de los portadores de cargas como siguiendo un camino algo aleatorio pero con un desplazamiento efectivo en la dirección del campo (suponiendo los portadores como cargas positivas), tal como es representado en la figura 34-a. Desde el ámbito macroscópico, el movimiento de las cargas, puede describirse con una velocidad constante (el promedio $\langle v \rangle$) la cual se conoce como velocidad de arrastre v_{ar}, como está representada en la figura 34-b.

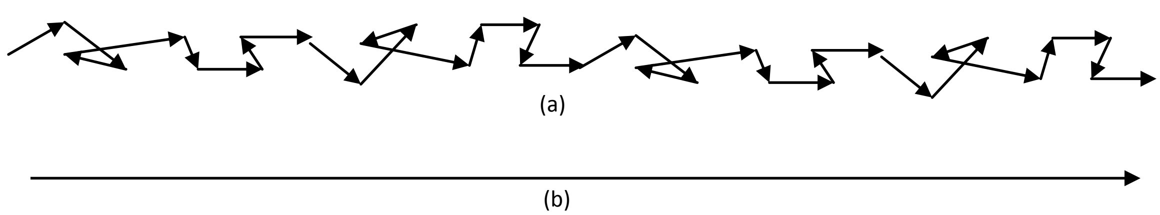


Fig. 34 Movimiento de un portador de cargas (a) Vista microscópica (b) vista macroscópico

Evidentemente, la velocidad v_{ar} aumenta en la medida que el campo es más intenso (también aumenta la frecuencia de los choques de las cargas con los obstáculos). Entonces (66) debe escribirse, en término de la velocidad de arrastre, y toma la forma

$$J = \rho v_{ar}$$

De esta manera se tiene, para un medio conductor,

$$\vec{J} = \sigma_m \vec{E} \tag{69}$$

La expresión (69) se conoce como la Ley de Ohm (en honor al físico alemán Georg Simon Ohm) y expresa la proporcionalidad entre la densidad de corriente y el campo que la provoca. En dicha ecuación el efecto del medio se sintetiza a través de la constante σ_m, conocida como la conductividad del medio, y representa la "sensibilidad" de la sustancia para que sobre ésta se originen corrientes como consecuencia de la aplicación de un campo eléctrico. A la par de la conductividad, se define la resistividad del medio como el inverso de ésta

$$\rho_m = \frac{1}{\sigma_m}$$

representando las limitaciones que impone el medio a la circulación de corriente. En términos de esta última, la ecuación (69) se escribe como

$$\vec{j} = \frac{1}{\rho_m}\vec{E} \tag{70}$$

Esta ecuación puede ser rescrita en términos de las cantidades propias de un circuito eléctrico. Supongamos un alambre de longitud l y sección transversal S al que se le aplica, en sus extremos, una diferencia de potencial V, de tal forma que a través de este elemento circula una corriente de intensidad i.

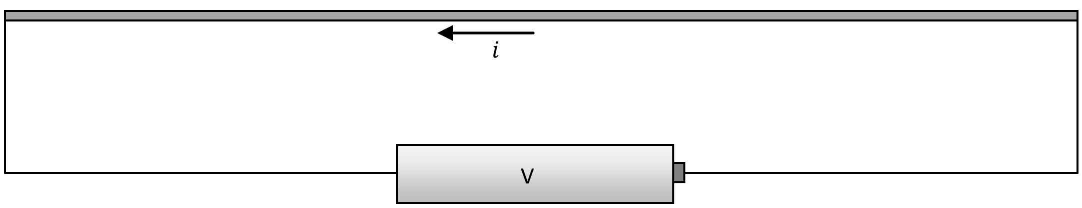


Fig 35 Corriente circulando por un alambre

El campo a través del alambre es constante, por lo tanto

$$E = \frac{\Delta\varphi}{\Delta x} = \frac{V}{l}$$

Por otra parte, de (68) se tiene

$$j = \frac{i}{S}$$

Al sustituir estas expresiones en (70) y manipular un poco se encuentra

$$V = \left(\rho_m \frac{l}{S}\right) i$$

A través de esta última ecuación se puede evidenciar que la intensidad de corriente, originada en un circuito por la aplicación de una diferencia de potencial (voltaje), es determinada por las propiedades del objeto conductor (dimensiones y naturaleza del mismo) expresada a través de una constante R, que en el caso del alambre está dada por

$$\mathrm{R} = \rho_m \frac{l}{S}$$

Así la ley de Ohm puede rescribirse, para circuitos eléctricos, como

$$V = i\mathrm{R} \tag{71}$$

Note que la constante R, expresa la dificultad de hacer circular corriente a través del objeto, por esta razón se le conoce como resistencia eléctrica. Todo elemento conductor presenta resistencia eléctrica y está se mantiene constante bajo condiciones estándares. Sin embargo, dicha resistencia puede variar según las condiciones en las que se encuentre el objeto. Uno de los factores condicionante es la temperatura, generalmente al disminuir ésta disminuye también la resistencia, inclusive algunos materiales, conocidos como superconductores, exhiben un comportamiento en él que la resistencia se anula a temperaturas muy bajas (2 o 3 grados absolutos) y las cargas pueden moverse, a través del medio, sin ningún obstáculo.

La ecuación (71) es fundamental en el análisis de circuitos eléctricos y las resistencias, que corresponden a esa parte de ellos que dificulta el paso de corriente se representa en los diagramas, mediante el siguiente símbolo

La unidad de resistencia eléctrica en el sistema SI es el Ohm y se denota por la letra griega mayúscula omega "Ω"

$$1\Omega = \frac{1\ volt}{Amp}$$

Como se ha comentado anteriormente el ampere resulta una cantidad grande y en la práctica los valores más comunes son del orden del mili-ampere ($mA=10^{-3}$ Amp) y por lo tanto los valores prácticos de resistencia son del orden del Kilo-Ohm

$$1K\Omega = 10^{-3}\Omega.$$

Conexiones en serie y paralelo

Como cualquier elemento de circuito, las resistencias pueden combinarse para formar grupos que se comportan un elemento de resistencia única. Una de tales combinaciones es aquella conocida como conexión en serie, donde los elementos se conectan uno detrás del otro formando un solo grupo con una resistencia total R_S, como se muestra en la figura 36.

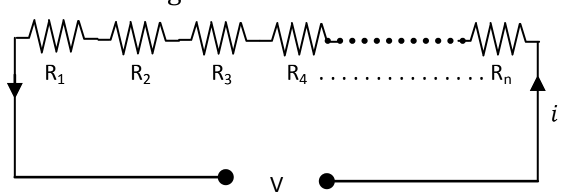


Fig 36 Resistencias conectadas en serie

Para hallar la resistencia de una conexión en serie se puede partir de (71), nótese que en esta combinación la corriente i que circula por el circuito es la misma que circula por cada resistencia

$$i_1 = i_2 = i_3 = i_4 = \cdots = i_n$$

Por otra parte, la diferencia de potencial V puede expresarse como la suma de las diferencias de potencial en cada resistencia

$$V = \sum_{k=1}^{n} V_k$$

sustituyendo ambas expresiones en (71) se encuentra

$$\mathrm{R_S} = \frac{V}{i} = \sum_{k=1}^{n} \frac{V_k}{i_k}$$

o

$$\mathrm{R}_s = \sum_{k=1}^{n} \mathrm{R}_k \tag{72}$$

La ecuación (72) nos indica que la resistencia equivalente en una conexión en serie está dada por la suma de las resistencias individuales.

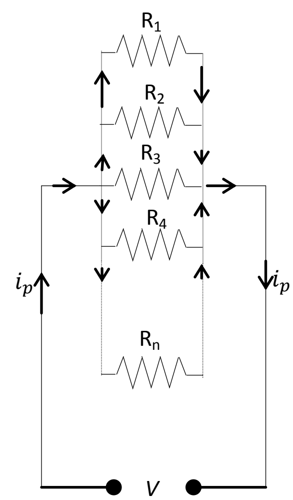


Fig 37 Resistencias conectadas en paralelo

En una combinación en paralelo cada resistencia recibe la misma diferencia de potencial V, como se muestra en la figura 37. Por otro lado, pariendo del hecho que no hay acumulación de cargas en ninguna parte del circuito, se puede asegurar que la corriente i_p, en el sistema, es la suma de la corriente en cada resistencia. Así se encuentra que

$$V = V_1 = V_2 = V_3 = V_4 = \cdots V_n$$

y

$$i_p = \sum_{k=1}^{n} i_k$$

De (71) se obtiene

$$\frac{1}{\mathrm{R}_p} = \frac{1}{\mathrm{V}} \sum_{k=1}^{n} i_k = \sum_{k=1}^{n} \frac{i_k}{\mathrm{V}_k} = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{\mathrm{R}_k}$$

o

$$\mathrm{R}_p = \left[\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{\mathrm{R}_k} \right]^{-1} \tag{73}$$

Como puede verse de (73), en una conexión en paralelo, el inverso de la resistencia equivalente es justo la suma de los inversos de cada resistencia individual.

Leyes de Kirchoff

Los estudios sobre electricidad se fundamentan en dos principios de conservación que se manifiestan constantemente en todos los fenómenos eléctricos. Uno de ellos es el principio de conservación de la energía, con el que se entiende que "la energía ni se crea ni se destruye, sólo se transforma". El segundo corresponde el principio de conservación de la carga, asegurando con éste que, al igual que la energía, "la carga ni se crea ni se destruye, permanece constante". En el análisis de circuitos eléctricos, ambos fundamentos están recogidos en las llamadas ***leyes de Kirchoff*** (formuladas por el físico alemán Gustav Kirchoff), que resultan de primordial importancia en el estudio de los circuitos eléctricos.

Primera ley de Kirchoff (o ley de los nodos)

Esta ley está basada en el principio de conservación de la carga y establece que la corriente que llega a un punto de unión (nodo) de dos o más elementos de circuitos es exactamente igual a la corriente que sale de dicho punto.

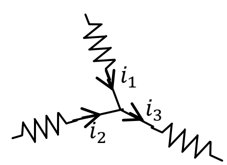


Fig. 38 punto común de la unión de tres elementos de un circuito

La figura 38 ilustra la unión de tres elementos en un circuito, mostrando que la corriente en uno de sus elementos (i_3), debe ser la suma de la corriente en los otros elementos (i_1 y i_2). Para detallar este tipo de situación algebraicamente conviene asociar al sentido de la corriente un signo, así las corrientes "entrando al nodo" serán asociadas a un signo positivo (+), mientras que las que salen se tomaran como negativas (-). Bajo esta convención la ecuación para el nodo de la figura sería la siguiente

$$i_1 + i_2 - i_3 = 0$$

La primera ley, en forma algebraica, se escribe como

$$\left.\sum_{k=1}^{n} i_k\right|_{nodo} = 0 \tag{74}$$

La ecuación (74) indica que el resultado de la suma de todas las corrientes que entran al nodo, menos la suma todas las que salen debe ser cero en situación estacionaria, donde no existe acumulación de cargas en ninguna parte del circuito.

Segunda ley (o ley de las mallas)

Esta ley, que está basada en el principio de conservación de la energía, puede ilustrarse a partir de la figura 39, donde se muestra un circuito que está siendo "alimentado" por una fuente de energía (una batería, una pila, un generador). Este dispositivo mueve cargas a través del circuito, realizando un trabajo sobre éste a expensas de su energía interna. Para llevar a cabo este proceso, el generador debe mantener una diferencia de potencial en los terminales del circuito, lo cual se produce mientras dicho aparato mantiene un exceso de cargas en sus "extremos" o bornes. Evidentemente, el movimiento de las cargas, y por lo tanto la corriente, está dirigido desde los puntos de mayor potencial hacia aquellos de menor valor, equivalente a decir que "*las cargas caen desde los potenciales más altos*". En el caso mostrado en la figura 39, las cargas (positivas) se desplazan desde el borne positivo al negativo. Note que dentro de la batería la situación es diferente, pues para mantener carga en los bornes es necesario que ésta emigre desde el borne negativo (con menor potencial) al borne positivo (con mayor potencial), este salto, que no es producto de la diferencia de potencial, puede ser provocado por diferentes mecanismos. Es evidente que para "colocar" carga en un potencial más elevado se ha entregado energía en el sistema, la cual debe emerger al conectar el circuito externo, en otras palabras: el dispositivo dispone de una de energía que lo capacita para hacer trabajo sobre el circuito.

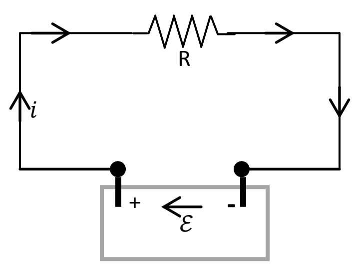


Fig. 39 circuito alimentado con una fuente de fuerza electromotriz

Dentro del dispositivo, pueden ocurrir diferentes procesos para transformar energía y ponerla a disposición como energía potencial. El trabajo, que internamente se realiza en el dispositivo para lograr esta transformación de energía, por unidad de carga se denomina "Fuerza electromotriz"

$$\mathcal{E} \equiv \frac{\Delta w}{q}$$

al igual que la diferencia de potencial, la unidad de la fuerza electromotriz, en el sistema SI, es el Voltio (volt).

Suponga que, en el esquema mostrado en la figura 39, una carga $\boldsymbol{q}$ "parte" del polo positivo y se mueve hacia el negativo a través del circuito bajo la acción de la diferencia de potencial $\boldsymbol{V}$ y luego es transportada hasta el polo positivo nuevamente, por la acción de algún mecanismo interno que ejecuta una fuerza electromotriz. La carga, al atravesar el circuito en la dirección de la corriente, pierde energía y luego gana igual cantidad de energía al llegar al punto inicial. Fácilmente se deduce que

$$q(\mathcal{E} - V) = 0$$

o simplemente

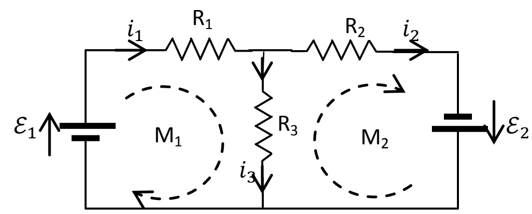
$$-i\mathrm{R} + \mathcal{E} = 0$$

En la última ecuación el signo que se ha asociado a cada término es el correspondiente al cambio de energía que ocurre en los respectivos elementos. Al generalizar la ecuación anterior a cualquier circuito cerrado se establece que: la suma de las diferencias de potencial en cada elemento mas las diferentes fuerzas electromotrices, presentes en el circuito, debe ser cero. Para aplicar este argumento es necesario establecer una convención que permita hacer un recorrido imaginario por el circuito tomando en cuenta las "caídas" y los "saltos" de potencial, así como también el sentido en la cual se toma la fuerza electromotriz. Convencionalmente se establece que cuando se sigue la dirección de la corriente se tiene una "caída" de potencial (V<0), mientras que si se recorre en sentido contrario se habla de un "salto" (V>0), con relación a la fuerza electromotriz si el recorrido es en el sentido de ésta se toma positiva, en caso contrario corresponderá a un valor negativo. De esta forma, la segunda ley de Kirchoff, puede formularse de la siguiente forma: "*En cualquier circuito o sub-circuito cerrado (malla) la suma de los voltajes y fuerzas electromotrices debe ser cero*"

$$\sum_{k=1}^{n} V_k + \sum_{i=1}^{m} \mathcal{E}_i = 0 \tag{75}$$

Las ecuaciones (74) y (75) son suficientes para la solución de circuitos complejos (determinación de voltajes y corrientes).

Problema



En el circuito mostrado en la figura se quiere determinar la corriente que circula por cada tramo.

Solución

Para resolver esta situación hacemos uso de las leyes de kirchoff expresadas en las ecuaciones (74) y (75). De la primera obtenemos

$$i_1 - i_2 - i_3 = 0$$

Aplicando ahora la segunda ley, a cada una de las mallas (M_1 y M_2), *usando los sentidos mostrados para los recorridos, se encuentra para* M_1, *la ecuación siguiente*

$$\mathcal{E}_1 - i_1 R_1 - i_3 R_3 = 0$$

Para M_2 *se tiene*

$$\mathcal{E}_2 - i_2 R_2 + i_3 R_3 = 0$$

Se obtiene entonces un sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas, cuyos resultados son:

$$i_1 = \frac{R_3(\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2) + R_2\mathcal{E}_1}{R_3(R_1 + R_2) + R_2 R_1}$$

$$i_2 = \frac{R_3(\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2) + R_1\mathcal{E}_2}{R_3(R_1 + R_2) + R_2 R_1}$$

$$i_3 = \frac{-R_1\mathcal{E}_2 + R_2\mathcal{E}_1}{R_3(R_1 + R_2) + R_2 R_1}$$

Nótese que la corriente i_3 tiene la posibilidad de ser negativa, de suceder esto se interpreta como un cambio de sentido en la corriente en el tramo del circuito que corresponde, sin embargo le corresponde el mismo valor. Ahora, conocidas las corrientes se pueden calcular los voltajes (la diferencia de potencial) en cada resistencia

$$V_1 = i_1 \mathrm{R}_1; \;\; V_2 = i_2 \mathrm{R}_2 \;; \;\; V_3 = i_3 \mathrm{R}_3$$

En general, la leyes de Kirchoff, en sus ecuaciones (74) *y* (75)*, constituyen la base fundamental para el análisis de los circuitos eléctricos.*

Efecto Joule

Como se describió anteriormente, la función de las fuentes de fuerza electromotriz (baterías, pilas, generadores, etc.), es la de suministrar energía a los circuitos. Esta energía, que se encuentra almacenada en dichos dispositivos, es captada por el circuito para luego ser transmitida al medio ambiente en forma de calor.

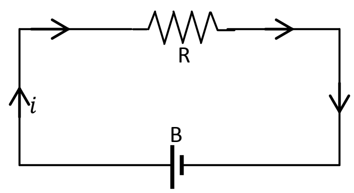


Fig. 40 circuito alimentado con una fuente de fuerza electromotriz

En la figura 40, se ilustra un circuito simple formado por dos elementos: una resistencia R y una batería B. Bajo una interpretación termodinámica sencilla, se puede decir que la batería suministra energía al circuito al hacer trabajo para pasar carga a través de R, y puesto que la carga no acelera esta energía es captada por la resistencia aumentando, de esta forma, su energía interna y con ello su temperatura. Este efecto electro-térmico (descubierto por James Joule), se conoce con el nombre de efecto Joule. El calentamiento de los circuitos es en ocasiones un efecto no deseado y en muchas otras es aprovechado como procedimiento calentamiento en una gran variedad de dispositivos como: planchas, hornos, cocinas eléctricas entre otros. Bajo condiciones extremas se puede producir incandescencia (emisión de luz por calentamiento), como en el caso de los bombillos.

Para calcular el consumo de energía debido a este efecto, supóngase que en un lapso de tiempo dt pasa, a través de la resistencia R, una cantidad de carga dQ, mientras es V la diferencia de potencial en sus extremos, entonces el trabajo efectuado por la batería (o la energía suministrada al sistema) en este procesos es

$$dW = dQ\, V$$

Por lo tanto la potencia P desarrollada (trabajo por unidad de tiempo) en este proceso es

$$P = \frac{dQ}{dt} V = iV \tag{76}$$

Con la ayuda de la ecuación (71) se obtiene

$$P = i^2 R \tag{77}$$

y

$$P = \frac{V^2}{R} \tag{78}$$

La ecuaciones (76), (77) y (78) representa la energía por unidad de tiempo que disipa, en forma de calor, un elemento de circuito de resistencia R circulado por una corriente de intensidad i (o al que se le aplica una diferencia de potencial *V*). En muchos dispositivos eléctricos se especifican la potencia que disipa dicho dispositivo cuando se cumplen las condiciones de funcionamiento. Por ejemplo: En un bombillo se describe la potencia que disipa (10 W, 25 W, 60 W, 100 W, etc.) y el voltaje adecuado para su funcionamiento óptimo. En este ejemplo W es la representación de la unidad de potencia en el sistema SI: el vatio o Watt, que se define como

$$W = [Amp][Volt] = \frac{[Joul]}{[seg]}$$

Problema

Suponga que se compra un bombillo cuyas especificaciones son:

$$60\,W$$
$$110\,Volts$$

Determinar la potencia que disipa este dispositivo, si hace funcionar con una diferencia de potencial $V = 80\,Volts$.

Solución

Para determinar esto se necesita conocer la resistencia del dispositivo para poder aplicar la ecuación (77) la cual podemos reescribir, con la ayuda de (71), como

$$P = \frac{V^2}{R}$$

La determinación de la resistencia R *del bombillo se hace por intermedio de sus especificaciones, puesto de acuerdo a ellas, este dispositivo debe disipar una potencia* P_e *= 60 W cuando se le aplican 110 volts de diferencia de potencial. Así, se encuentra que*

$$R = \frac{V^2}{P_e} = \frac{(110\,Volts)^2}{60\,W} \cong 201{,}7\,\Omega$$

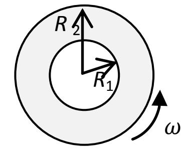
Habiendo determinado la resistencia se usa la ecuación () con el voltaje sugerido y se encuentra

$$P = \frac{(80\,volts)^2}{201.7\,\Omega} \cong 31{,}7\,W$$

Este resultado nos dice que para un voltaje de esta magnitud el bobillo tiene casi la mitad de su eficiencia y probablemente no se produzca el efecto de incandescencia.

Preguntas y problemas

1. Suponga que sobre una banda circular, de radios R_1 y R_2, como se muestra en la figura, se distribuye uniformemente una carga, adquiriendo una densidad σ constante.



Si la banda gira con velocidad angular ω, se encuentra que la corriente i asociada es

a) $i = \sigma(R_2 - R_1)\omega$ b) $i = \frac{\sigma}{2}\left({R_2}^2 - {R_1}^2\right)\omega$ c) $i = \sigma\left({R_2}^2 - {R_1}^2\right)\omega$ d) otro ______________

2. Suponga un hilo recto muy largo con una distribución lineal de cargas uniforme de valor $\lambda = 2{,}0x10^{-3}C/m$, y moviéndose con una velocidad v a lo largo de la horizontal. ¿Cuál debe ser la velocidad para que la corriente asociada sea de 1 Ampere?

a) $v \cong 180\ Km/h$ b) $v \cong 18{,}0\ Km/h$ c) $v \cong 1800\ Km/h$ d) otro ______________

3. Un alambre, hecho de un material muy dúctil, tiene una resistencia R_0. Suponga que se estira hasta alcanzar el doble de su longitud original y su sección transversal se reduce a la mitad, la nueva resistencia R es

a) $\mathrm{R} = \frac{1}{2}\mathrm{R}_0$ b) $\mathrm{R} = \mathrm{R}_0$ c) $\mathrm{R} = 4\mathrm{R}_0$ d) otro ______________

4. Tres alambres, de dimensiones iguales, están hecho con materiales de diferentes resistividad: ρ_1 , $\rho_2\ y\ \rho_3$. Se conectan en serie y se obtiene un objeto con una resistividad equivalente $\bar{\rho}$ dada por:

a) $\bar{\rho} = 3\frac{\rho_1\rho_2\rho_3}{\rho_1+\rho_2+\rho_3}$ b)$\bar{\rho} = 3\frac{\rho_1\rho_2\rho_3}{\rho_1\rho_2+\rho_1\rho_3+\rho_2\rho_3}$ c) $\bar{\rho} = \frac{(\rho_1+\rho_2+\rho_3)}{3}$ d) otro ______________

5. Suponga que los alambres de la pregunta anterior se conectan en paralelo, entonces la resistividad equivalente es

6. a) $\bar{\rho} = 3\frac{\rho_1\rho_2\rho_3}{\rho_1+\rho_2+\rho_3}$ b)$\bar{\rho} = 3\frac{\rho_1\rho_2\rho_3}{\rho_1\rho_2+\rho_1\rho_3+\rho_2\rho_3}$ c) $\bar{\rho} = \frac{(\rho_1+\rho_2+\rho_3)}{3}$ d) otro ______________

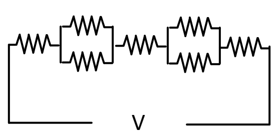
7. Se disponen de 2N resistencias de valor R_0, la mitad de ellas se conectan en serie y con el resto se hace una combinación en paralelo. Luego estos dos grupos se conectan en serie y se obtiene una resistencia equivalente igual a

a) $\mathrm{R} = 2\mathrm{NR}_0$ b) $\mathrm{R} = (1+\mathrm{N}^2)^{-1}\mathrm{NR}_0$ c) $\mathrm{R} = \frac{1}{\mathrm{N}}\mathrm{R}_0(1+\mathrm{N}^2)$ d) otro ______________

8. Suponga que en la situación de la pregunta anterior, los dos grupos se conectan en paralelo, entonces la resistencia equivalente es

a) $\mathrm{R} = \frac{1}{2\mathrm{N}}\mathrm{R}_0$ b) $\mathrm{R} = (1+\mathrm{N}^2)^{-1}\mathrm{NR}_0$ c) $\mathrm{R} = \frac{1}{\mathrm{N}}\mathrm{R}_0(1+\mathrm{N}^2)$ d) otro ______________

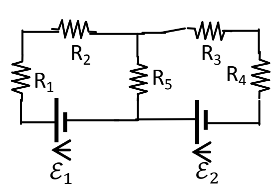
9. En el diagrama mostrado todas las resistencias tienen el mismo valor $\mathrm{R}_0 = 3K\Omega$ y $V = 30\ volt$.



La corriente a través del circuito es

a) $i = 10\ mA$ b) $i = 2\ mA$ c) $i = 15\ mA$ d) otro ______________

10. En el circuito mostrado, todas las resistencias son iguales de valor $R_0 = 4K\Omega$, $\mathcal{E}_1 = 40\ volt$ y $\mathcal{E}_2 = 20\ volt$.



La corriente que circula por R_5 es

a) *4,375 mA* b) 3,125 mA c) 1,250 mA d) otro valor ___________

11. En el circuito de la pregunta anterior, la diferencia de potencial en R_1 es

    a) $V_1 = 5.0\ volts$ b) $V_1 = 17.5\ volts$ c) $V_1 = 40.0\ volts$ d) otro valor_____________

12. Dos bombillos (b_1 y b_2), cuyas especificaciones son b_1: V=110 Volts, P=100 W y b_2: V=110 Volts, P=60 W. Se conectan en serie y se le aplica una diferencia de potencial V= 120 volts. En estas condiciones la potencia generada en cada bombillo es

    a) P_1= 16,7 W y P_2= 27,9 W b) P_1= 27,9 W y P_2= 16,7 W c) P_1= 119,0 W y P_2= 71,4 W d) otros valores_______